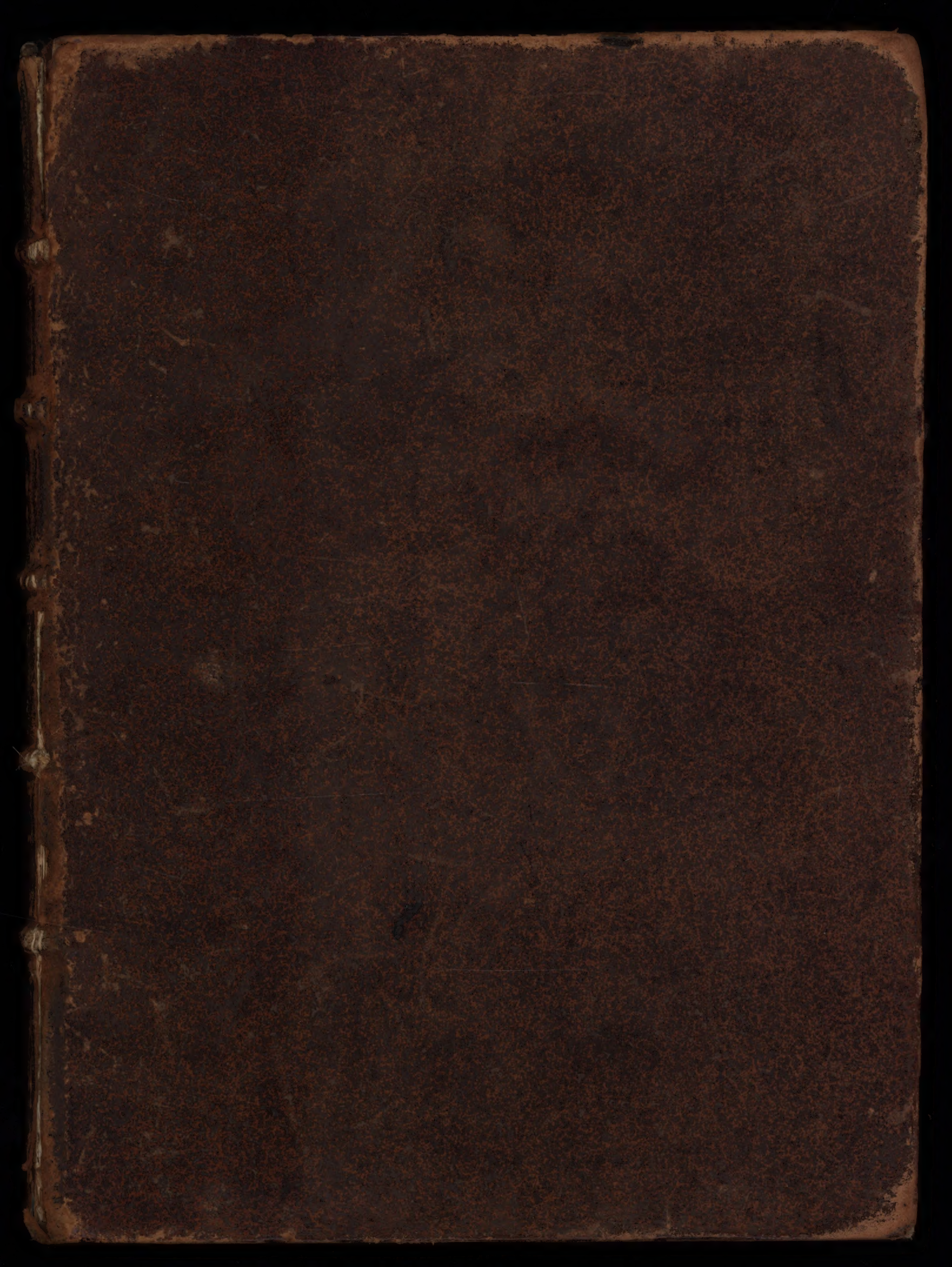
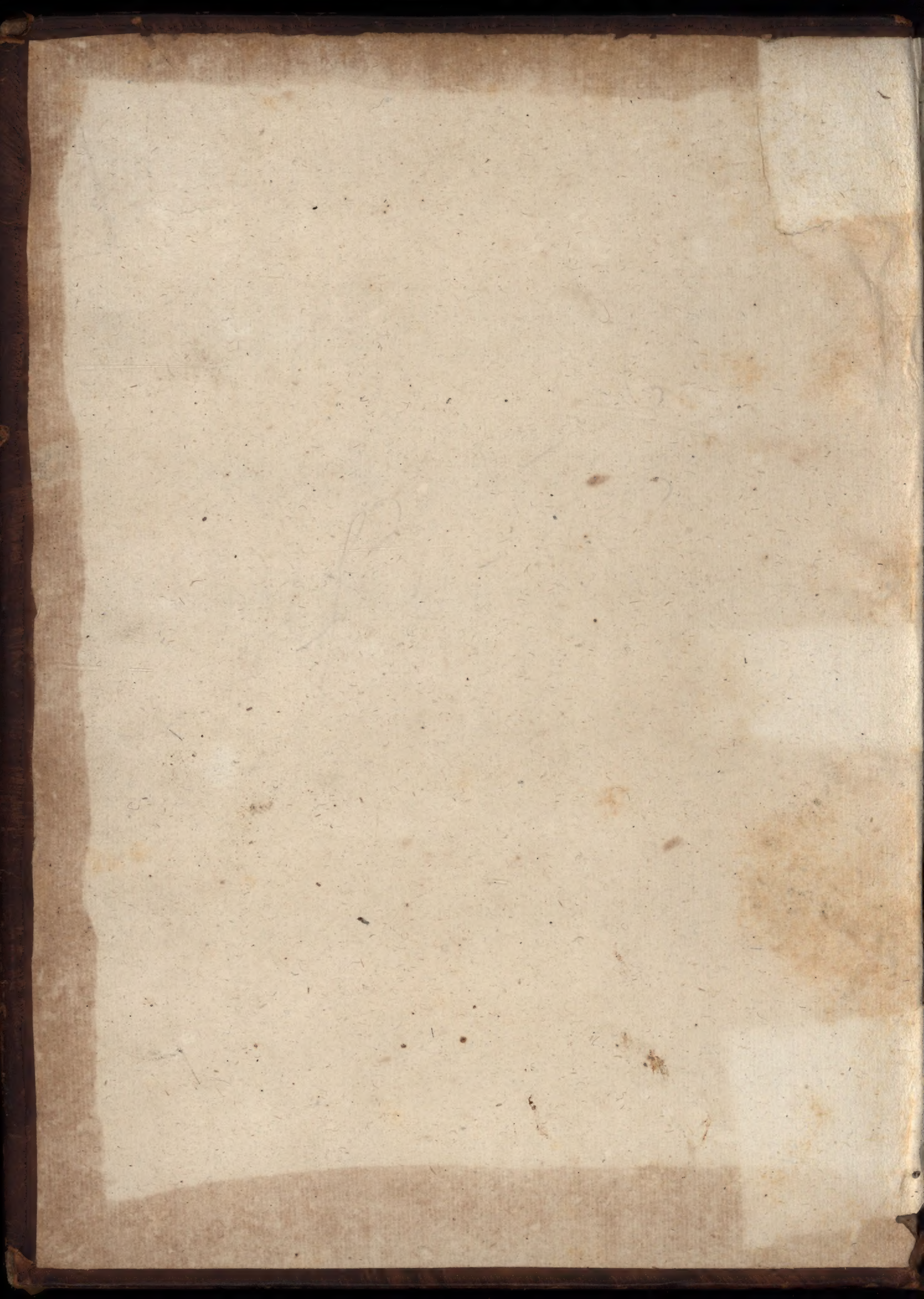
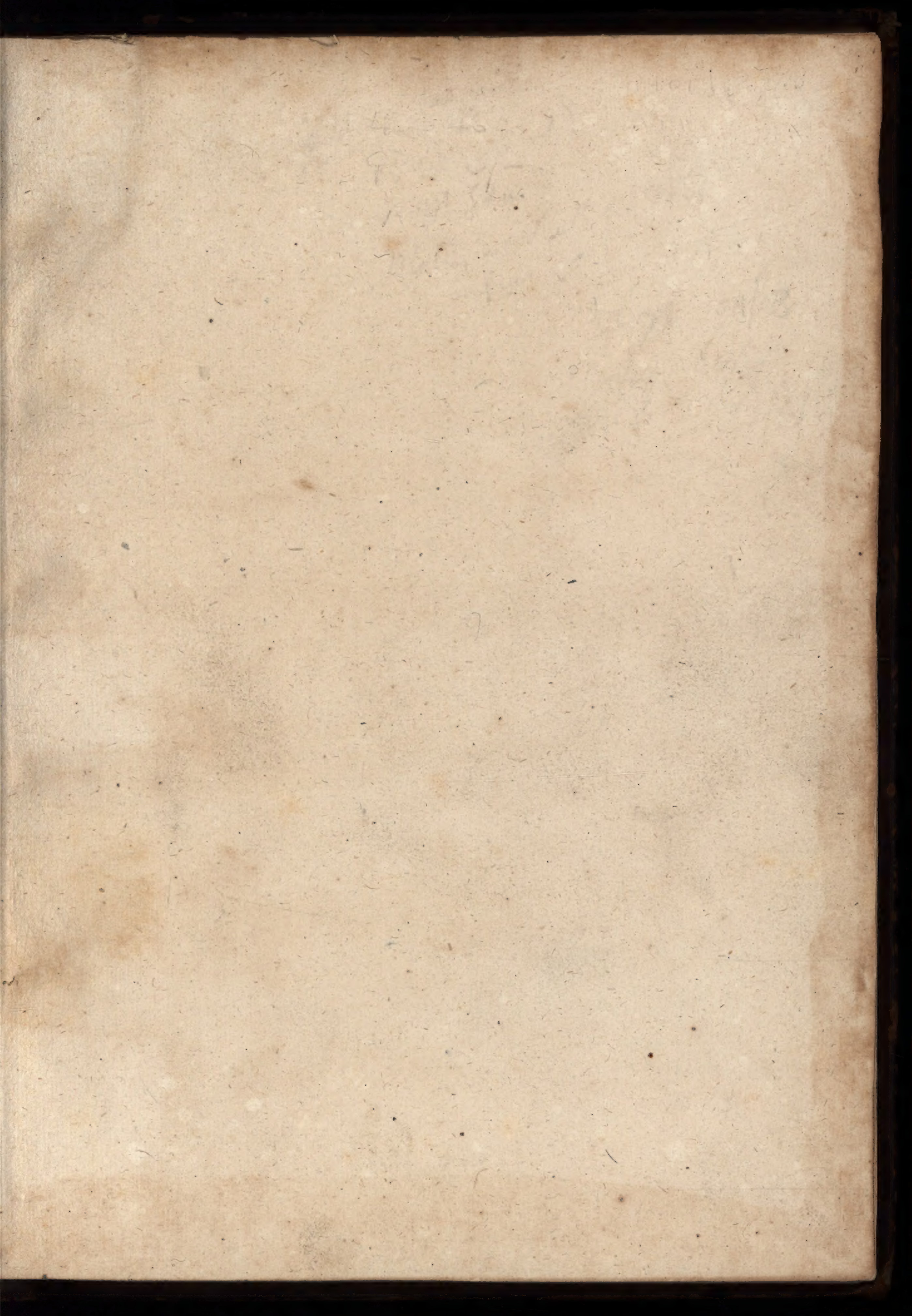


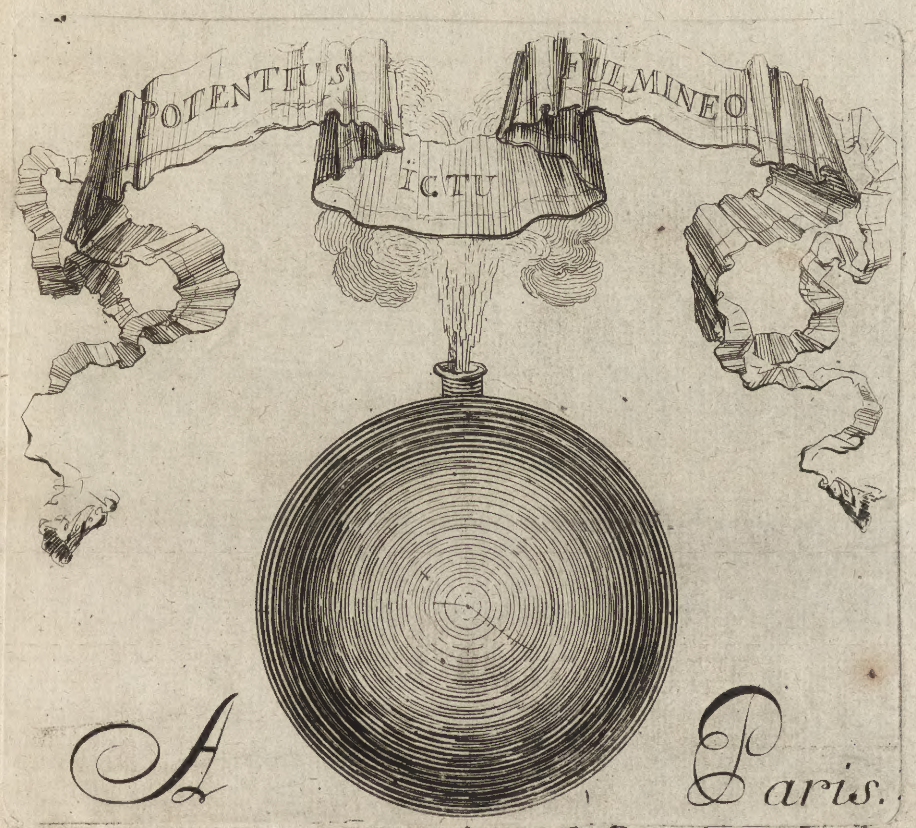





L'Art
de jetter les Bombes
1683.
BROEBES inv.

L'ART DE JETTER LES BOMBES.

PAR MONSIEUR BLONDEL MARECHAL de Camp aux Armées du Roy, & cy-devant Maître de Mathematique de Monseigneur le Dauphin.



Chez { L'AUTHEUR au Faux-bourg S. Germain ruë Jacob, au coin de celle de S. Benoist.
Et NICOLAS LANGLOIS ruë S. Jâques à la Victoire.

M. DC. LXXXIII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.



AU ROY



IRE,

Peut-être que je viens un peu hors de saison, offrir à VOSTRE MAIESTÉ

ce Traité de l'Art de jetter les Bombes, dans un temps où Elle vient de donner la paix à l'Europe, & où il semble que la science de l'Artillerie ne doive plus estre employée qu'à faire des feux de joye. J'espere neanmoins que mon ouvrage ne lui sera pas tout à fait desagreable, & qu'Elle y verra avec quelque plaisir les regles d'un Art dont Elle s'est si utilement servie dans ses Conquestes, & qui n'a pas esté un des moindres instrumens de ses Victoires. J'ose me flater qu'Elle approuvera le dessein que j'ai d'empêcher un Art si noble de perir, en le reduisant aux Regles certaines de la Mathematique, & donnant moyen aux Eleues de s'y perfectioner. D'ailleurs, SIRE, c'est dans le temps de la Paix, à bien parler, que l'on doit étudier le metier de la Guerre, & il ne faut pas attendre à en acquerir la conoissance, qu'on soit obligé de le mettre en pratique. C'est dequoy V. M. a donné Elle-même d'illustres preuves, lors que dans le sein de la Paix, au milieu du cal-

me & du repos, Elle aguerissoit, pour ainsi dire, ses Soldats par les frequentes reveuës qu'Elle leur faisoit faire, & par les continuëls exercices où Elle les occupoit. Ainsi quand V. M. s'est mise en Campagne, Elle a trouvé des troupes toutes dressées, & a esté d'abord en état d'executer toutes ces grandes choses qui sont à peine croyables à ceux qui les ont veuës, & dont tout l'avenir parlera avec étonnement. C'est donc, SIRE, pour seconder, en ce que je puis, de si glorieux desseins, que je mets ce Traité au jour. Heureux! s'il peut être en effet utile à V. M. & si Elle à la bonté de le recevoir comme un temoignage de la reconoissance que je lui dois pour les graces dont Elle m'a comblé. Ie suis.

SIRE

DE VÔTRE MAJESTÉ

Le tres-humble, tres-obeissant
& tres-fidele sujet & serviteur.

BLONDEL.

Au mois de Janvier 1676.

L'IMPRIMEUR AU LECTEUR.

CE fut en l'année 1675. que l'Auteur de ce Livre en preſenta le manuſcrit au Roy qui le receut d'une maniere la plus obligeante du monde. Et comme ſa Majeſté avoit alors à ſouſtenir la Guerre contre les Nations les plus puiſſantes de l'Europe qui s'étoient liguées contre la France ; Elle ne jugea pas à propos que la doctrine qui eſt expliquée dans cet Ouvrage, devint publique dans un temps où ſes Ennemis auroient pû s'en prevaloir contre Elle. Ce Livre eut alors le même ſort que celui de la Nouvelle maniere de Fortifier les Places, que l'Auteur avoit preſenté deux ans auparavant à S. M. Et c'eſt ſeulement aprés avoir donné la paix à ſes Ennemis, qu'elle a voulu que l'Auteur fit imprimer ces deux Ouvrages avec ceux de Mathematique qu'il avoit enſeignés à MONSEIGNEUR LE DAUPHIN, voulant par ce moïen que le public pût profiter de ce qui s'eſt fait pour l'inſtruction de ce Prince.

Au reſte il y a quatre parties dans ce Livre : La premiere eſt une eſpece de relation hiſtorique de ce qui s'eſt fait & écrit ſur le ſujet des Bombes & des portées du Canon juſqu'à nous : La ſeconde enſeigne diverſes pratiques ſur le même ſujet & particulierement pour le jet des Bombes en toutes ſortes de poſition du mortier tant par les Sinus que par les Inſtrumens, par les Tables, par le Compas de proportion &c. La troiſiéme eſt de pure Theorie qui demontre à fond tout ce qui s'eſt dit ſur cette doctrine & ce qui s'eſt propoſé dans les pratiques : La quatriéme

resout les objections que l'on peut faire tant contre la Theorie que contre les pratiques, dont elle confirme la doctrine par les experiences.

AVIS AU RELIEUR.

DANS la page 112. Il faut se souvenir d'y appliquer une figure de taille douce sur celle en bois qui y a été imprimée par mégarde.



L'ART DE JETTER LES BOMBES,

ET DE CONNOITRE L'ETENDUE DES COUPS de volée d'un Canon en toutes sortes d'Elevations.

PREMIERE PARTIE.

Opinions fausses du Jet des Bombes avant Galilée.

LIVRE PREMIER.

De l'Origine & de l'Usage des Bombes.

CHAPITRE PREMIER.

Origine des Bombes.

L'USAGE des Bombes & des Grenades n'est pas fort ancien : Et quoi que l'on ait quelque exemple dans l'Histoire de certains LIV. I. CHAP. I. Origine des Bombes.

A

LIV. I. CHAP. I. Origine des Bombes.

vazes de feu que l'on lançoit avec des machines dans les Villes de Ennemis ; il eſt conſtant que que c'étoit toute autre choſe que nos Bombes que l'on charge de Poudre à Canon, dont on n'avoit alors aucune conoiſſance.

Les premieres que l'on a veuës ont été jettées dans la Ville de Wacthendonch en Gueldres que le Comte de Mansfeld aſſiegeoit ſous le Prince de Parme en l'année 1588 : où ces Bombes ayant en peu de temps ruiné tous les logemens, elles étonnerent tellement ceux de la Place qu'ils furent contraints de ſe rendre.

L'on dit qu'un Habitant de Venlo dans la même Province les avoit inventées quelque temps auparavant, pour s'en ſervir ſeulement aux feux d'artifice de plaiſir : Et que pour divertir le Duc de Cleves, qui ſe trouvoit alors à Venlo, il en avoit jetté pluſieurs en ſa preſence, dont l'une par malheur tombant dans une des maiſons, elle y avoit allumé un embrazement ſi horrible, que la meilleure partie de cette pauvre Ville en avoit été conſumée, ſans que l'on pût y apporter aucun remede.

Il y a des Hiſtoriens Hollandois qui rapportent, que peu de mois avant ce malheur, un Ingenieur Italien avoit fait quelques experiences ſemblables à Bergopſon, pretendant rendre l'uſage de ſes bombes facile & utile pour la Guerre ; mais qu'ils s'étoit miſerablement brûlé lui-même, mettant le feu par hazard à

la composition qu'il faisoit pour ce sujet.

LIV. I. CHAP. I. Origine des Bombes.

Quoy qu'il en soit, il est tres-veritable que l'on n'avoit rien veu de pareil en ce temps-la: Bien que l'usage des mortiers soit peut-être autant ancien que celui des Canons mêmes, puisque nous en voyons de fer & de fonte d'une fort ancienne structure, & que nous sçavons que l'on s'en est fort servi dans les Guerres d'Italie au commencement du siecle passé, à jetter des pierres & des balles de Canon ardantes pour mettre le feu dans les Villes.

Il y a même le dessein d'un mortier qui lance un boulet enflammé parmi diverses autres pieces d'artillerie, qui sont figurées dans le frontispice du Livre de *Nicoló Tartaglia* Mathematicien de Bresce en Italie, imprimé en l'année 1538.

CHAPITRE II.

Premier usage des Bombes en France par Maltus.

CHAP. II. Premier usage des Bombes en France par Maltus.

LEs Espagnols & les Hollandois se sont servi de Bombes & de Grenades dans les longues Guerres qu'ils ont eües ensemble: Mais c'est seulement en l'année 1634 au premier siege de la Motte, que nous en avons veu dans nos armées. Il n'est pas vray que l'on en ait jetté pendant le siege de la Rochelle comme *Casimir*

Liv. I. Chap. II. Premier usage des Bombes en France par Maltus.

Siemienouski Polonois l'a dit dans son Livre du grand Art de l'Artillerie. Le feu Roy avoit fait venir d'Hollande le sieur Maltus Ingenieur Anglois pour cet effet; Et nous l'avons veu en plusieurs sieges servir principalement aux batteries des Bombes avec beaucoup de succés. A Colioure en l'année 1642, Il en jetta une qui creva la Cisterne & obligea les assiegéz à se rendre plûtôt qu'ils n'auroient fait sans cet accident.

Il n'avoit point dans les commencemens toute l'experience qu'il a acquise dans la suite. Au premier siege de Landreci en l'année 1637, sa batterie ètoit dans une redoute à l'attaque de Monsieur le Cardinal de la Valette; Et l'on venoit se plaindre à tous momens que les Bombes qu'il pensoit jetter dans la Place, passoient par dessus & alloient tuer du monde dans la tranchée aux attaques de Monsieur de Candale & de Monsieur de la Meilleraye qui ètoient aux autres côtés de la Ville.

Il lui arriva même un assés grand malheur pendant ce siege. La curiosité ayant amené dans sa batterie plusieurs Officiers Generaux de l'armée, il tira quelque Bombes en leur presence; mais enfin ayant mis le feu à la fusée d'une Bombe chargée, comme il voulut le mettre à l'amorce de la lumiere du mortier, sa meche se trouva éteinte; il en prit l'épouvante &

criant, ſauve qui peut, il ſauta le premier par-deſſus le parapet de la redoute : chacun en voulut faire de même, mais la foule & le deſordre furent ſi grands, que la Bombe crevant dans le mortier & le mettant en mille morceaux, elle tua ou eſtropia beaucoup de gens.

Liv. I. Chap. II. Premier uſage des Bombes en France par Maltus.

Cet Ingenieur fut tué au dernier ſiege de Gravelines par un malheur tout a fait extraordinaire. Il avoit remarqué un poſte prés de la Contr'eſcarpe des Ennemis où il avoit deſſein de pouſſer ſon travail à l'entrée de la nuit, & voulant le faire voir à l'Officier General, il fit un ſaut dans la trenchée pour en reconoître la ſituation ; l'Officier en fit un aprés lui & n'ayant pas aſſés bien reconu l'endroit, il pria Maltus de ſauter encore une fois pour le lui faire mieux remarquer : Maltus le fit & receut en l'air un coup de mouſquet dans la tête. Ce qui fit dire par un eſpece de raillerie, qu'il avoit été tiré en volant.

Toute ſa ſcience ètoit purement d'Experience. Il n'avoit aucune conoiſſance des Mathematiques, ny d'aucune autre ſcience qui pût lui faire ſçavoir la nature du mouvement des Bombes, & de la ligne courbe qu'elles décrivent dans l'air par leur paſſage, ou de la difference de leurs portées ſuivant les differences de leurs élevations. Il ne pointa jamais ſon mortier que par hazard & en tatonnant, ou pour mieux dire par l'eſtime qu'il faiſoit de l'élognement

Liv I. Chap. II. Premier uſage des Bombes en France par Maltus.

du lieu où il vouloit jetter la Bombe, ſuivant lequel il lui donnoit plus ou moins d'élevation; prenant garde ſi les premiers coups êtoient juſtes ou non, afin de baiſſer ſon mortier, ſi ſa portée êtoit courte; ou le hauſſer, ſi elle alloit au dela de ſon but; ſe ſervant à cet effet d'une eſquerre dont il faiſoit parade; & dont je parleray amplement cy-aprés.

CHAPITRE III.

Il y a des regles certaines pour les Iet des Bombes inconuës aux Bombardiers.

Chap. III. Il y a des regles certaines pour les Jet des Bombes inconuës aux Bombardiers.

LA plus grande partie des Officiers, qui ſervent preſentement aux batteries des Bombes, ſont des Eleves de Maltus; & je n'en ay encore veu aucun, qui eut autre conoiſſance de cet art que de l'experience de pratique. Ceux qui en ont écrit parmi nous & Maltus lui-même, n'en diſent point d'avantage. Ils veulent que l'on ſçache à peu prés, par la pratique, l'élevation que l'on doit donner au mortier pour le faire porter à la diſtance que l'on ſouhaite; Et que l'on ait le ſoin d'augmenter ou de diminuer cette élevation à proportion que la Bombe ſe trouve plus ou moins élognée ou en deça ou en dela du but.

Mais comme il a des regles certaines & de-

monstratives, fondées sur la Geometrie & sur la conoissance que l'on a acquise de la nature du mouvement des corps jettez, & de la ligne courbe qu'ils décrivent par leur passage en l'air; par le moyen desquelles on peut raisoner autant juste que l'on le peut humainement sur la differente étenduë des portées, non seulement des Bombes mais du Canon même en toutes sortes d'Elevation: & comme on a sur ce fondement inventé des instrumens qui peuvent donner des facilités extraordinaires à l'art de jetter les Bombes.

LIV. I. CHAP. III. Il y a des regles certaines pour le jet des Bombes inconues aux Bombardiers.

J'ay crû que je ferois service au public si j'approfondissois cette matiere, recherchant avec soin ce qui en a été dit par les Auteurs, & faisant remarquer ce qu'il y a de faux dans le raisonnement des uns, & ce que l'on peut recevoir pour assuré dans les pratiques des autres.

Il y a peu de matiere physique sur laquelle on ait écrit plus de volumes que sur la nature du mouvement des corps & dont pourtant on ait eu moins de conoissance par le passé. Tous les Philosophes anciens ont fort bien sceu que les mouvemens des corps qui tombent, & qu'ils ont appellé le mouvement naturel, s'augmentent incessament à mesure qu'ils s'élognent du commencement de leur cheute: mais personne n'a sçû dire par quelle proportion se fait cette augmentation de vitesse. Ils ont bien conu que

Liv. I. Chap. III. Il y a des regles certaines pour le jet des Bombes inconues aux Bombardiers.

les corps jettez en l'air, par un mouvement qu'ils ont appellé violent, y decrivent en paſſant une ligne courbe; mais il n'ont jamais dit de quelle nature eſt cette ligne, & quelles en ſont les proprietés.

CHAPITRE IV.

Sentiment de Tartaglia ſur le jet des Bombes.

Chap. IV. Sentiment de Tartaglia ſur le jet des Bombes.

NICOLO TARTAGLIA, Mathematicien de la Ville de Breſce dans l'Etat des Venitiens, duquel nous avons parlé cy-devant, & qui vivoit au commencement du ſiecle paſſé, eſt le premier qui a recherché l'un & l'autre, & qui en a voulu faire l'application au mouvement des boulets tirés par le Canon ou par le mortier.

Mais comme il a établi certains principes, de phyſique qui ne ſont pas veritables; Il ne faut pas s'étoner que ſes concluſions ſoient élognées du veritable genie de la nature. Il a crû qu'il n'y pouvoit avoir de mouvement qui fut composé du naturel & du violent; ce qui lui a fait dire que la ligne courbe qu'un boulet, ſortant d'un mortier ou d'une piece d'Artillerie, décrit en paſſant dans l'air, ſe faiſoit en partie par le mouvement violent dont la force va toûjours en diminuant, & en partie par le mouvement naturel

turel qui augmente inceſſament de viteſſe à meſure qu'il s'élogne de ſon principe. Ce qui eſt faux dans la ligne que décrivent les Corps jettés dans laquelle ils diminuent inceſſamment de viteſſe.

Liv. I. Chap. IV. Sentiment de Tartaglia ſur le jet des Bombes.

Il avoit beaucoup medité ſur ce ſujet ; & dans le titre du livre que nous avons de lui intitulé *de la ſcience Nouvelle*, il promet de donner l'ordre & la proportion avec laquelle les portées des coups de Canon ou de mortier s'augmentent ou diminuent ſuivant la differente élevation de la piece, & le moyen de calculer toutes les differentes êtendues des même portées ſur la conoiſſance d'un ſeul coup tiré & meſuré. Il eſt vray que dans la ſuite de ſon diſcours il dit que, cette ſcience pouvant contribuer à la ruine & à la perte des hommes, il avoit reſolu de la ſupprimer ; ſe reſervant neanmoins la faculté de l'enſeigner de vive voix à ceux qui s'en voudroient ſervir contre les Infideles.

Il a cependant produit pluſieurs choſes nouvelles pour la guerre ; & nous pouvons dire en paſſant que c'eſt lui qui s'eſt aviſé le premier d'arondir les flancs de ſes Baſtions en dedans de leur demi-gorge ; dont je voy que l'on a renouvellé l'uſage depuis peu parmi nous : Quoi que les raiſons *de Tartaglia* ſoient bien differentes des noſtres.

Les Courtines êtoient extremement longues

Liv. I. Chap. IV. Sentiment de Tartaglia ſur le jet des Bombes.

de ſon temps, & les Baſtions tres-petits. L'attaque ſe faiſoit alors le plus ſouvent au milieu de la courtine : ainſi il ètoit bon de diſpoſer le flanc de cette forme, afin que ces pieces pûſſent non ſeulement les flanquer, mais tirer même dans le dos des breches que l'on y auroit faites : à quoy les flancs arondis en dedans font un merveilleux effet, contenant plus de pieces tournées vers la Courtine que les flancs en ligne droite.

Mais apreſent que les attaques ſe font aux faces des Baſtions, il me ſemble que le Canon des flancs doit être principalement tourné de leur côté, & que ceux qui ne voient que la courtine ne ſont pas de grand uſage : Auquel cas il eſt faux de dire qu'un flanc arondi contiene plus de Canons voyans la face oppoſée, qu'un flanc droit ; Et cet uſage à mon ſens, ne ſert qu'à ôter du terrain dans la gorge du Baſtion en la reſſerrant, à diminuer la défence en l'allongeant, & à augmenter inutilement la dépence.

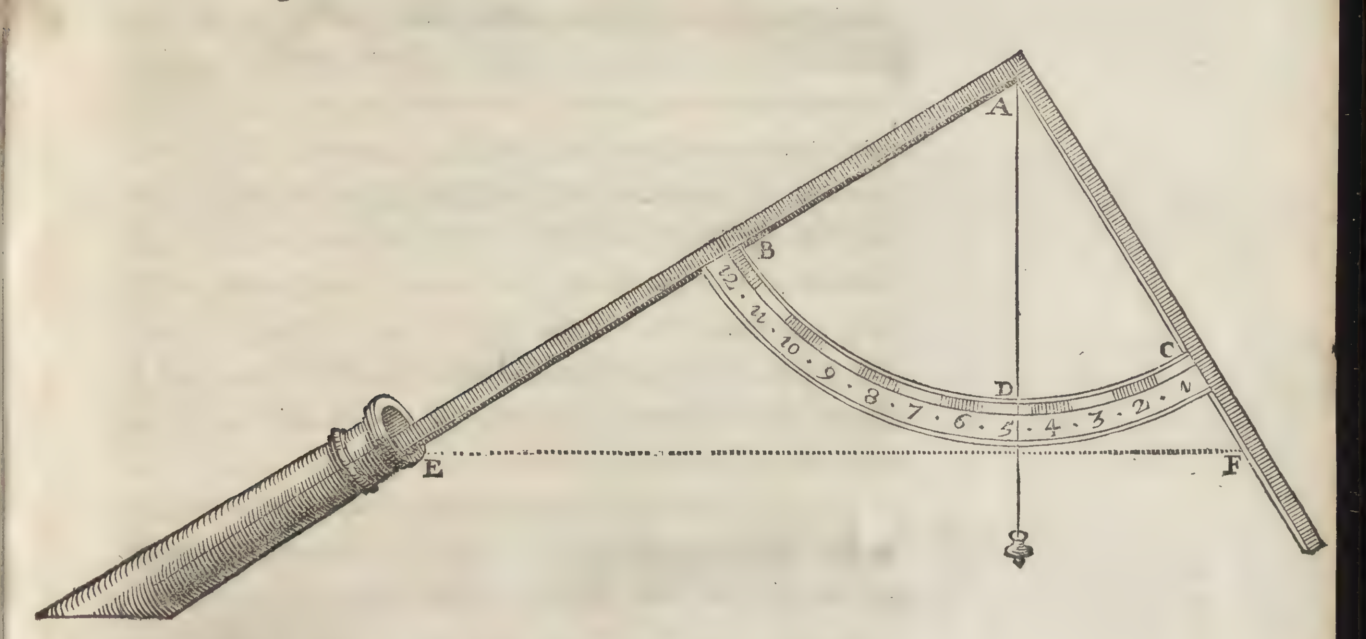


Liv. I.
Chap. V.
Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.

CHAPITRE V.

Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.

C'Est encore le même *Tartaglia* qui est l'Inventeur de l'Equerre des Canoniers dont voici la figure.



Elle a deux bras attachez à angles droits, dont l'un est plus long que l'autre, afin de pouvoir entrer dans l'ame de la piece que l'on veut pointer. Les bras sont enfermés d'un quart de Cercle, dont le centre est au point où ils sont joints, & où il a un filet attaché avec un plomb.

LIV. I. CHAP. V. Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.

Le quart de Cercle eſt diviſé en 12 parties égales à commencer du côté du plus petit bras : ces parties s'appellent des *points*, & chaque point eſt encore diviſé en 12 autres particules que l'on appelle des minutes : & par ce moyen le quart de Cercle entier eſt diviſé en 144 parcelles.

L'uſage de l'Equerre eſt de meſurer les differentes élevations d'une piece d'Artillerie ou d'un mortier : car mettant le bras le plus long A E dans l'ame du Canon, le plomb tombant perpendiculairement, marque par ſon filet le point de l'élevation ſur le bord du Quart de Cercle. Comme ſi l'on ſuppoſe que la piece ſoit élevée ſuivant la ligne droite EA, & que la droite EF ſoit mené parallele à l'horizon; il eſt aiſé de demonter que l'angle de l'Evation FEA, eſt égal à l'angle C A D qui eſt marqué par le nombre des points compris entre le bras C de l'Equerre & le filet A D.

Il y a apparance que *Tartaglia* a crû que les differentes étendues des coups de Canon ou de mortier ſuivant leurs differentes élevations, croiſſoient ou decroiſſoient à proportion des points de ſon Equerre; C'eſt à dire qu'un coup d'une piece pointée au quatriéme point alloit quatre fois plus loin, que lors qu'elle êtoit pointée au premier point; & deux fois plus loin que lors qu'elle êtoit ſeulement élevée au deuxiéme. Car je ne voy pas que la diviſion

de cet instrument puisse être d'aucun autre usage.

Liv. I. Chap. V. Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.

Mais il a êté bien trompé s'il a êté persuadé que les portées d'une piece s'augmentoient ou diminuoient suivant cet ordre, puisque nous sçavons par la raison & par l'experience, qu'elles suivent une proportion infiniment élognée de celle-la.

CHAPITRE VI.

Autres découvertes de Tartaglia.

Chap. VI. Autres decouvertes de Tartaglia.

IL est neanmoins le premier qui se soit apperceu, qu'il êtoit absolument impossible qu'il y eut aucun endroit dans toute l'étendüe de la ligne, que le boulet ou la bombe décrit par son passage dans l'air, fut en ligne droite, & qu'il faloit necessairement que cette ligne fut courbe en toutes ses parties.

C'est le même qui a dit le premier que les coups tirés à l'élevation du sixiéme point de son Equerre qui repond à l'angle de 45 degrez, êtoient ceux dont la portée êtoit de plus grande êtendüe, & qu'ils alloient plus loin non seulement que les coups tirés lors que la piece êtoit moins élevée comme au quatrième ou au cinquiéme point, mais que ceux même qui partoient d'une élevation au dessus comme au sep-

Liv. I. Chap. VI. Autres decouvertes de Tartaglia.

tiéme ou huitiéme point & même plus haut.

Il dit que les Canoniers de ſon temps êtoient perſuadez que les coups tirés à deux points au deſſous du ſixiéme, êtoient plus grands que ceux du ſixiéme ; mais qu'ils en avoient été deſabuſés par ſa doctrine & par l'experience, aprés une gageure faite à Verone en l'année 1532, où l'on tira deux coups d'une Coulevrine de vingt livres chargée également de poudre & de balle, l'un ſur l'élevation du ſixiéme point, & l'autre ſur celle de deux points au deſſous.

Il avouë qu'il n'êtoit pas preſent à l'experience & que ce qu'il dit de l'êtenduë de chaque coup, n'eſt que ſur le raport des autres, qui lui firent entendre que le premier coup au ſixiéme point avoit porté à la longueur de 1972 perches Veroneſes qui ſont à peu prés égales à nos toiſes, & l'autre coup au deuxiéme point au deſſous du ſixiéme, à la longueur de 1872.

Surquoy il fait cette reflexion qu'il faut dans la ſupputation de ces deux nombres, qu'il y ſoit arrivé de trois choſes l'une ; ou que l'on n'ait pas meſuré exactement l'êtenduë de ces deux coups ; ou que l'on ne la lui ait pas rapportée au juſte ; ou que la piece au ſecond coup ait été plus chargée ou de meilleure poudre qu'au premier : parce, dit-il, que la raiſon lui fait conoitre que la portée du ſecond coup ne devoit pas être ſi grande à proportion du premier.

S'il avoit marqué de combien elle devoit être moindre, nous pourrions tirer quelque conoiſſance de ſes ſentimens ; Mais il ne dit rien de plus.

Liv. I. Chap. VI. Autres decouvertes de Tartaglia.

Ce qu'il dit neanmoins que le ſecond coup ne devoit pas être ſi grand, eſt veritable ; car l'angle droit de l'Equerre étant partagé en 12 parties égales, chaque point contient 7 $\frac{1}{2}$ deg., & partant l'élevation à deux points au deſſous du ſixiéme eſt à 15 deg. ſous le demy droit, c'eſt à dire à 30 deg. ; ſuivant laquelle la portée ne devoit être au vrai que de 1710 perches, ſi celle de 45 deg. avoit été de 1972.

Cette difference ſi notable me fait conjecturer qu'il y a faute au texte de l'Auteur, & qu'au lieu de deux points au deſſous du ſixiême, il faut lire un point au deſſous du ſixiéme ; Car la portée du ſecond coup de 1872 perches, ſuppoſé que celle du premier coup à l'élevation de 45 degrés fut de 1972, demande l'élevation de prés de 36 deg., qui n'eſt pas élognée de celle du cinquiéme point de l'Equerre, qui eſt un point au deſſous du ſixiéme.

Suppoſant donc, ce qui eſt tres veritable, que les differentes étenduës des coups de volée ne ſuivent point du tout la proportion des points de l'Equerre de *Tartaglia* ; il paroît que pour s'en ſervir avec quelque utilité, il faudroit que le Canonier éprouvât ſa piece élevée à tous les

LIV. I. CHAP. VI. Autres dé couvertes de Tartaglia.

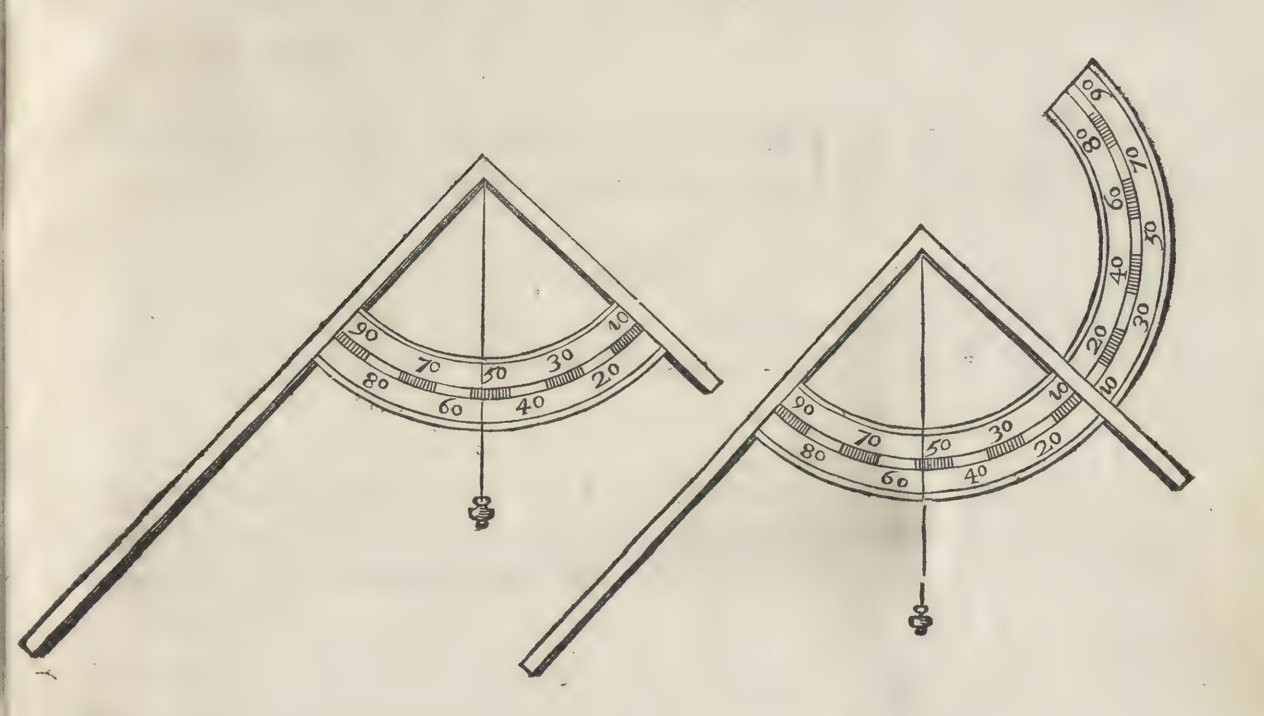
points & même à toutes les minutes de ſon Equerre, & qu'ayant exactement meſuré toutes les portées, il ſe ſouvint preciſement de chacune pour s'en ſervir quand il auroit beſoin de la faire chaſſer à une diſtance égale. Deplus il faudroit qu'il ſe ſouvint de donner toûjours la même charge & la même poudre à ſa piece ; autrement ſes experiences ſeroient inutiles. Et ce qui eſt de plus incomode, c'eſt qu'elles ne lui pourroient ſervir en aucune maniere pour les coups tirés d'une autre piece ; ſur laquelle il faudroit qu'il fit de nouvelles épreuves. Deſorte que comme il eſt moralement impoſſible de faire un art ſur la ſuppoſition de tant & de ſi differentes experiences, & dont il eſt même tres-difficile de ſe ſouvenir ; Il paroît que cet inſtrument ne ſert à proprement parler qu'à faire parade d'une fauſſe capacité.

L'utilité que les plus habiles d'entr'eux ont accoutumé d'en tirer, eſt de remarquer au juſte l'élevation des premier coups, qu'ils tirent, comme j'ay dit, ſur l'eſtime de la diſtance & ſur la conoiſſance qu'il ont à peu prés par la pratique de la portée de leur piece ou de leur mortier. Auquel cas l'Equerre ordinairement diviſée par degrez eſt bien plus univerſelle & peut ſervir à beaucoup d'autres uſages.

Elle eſt, comme celle de *Tartaglia* compoſée de deux bras inégaux à angles droits, dont le plus

plus grand ſert à mettre dans la piece, ou dans le Mortier. Le quart de Cercle eſt diviſé en 90 degrez à commencer du bras le plus court, & le plomb eſt attaché par un filet au centre. Quelques uns font paſſer l'arc de cercle au dela du plus petit bras, afin de s'en ſervir pour les coups pointés au deſſous du rés de chauſſée.

LIV. I. CHAP. VI. Autres decouvertes de Tartaglia.



Liv. II.

LIVRE SECOND.

Sentimens des Auteurs modernes ſur la nature du jet des Bombes.

CHAPITRE PREMIER.

Sentiment de Diego Vſano ſur les coups de volée.

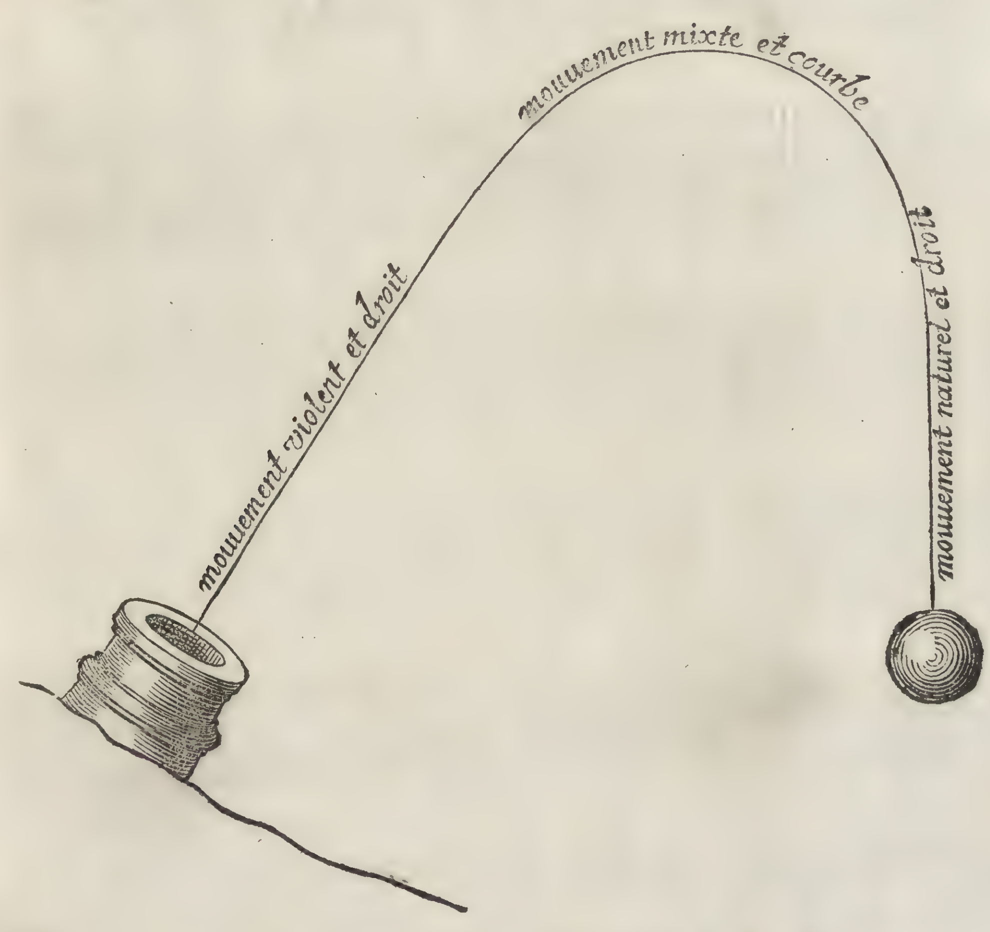
Chap. I. Sentiment de Diego Ufano ſur les coups de volée.

UN Capitaine Eſpagnol appellé *Diego Vſano* qui avoit long temps ſervi dans l'Artillerie aux guerres de Flandre, & particulierement au ſiege d'Oſtende fit, en l'année 1611, imprimer un livre rempli de beaucoup de doctrine ſur ce ſujet, dans lequel entr'autres obſervations curieuſes, il enſeigne une maniere particuliere de calculer les portées des coups de volée : Laquelle eſt à la verité ſubtile & ingenieuſe ; mais elle n'eſt point veritable, parce que cet officier n'a pas conû la nature de la ligne courbe que le boulet décrit en paſſant dans l'air.

Il y diſtingue trois mouvemens, dont le premier qu'il appelle violent eſt en ligne droite, le ſecond qu'il appelle mixte eſt en ligne courbe, & le troiſiéme qu'il appelle mouvement pur ou naturel eſt auſſi en ligne droite. C'eſt à

dire qu'il conçoit que la force de la poudre communique au boulet un mouvement qui le porte en ligne droite ſuivant la direction de la piece tant que cette force eſt aſſez grande ;

LIV. II. CHAP. I. Sentiment de Diego Ufano ſur les coups de volée.



mais lors que ſe rallentiſſant elle vient à être égallée par la peſanteur du boulet, la direction de la ligne ſe change, & elle devient courbe

Liv. II.
Chap. I.
Sentiment de Diego Ufano sur les coups de volée.

par le mélange des deux impreſſions : Et cette courbe devient droite & perpendiculaire lorſque la peſanteur, ayant entierement ſurmonté & même effacé la force imprimée par le feu, elle ſe trouve en liberté de porter le boulet en ligne droite vers le centre de la terre.

Ce ſentiment lui eſt commun avec la plûpart des Ingenieurs & Canoniers Italiens & Allemans, qui n'ont pas compris que la gravité d'un corps n'eſt jamais oiſive ; & que quelque violente que puiſſe être l'impreſſion du feu du Canon qui porte le boulet ſuivant la direction de la piece, elle n'empêche pourtant point que le boulet au ſortir de ſa bouche, ne ſe porte toûjours vers le centre de la terre avec les mêmes degrés de viteſſe, dans les mêmes proportions des temps, & par les mêmes intervalles, que s'il tomboit de lui-même ou de ſon propre poids ſans être autrement tranſporté. Et ce mouvement de cheute étant different de celui de l'impreſſion, il altere neceſſairement la ligne de la direction du boulet, laquelle par ce moyen ne peut jamais être droite comme ils le pretendent. Mais cette matiere ſera cy-aprés expliquée plus particulierement.

CHAPITRE II.

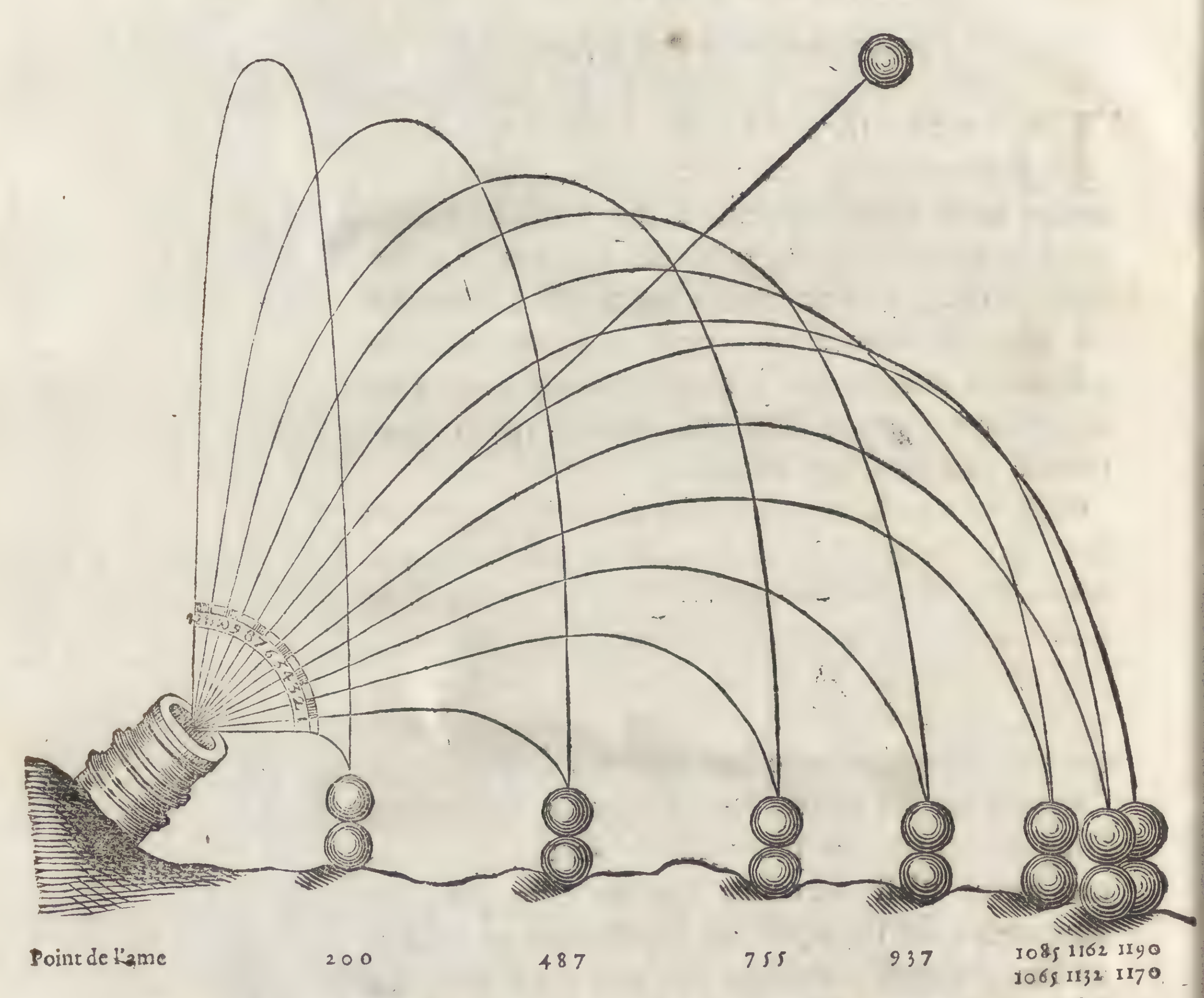
Decouvertes du même Ufano.

DIEGO UFANO est neanmoins un des premiers qui aient sçû que les portées des coups tirés sous l'élevation des points de l'Equerre également élognez du sixiéme, étoient égales. C'est à dire qu'une piece de Canon ou un mortier pointé au septiéme point chassoit justement autant que lors qu'il étoit pointé au cinquiéme, & au huitiéme autant qu'au quatriéme. Et ainsi des autres.

Voici une de ses figures ou les chiffres des portées sont tirés de ses Tables dont nous parlerons cy-aprés. Il y a des fautes considerables dans ceux de la figure de son livre que j'ay corrigées dans celle-ci, ou j'ay mis les portées à peu prés dans la distance qu'elles doivent être à proportion des nombres qui leur repondent; ce qui n'est pas dans celle de l'Auteur où les portés sont élognées également l'une de l'autre. Sa plus grande portée au sixiéme point n'est marquée que de 1170 pas, au cinquiéme de 1132, & au quatriéme de 1065; au lieu desquels nombres j'ay mis 1190 pas pour le sixiéme point, 1162 pour le cinquiéme, & 1085 pour le quatriéme. Je diray les raisons de ce changement lors que j'auray expliqué la me-

Liv. II. Chap. II. Decouvertes du méme Ufano.

tode generale qu'il enseigne pour calculer les portées.



Outre les nombres qu'il donne pour les coups élevés aux points de l'Equerre de *Tartaglia*, il donne une suite entiere pour les élevations

Liv. II. Chap. II. Decouvertes du même Ufano.

à chaque degré, dans laquelle ſuppoſant, comme il a fait dans ſa figure, que la portée du coup de point en blanc, qu'il appelle le point de l'ame, ſoit de 200 pas à 2 $\frac{1}{2}$ pieds pour pas; Il dit qu'à l'élevation d'un degré elle ſera de 244 pas; à celle de 2 degrés de 287. &c. ceque j'ay reduit en cette table; dans laquelle il paroît, comme j'ay dit, qu'il a pris les nombres qui ſont dans ſa figure. Car le premier eſt en l'un & en l'autre pour le coup de point en blanc; Le ſecond au premier point de l'Equerre, qui eſt élevé à 7 $\frac{1}{2}$ degrés repond ſeulement au 7 deg., de la table; Le troiſiéme au ſecond point repond, comme il faut, au 15 deg.; Le quatriéme ſur le troiſiéme point qui eſt élevé à 22 $\frac{1}{2}$ deg., repond au 22; Le cinquiéme ſur le quatriéme point, repond auſſi, comme il faut, à 30 deg.; Le ſixiéme ſur le cinquiéme point élevé à 37 $\frac{1}{2}$ degré, repond à

TABLE D'UFANO.

degrez.	portées.	
0	200 pas.	
1	244	44
2	287	43
3	329	42
4	370	41
5	410	40
6	449	39
7	487	38
8	524	37
9	560	36
10	595	35
11	629	34
12	662	33
13	694	32
14	725	31
15	755	30
16	784	29
17	812	28
18	839	27
19	865	26
20	890	25
21	914	24
22	937	23
23	959	22
24	980	21
25	1000	20
26	1019	19
27	1037	18
28	1044*	17
29	1056*	16
30	1065*	15
31	1079*	14
32	1082	13
33	1094	12
34	1105	11
35	1115	10
36	1124	9
37	1132	8
38	1149	7
39	1155	6
40	1160	5
41	1164	4
42	1167	3
43	1169	2
44	1170	1
45	1171.	1

LIV. II. CHAP. II. Decouvertes du même Ufano.

37 ; & le dernier ſur le ſixiéme point élevé à 45 deg. repond à 44 deg.

Cette table à des défauts. Le premier eſt que donnant une aſſés grande étenduë à la portée de point en blanc, il en donne autant à celle du douziéme point de l'Equerre, c'eſt à dire lors que la piece eſt pointée perpendiculairement ; Ce qui eſt impoſſible. Car quoy que l'étenduë de point en blanc puiſſe être aucunement conſiderable, tant parce que la piece eſt ordinairement quelques pieds au deſſus du rez de chauſſée, qu à cauſe que la poudre éleve le boulet au dedans de l'ame du Canon, & fait que ſortant de la bouche il eſt naturellement porté en haut, comme nous l'expliquerons mieux cy-aprés ; l'on ne peut pas dire neanmoins que le boulet d'une piece pointée à plomb puiſſe monter autrement qu'à plomb & deſcendre par un autre chemin que celui par lequel il eſt monté.

L'autre défaut eſt que les nombres ne ſe ſuivent pas par tout avec proportion, & particulierement depuis le nombre qui repond au 29 deg.; car dans tous les chiffres de la table il paroit que leurs differences diminuent également & qu'ils ſont moins élognés l'un de l'autre à meſure qu'il repondent à plus grand nombre de degrez ; cependant la difference des deux nombres 1037 & 1044 qui repondent à 27 & 28 deg.,

deg. n'eſt que 7 ; celle des nombres 1044 & 1050 repondans à 28 & 29 deg. n'eſt que 6 ; qui ſont l'une & l'autre beaucoup moindres que la difference des deux nombre ſuivans 1050 & 1065 repondans à 29 & à 30 deg. , qui eſt 15.

LIV. II. CHAP. II. Decouvertes du même Uſano.

Un autre défaut eſt qu'il ne donne rien pour l'étenduë de la plus grande élevation de 45 deg ; Il dit ſeulement qu'elle doit être d'un pas plus grande que celle de 44 deg. ; & comme la difference des portées à l'élevation de 43 & 44 degrés n'eſt auſſi que d'un pas , il s'enſuit que ces differences ſont égales, c'eſt à dire hors de la proportion de toutes les autres.

Tout ceci me fait preſumer que ni les nombres de cette table ni la regle qui les a produits , ne ſont point de l'invention de cet Auteur ; & qu'il peut être que lui ayant été communiquez d'ailleurs , il les a tranſcrits ſans les bien entendre & avec aſſez de deſordre ; ce qui ſe conoîtra encore mieux dans la ſuite.

CHAPITRE III.

Pratique d'Uſano examinée.

VOICY cependant cette regle ou pratique , que j'appelle fort ingenieuſe , & qu'il nous donne pour calculer l'étenduë de de tous les coups de volée en toutes ſortes d'é-

CHAP. III. Pratique d'Uſano examinée.

LIV. II. CHAP. III. Pratique d'Ufano examinée.

levation. Il fait premierement l'épreuve de sa piece à l'élevation d'un degré, qu'il appelle à raz de metail, dont il mesure l'étenduë. Il en divise le nombre des mesures par 50 & multiplie le quotient par 11; Le produit est ce qu'il nomme la *totale progression*, laquelle il faut ajouter au premier nombre pour avoir l'étenduë du coup à l'élevation de 2 deg., & ainsi de suite, en le diminuant neanmoins à chaque fois d'un autre nombre qui lui vient en divisant cette totale progression par 44.

Ainsi supposant, comme il dit, que sa piece élevée à raz de metail ou à un degré, ait porté à 1000 pas; il divise 1000 par 50, & le quotient qui est 20 multiplié par 11, donne 220 pour le nombre qu'il appelle *la totale progression*, qu'il faut toujours ajouter de degré en degré, le diminuant toute fois à chacun du nombre de 5 qui vient de la division de 220 par 44.

Ceci posé : l'élevation d'un degré donnant 1000 pas; celle de deux degrez donnera 1220; celle de 3 deg. 1435, qui vient en ajoutant 220 moins 5 ou 215 au precedent 1220; celle de 4 deg. 1645 fait en ajoutant 215 moins 5 ou 210 au precedent 1435; Celle de 51 degré 1850 provenant de l'addition de 210 moins 5 ou 205 au precedent 1645; Et ainsi des autres. Dont j'ay fait la table suivante, dans laquelle j'ay mis non seulement les degrés depuis un jusqu'à 45 en mon-

tant. Mais même ceux qui leur repondent depuis 90 jusqu'à 45 en descendant. J'ay aussi mis à côté les differences qui diminuent de cinq à chaque degré.

Liv. II. Chap. III. Pratique d'Ufano examinée.

La table precedente a été tirée de la même regle, ce que Ufano n'a peut-être pas compris; il faut seulement poser que la portée de 200 pas qu'il dit être celle de but en blanc, & qu'il appelle le point de l'ame, est celle de l'élevation d'un degré ou à raz de metail ; Car par ce moïen divisant 200 par 50 & multipliant le quotient 4 par 11, vous aurez 44 pour le nombre de *la totale progression*, lequel étant divisé par 44 donne 1 pour le nombre qu'il faut ôter de la progression à chaque degré.

Ainsi posant 200 pour 1 degré, nous aurons 244 pour 2 degrez ; & pour 3 degrez 287 qui vient de l'addition de la progression 44 moins 1 ou 43, au nombre precedent 244 ; Pour 4 degrez 329 en ajoutant 43 moins 1 ou 42, au precedent 287 ; & pour 5 degrez 370 en ajoutant 42 moins 1 c'est à dire 41, au nombre precedent 329 ; Et ainsi des autres.

Par ce moyen l'on conoît la plus grande étenduë à l'élevation de 45 deg. proportionnée à toutes les autres. Deplus l'on decouvre l'erreur qui s'est faite dans la suite des nombres de la table de l'Auteur, qui repondent au 29 deg.: Car au lieu de 1044 qui n'est élogné que de 7

Liv. II. Chap. III. Pratique d'Ufano examinée.

TABLES SUR L'HYPOTHESE D'UFANO.

degrez		portées	differ.
90	0	0	0
89	1	1000	0
88	2	1220	220
87	3	1435	215
86	4	1645	210
85	5	1850	205
84	6	2050	200
83	7	2245	195
82	8	2435	190
81	9	2620	185
80	10	2800	180
79	11	2975	175
78	12	3145	170
77	13	3310	165
76	14	3470	160
75	15	3625	155
74	16	3775	150
73	17	3920	145
72	18	4060	140
71	19	4195	135
70	20	4325	130
69	21	4450	125
68	22	4570	120
67	23	4685	115
66	24	4795	110
65	25	4900	105
64	26	5000	100
63	27	5095	95
62	28	5185	90
61	29	5270	85
60	30	5350	80
59	31	5425	75
58	32	5495	70
57	33	5560	65
56	34	5620	60
55	35	5675	55
54	36	5725	50
53	37	5770	45
52	38	5810	40
51	39	5845	35
50	40	5875	30
49	41	5900	25
48	42	5920	20
47	43	5935	15
46	44	5945	10
45.		5950	5.

deg.		portées	differ.
90	0	0	0
89	1	200	0
88	2	244	44
87	3	287	43
86	4	329	42
85	5	370	41
84	6	410	40
83	7	449	39
82	8	487	38
81	9	524	37
80	10	560	36
79	11	595	35
78	12	629	34
77	13	662	33
76	14	694	32
75	15	725	31
74	16	755	30
73	17	784	29
72	18	812	28
71	19	839	27
70	20	865	26
69	21	890	25
68	22	914	24
67	23	937	23
66	24	959	22
65	25	980	21
64	26	1000	20
63	27	1019	19
62	28	1037	18
61	29	1054*	17
60	30	1070*	16
59	31	1085*	15
58	32	1099	14
57	33	1112	13
56	34	1124	12
55	35	1135	11
54	36	1145	10
53	37	1154	9
52	38	1162	8
51	39	1169	7
50	40	1175	6
49	41	1180	5
48	42	1184	4
47	43	1187	3
46	44	1189	2
45		1190	1

du precedent 1037, il faut mettre 1054 afin que la difference soit 17; & au lieu de 1050 qui vient aprés, il faut mettre 1070; Et 1085 au lieu de 1065; & ainsi des autres, comme on le voit dans la seconde Table que j'ay corrigée & faite pour ce sujet, ou les nombres & les differences sont marquées.

LIV. II. CHAP. III. Pratique d'Ufano examinée.

J'ay dit que cette regle ètoit subtile & ingenieuse, mais qu'elle n'ètoit point veritable; Parce que l'on a reconu par l'experience & par la raison, que les coups de volée d'un Canon ou d'un mortier selon les differentes élevations, suivent une proportion beaucoup élognée de celle-cy. Car posé que le coup au premier degré soit de 1000 mesures; Il sera de 2000 à deux degrez qui est bien loin de 1220; de 2991 au troiziéme deg. au lieu de 1435; de 28653 au quarante cinquiéme deg. qui est plus de cinq fois 5950 & ainsi des autres.

Ainsi posant que le coup au premier degré soit de 200 pas; au second il sera de 400 & non pas de 244; au troiziéme de 595 au lieu de 287; au quarante-cinquiéme de 5730 au lieu de 1190; Et ainsi du reste, dont j'ay mis ici les deux tables par avance, afin que les comparant aux precedentes, l'on en puisse mieux reconoître les deffauts; qui paroîtront encore plus clairement, lors que l'on aura bien compris ce que je diray cy-aprés de la nature du mouvement.

Liv. II.
Chap. III.
Pratique d'Ufano examinée.

PORTEES VERITABLES SUR LES POSITIONS D'UFANO.

degrez		portées
90	0	0
89	1	1000
88	2	2000
87	3	2991
86	4	3986
85	5	4974
84	6	5957
83	7	6931
82	8	7897
81	9	8854
80	10	9799
79	11	10733
78	12	11307
77	13	12559
76	14	13449
75	15	14327
74	16	15186
73	17	16023
72	18	16842
71	19	17642
70	20	18412
69	21	19175
68	22	19897
67	23	20605
66	24	21292
65	25	21948
64	26	22579
63	27	23180
62	28	23754
61	29	24301
60	30	24811
59	31	25298
58	32	25757
57	33	26117
56	34	26567
55	35	26922
54	36	27152
53	37	27541
52	38	27805
51	39	28029
50	40	28218
49	41	28372
48	42	28496
47	43	28584
46	44	28636
45		28653

degrez		portées.
90	0	0
89	1	200
88	2	400
87	3	595
86	4	797
85	5	994
84	6	1190
83	7	1386
82	8	1578
81	9	1770
80	10	1958
79	11	2146
78	12	2272
77	13	2510
76	14	2688
75	15	2864
74	16	3036
73	17	3204
72	18	3368
71	19	3528
70	20	3682
69	21	3834
68	22	3978
67	23	4120
66	24	4258
65	25	4388
64	26	4514
63	27	4636
62	28	4750
61	29	4860
60	30	4962
59	31	5058
58	32	5150
57	33	5234
56	34	5312
55	35	5384
54	36	5450
53	37	5508
52	38	5560
51	39	5604
50	40	5642
49	41	5674
48	42	5698
47	43	5716
46	44	5726
45		5730

CHAPITRE IV.

Pratique de Louïs Collado examinée.

LA pratique manuelle de l'Artillerie de Louïs Collado Ingenieur du Rey d'Espagne dans le Milanois, avoit été imprimée quelque temps avant le livre de Diego Ufano dont nous venons de parler. Cet auteur fait un Chapitre dans son troisiéme livre, de la maniere de tirer des balles avec le mortier; dans lequel il explique principalement la necessité qu'il y a d'en fortifier les affuts, à cause que les mortiers ne reculant point comme les pieces de Canon, c'est aux affuts à porter tout l'effort du coup. Puis ayant fait voir comme il faut les charger, il dit que leur usage n'est point pour battre des murailles ny pour tirer de point en blanc, mais bien pour êlever de telle maniere la balle en haut par un mouvement violent & forcé, que venant à tomber de son mouvement naturel, elle puisse nuire aux ennemis dans l'endroit que l'on desire; ce qui ne se fait, dit-il, que par le moyen des *points de l'Equerre* & donnant à la piece ou au mortier l'êlevation que demande la chose à laquelle on tire, qui est une pratique que l'on laisse *au jugement d'un bon Canonier*.

Liv. II. Chap. IV. Pratique de Loüis Collado examinée.

Il croyoit ce que la plûpart des Canoniers ont crû devant & aprés lui, que le boulet au ſortir de la bouche du Canon marchoit en ligne droite tant que la force de l'impreſſion de la poudre êtoit plus grande que celle de ſa peſanteur, & qu'il décrivoit une ligne courbe auſſi-tôt que le poids pouvoit contrebalancer la force mouvante; laquelle courbe degeneroit enfin en ligne droite & perpendiculaire, quand le poids ſe trouvoit le plus fort. Il a ſçû que la plus grande portée d'une piece êtoit au ſixiéme point de l'Equerre; mais il a crû que celles des points au deſſus êtoient moindres que celles des points qui leur repondent au deſſous.

Il rapporte même une experience, qu'il a faite avec un fauconneau de trois livres de balle élevé ſuivant les divers points de l'Equerre, ſur laquelle il conſeille les Canoniers de ſe regler pour les portés de toutes leurs pieces. Il dit donc que ſon fauconneau pointé à niveau de l'ame à chaſſé 368 pas; au premier point de l'Equerre 326 pas au dela, qui font, dit-il, en tout 594; au ſecond point 200 pas deplus, qui font en tout 794; au troiſiéme point 160 pas deplus, & en tout 954; au quatriéme point 56 pas au dela, & en tout 1010; au cinquiéme point 30 pas deplus, & en tout 1040; Et au ſixiéme point ſeulement 13 pas au dela qui font en tout 1053 pas pour la plus grande portée.

Il

Il ne rapporte point les nombres des pas des portées de ſon fauconneau êlevé au deſſus du ſixiéme point ; il dit ſeulement qu'au ſeptiéme point ſa balle chût pluſieurs pas en deçà de la portée du ſixiéme ; au huitiéme point elle tomba entre la portée du troiſiéme & du ſecond point ; au neuviéme point entre celle du ſecond & du premier. Et qu'au dixiéme point la balle chût tout prés de la piece.

LIV. II. CHAP. IV. Pratique de Loüis Collado examinée.

Je ne m'arreteray pas à raiſonner ſur le rapport de cet Auteur & ſur le peu de ſeureté qu'il y a à ces experiences. Je diray ſeulement en paſſant qu'il y a faute dans les chiffres de ſes nombres, & qu'il faut qu'au premier point de l'Equerre ſa piece n'ait pas chaſſé, comme il dit, 326 pas plus loin qu'elle n'avoit à niveau de l'ame ; mais ſeulement 226 pas, parce que 368 & 326 ne font pas, comme il dit, 594 mais bien 694.

CHAPITRE V.

Sentiment de Rivaut de Flurance.

IL parut au commencement de ce ſiecle un livre des êlemens de l'Artillerie composé par un nommé Rivaut de Flurance, qui pretend demontrer la plûpart des effets du Canon ſur les principes de la Philoſophie d'Ariſtote ; il y enſeigne une doctrine particuliere pour la diffe-

CHAP. V. Sentiment de Rivaut de Flurance.

LIV. II. CHAP. V. Sentiment de Rivaut de Flurance.

rence des portées d'une piece ſuivant ſes differentes inclinations ; laquelle eſt tellement élognée de la verité & de la raiſon, que je ne voudrois pas m'arrêter à y contredire ; ſi je ne craignois que l'authorité de celui qui l'a produite, ne peut faire impreſſion ſur l'eſprit de ceux qui ne ſont pas capables d'en bien juger.

Car cet Auteur eſt le même David Rivaut de Flurance qui nous a depuis donné une traduction Latine des ouvrages Grecs d'Archimede avec quelques commentaires, où il prend le nom de Precepteur du Roy Louïs treize, à qui, comme je crois, il avoit enſeigné les Mathematiques.

C'êtoit un homme d'une tres-grande Erudition, qui avoit leu une infinité de bons livres, qui avoit une connoiſſance parfaite de la langue Grecque & des autres langues Orientales : Il avoit êtudié plus que mediocrement aux Mathematiques ; Et c'eſt un malheur pour lui d'avoir entrepris de travailler ſur les ouvrages d'Archimede & de n'avoir pas conû que ſes forces n'êtoient pas ſuffiſantes pour un ſi grand fardeau.



Liv. II.
Chap. VI.
Origine des Arquebuses à vent.

CHAPITRE VI.

Origine des Arquebuses à vent.

JE crois devoir dire ici en passant qu'il donne dans son livre des élements de l'Artillerie, la figure & la construction d'une Arquebuse à vent qui avoit été inventée par un nommé *Marin Bourgeois de Lizieux* & presentée au Roy Henry le Grand ; afin de desabuser ceux qui ont crû que l'on en devoit le secret à des ouvriers d'Hollande qui en ont debité depuis lui.

CHAPITRE VII.

Pratique de Rivaut examinée.

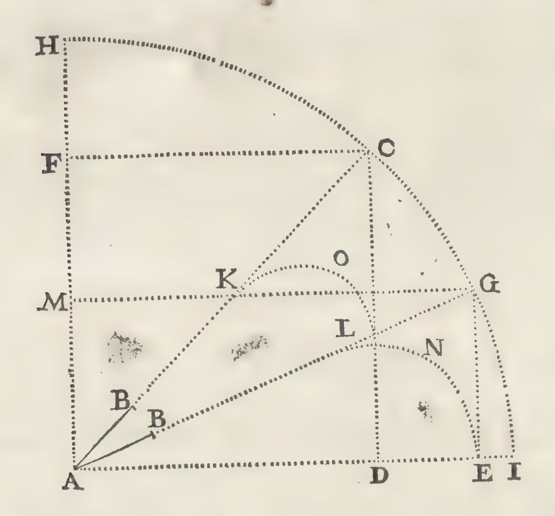
Chap. VII.
Pratique de Rivaut examinée.

VOICI ce qu'il juge sur la difference des portées du Canon. Il en distingue de trois sortes qu'il appelle *la portée du point en blanc, la portée moyenne & la portée morte.* La portée du point en blanc est, dit-il, la ligne droite que la balle décrit jusqu'à ce que sa pesanteur commence à vaincre la force mouvante & decliner en l'arc de sa chûte. La portée moyenne est la ligne de la portée de point en blanc conduite droit jusqu'à ce qu'elle rencontre la

Liv. II. Chap. VII. Pratique de Rivaut examinée.

perpendiculaire élevée ſur l'horizon au point où la balle eſt tombée. La portée morte eſt la diſtance entre le Canon & le lieu où la balle eſt tombée à terre. Ce qu'il explique par cette figure.

Le Canon AB eſt pointé ſuivant les angles IAC ou IAG : le boulet ſortant de ſa bouche marche, dit-il, en ligne droite juſqu'en K ou en L, où la peſanteur commençant à vaincre la



force mouvante, il commence à marcher par la ligne courbe KO, ou LN & tomber enſuite aux points D&E; d'où élevant des perpendiculaires DC & EG qui rencontrent en C& en G les droites AK & AL prolongées ; il dit que la ligne droite AK ou AL eſt *la portée de point en blanc*; AC ou AG *la portée moyenne*; & AD ou AE *la portée morte*.

Enſuite aprés avoir dit que les portées de

point en blanc ne se peuvent conoître que par l'experience & en reculant ou avançant la piece jusqu'à ce qu'étant pointée au niveau de l'ame, elle chasse precisement à un but determiné ; il suppose par maniere de Petition que la portée moyenne soit la même dans toutes les élevations, d'où il conclud que les portées mortes sont entr'elles comme les sinus du complement des angles dans lesquelles la piece est êlevée. C'est à dire que la portée A E de la piece élevée en I A G, est à la portée A D de la même piece êlevée en I A C, comme le sinus du complement de l'angle I A G, est au sinus du complement de l'angle I A C.

Liv. II. Chap. VII. Pratique de Rivaut examinée.

Car supposé que les droites A C & A G qui sont les portées moyennes, soient égales, ainsi qu'il le demande, le Cercle I G C H decrit du centre A, passera par G & par C ; & les perpendiculaires G E & C D seront les sinus des angles I A G & I A C, & les droites G M & C F seront les sinus de leurs complemens ; mais les droites G M & C F sont êgales aux portées mortes A E & A D ; donc les portées mortes sont entr'elles comme les sinus de complement des angles de leurs inclinations. Ce qui est vray sur cette hypothese que les portées moyennes A G & A C soient égales ; Mais comme c'est une supposition fausse, il ne faut pas s'êtonner de la fausseté de la conclusion.

LIV. II. CHAP. VII. Pratique de Rivaut examinée.

Et ſans m'arrêter à une plus longue diſcuſſion, il ſuffit de prendre garde que par ce raiſonnement toutes les portées depuis celle du niveau de l'ame juſqu'à celle du ſixiéme point, vont toûjours en diminuant; Car la portée A I du niveau de l'ame eſt plus grande que la portée A E qui eſt de la piece élevée par exemple au troiſiéme point; & la portée A E plus grande que A D à l'élevation du ſixiéme point; Et ainſi des autres. Ce qui eſt abſolument faux : Et l'experience nous fait voir que les portées vont toûjours en augmentant juſqu'au ſixiéme point, c'eſt à dire juſqu'à l'élevation de 45 degrez; aprés lequel elles diminuent juſqu'à celle de 90 degrez qui eſt du douziéme point de l'Equerre, mais avec une proportion extrêmement élognée de celle des ſinus de complement des angles de leurs inclinations.

CHAPITRE VIII.

Le grand Art de l'Artillerie de Siemienowski.

CHAP. VIII. Le grand Art de l'Artillerie de Siemienovuſki.

CAZIMIR SIEMIENOWSKI Gentilhomme Polonois & autrefois Lieutenant General de l'Artillerie de Pologne, à recherché avec un ſoin incroyable ce qui pouvoit appartenir à ce ſujet, dont il a fait un excellent livre en langue latine appellé *le grand Art de l'Ar-*

tillerie. La premiere partie en a été imprimée en Hollande en l'année 1650, & nous n'aurions peut-être rien à desirer sur cette matiere si la seconde partie avoit été donnée au public. Car il dit dans son avant propos que cette partie est pleine d'une infinité de belles conoissances, dont celles-cy, qui font à nôtre sujet, ne sont pas les moins considerables ; Promettant d'enseigner à fond l'Art de pointer le Canon & lui donner les élevations ou depressions necessaires pour les faire chasser à une distance donnée, & de sçavoir à quelle distance il portera suivant ses differentes élevations.

Liv II. Chap. VIII. Le Grand Art de l'Artillerie de Siemienovuski.

Il promet dans le second Livre une doctrine complete des mortiers, de leur origine, de leurs diverses figures, de leur usage, & des tables pour la proportion des portées en toutes sortes d'élevations. Mais toutes ces belles assurances sont vaines si cette seconde partie ne tombe un jour entre les mains de quelque personne qui veüille bien que le public en profite.

CHAPITRE IX.

Pratique de Daniel Elrich examinée.

JE pensois avoir recouvré ce tresor dans un Livre qui me fut dernierement envoyé du Grand Art de l'Artillerie traduit en Allemand

Chap. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

Liv. II. Chap. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

avec un ſupplement de la ſeconde partie, que je croïois être celle que l'Auteur nous avoit promiſe : Mais je me ſuis trouvé bien loin de mes eſperances, lors qu'en le liſant j'ay conu que ce ſupplement n'étoit pas de Siemienowſki, mais d'un autre appellé Daniel Elrich Maître Canonier ou Capitaine d'Artillerie de la Ville de Francfort ſur le Mein, où ce Livre a été imprimé en l'année 1676.

Ce n'eſt pas qu'il n'y ait beaucoup de bonnes choſes dans cet Ouvrage; mais au ſujet des Bombes, il n'y a rien qui puiſſe nous ſatisfaire. Quoique, dans le ſixiéme Chapitre de ſon ſixiéme Livre, il diſe que pour ſe ſervir utilement du mortier, il y faut employer l'Equerre, qui dans ſa figure eſt un Quart de Cercle diviſé en 90 degrés qu'il appelle points de 10 en 10. Pour cet effet il veut que l'on faſſe une croix de deux tringles de bois polies, à angles droits l'une ſur l'autre, & égales au diametre du mortier, pour pouvoir être placée horizontalement à fleur de ſa bouche; puis ayant fait un trou dans cette croix, il y fait entrer une pointe qui eſt à l'un des côtez du quart de cercle continué au deſſous de ſa circonference, afin que ce côté de l'Inſtrument ſoit par ce moïen perpendiculaire à la bouche du mortier, & partant parallele à la ligne de l'ame.

Aprés quoi il dit que le mortier étant ſitué à plomb,

plomb, la balle tombera à deux ou trois pas de l'affût: Quoy qu'il y en ait, dit-il, qui veulent qu'elle tombe precisement dans le mortier. Puis l'inclinant à l'angle de 10 deg. qu'il appelle le premier point, la balle s'en élognera à la distance de 200 pas; parce, dit-il, qu'il faut donner 20 pas pour chaque degré. A l'onziéme degré 220 pas. Au douziéme 245. Au treiziéme 265. Au quatorziéme 290. Au quinziéme 305. Au seiziéme 330. Au dixseptiéme 345. Au dixhuitiéme 370. Au dixneuviéme 400. Au vintiéme 430: Car il faut, dit-il, sçavoir que le jet devient plus bas à mesure que le mortier est panché, & chasse par consequent la balle par un plus grand Arc. Au troisiéme point qui est à 30 deg., la balle tombe à 775 pas. Au quatriéme c'est à dire à 40 deg., elle tombe à 935. Et si le Mortier est incliné à l'angle de 42 degrez, il fait alors le plus grand des jets de la balle qui est de 1050 pas. Quand il est panché au dela de 42 deg. jusqu'au sixiéme point qui est de 60 deg., la portée en est racourcie & la balle tombera comme elle a fait au quatriéme point ou à 40 deg., à la distance de 935 pas. Au septiéme point comme au troiziéme. Au huitiéme comme au premier. Et si on l'incline jusqu'à 90 deg.; Ce sera, dit-il, *un tir de noyaux*, & la balle ne s'arrêtera pas seulement dans le mortier en cette situation: Comme le tir à plomb s'éleve con- LIV. II. CHAP. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

Liv. II. Chap. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

tinuellement en l'air juſqu'à ce qu'il ſoit repouſſé en arriere par ſa peſanteur qui le fait retomber auprés du mortier.

Voila toute la doctrine de cet Auteur que j'ay voulu comprendre dans cette Table où les portées ſont marquées comme il l'ordonne à côté des degrez de l'Equerre. Surquoi il y a diverſes choſes à conſiderer. La premiere eſt que le jet au douziéme degré ſurpaſſant celui de l'onziéme de 25 pas ; Celui du treiziéme ne ſurpaſſe ſon precedent au douziéme que de 20 pas. Et celui du quatorziéme ſurpaſſant le treiziéme de 25 pas ; Celui du quinziéme n'excede ſon precedent au quatorziéme que de 15 pas. Ainſi le ſeiziéme ſurpaſſant le quinziéme de 25 pas ; le dixſeptiéme ne ſurpaſſe le ſeiziéme que de 15 pas. Qui ſont des irregularitez que la nature du jet des Bombes ne ſouffre pas ; qui veut que les diſtances augmentent toûjours dans une certaine proportion depuis 1 degré juſqu'à 45 ; d'où elles diminuent dans le même ordre juſqu'à 90. En ſecond lieu il êtablit la plus grande portée à l'angle de 42 deg., quoi qu'en effet elle ne ſoit dans ſa plus grande étenduë qu'à 45. Il paroit enfin qu'il s'eſt fort trompé quand il dit qu'au ſixiéme point, que l'on ne peut pas prendre autrement qu'à l'angle de 60 deg. , la balle tombe à la même diſtance où elle êtoit tombée au quatriéme ; Et au ſeptiéme comme au troizié-

LIV. II.
CHAP. IX.
Pratique de Daniel Elrich examinée.

	Portees d'Elrich.			Vrayes.	
	degrez	Pas		Pas de 5 pieds.	
	1	20		20	$1\frac{1}{2}$
	2	40		40	4
	3	60		61	
	4	80		81	2
	5	100		101	3
	6	120		121	3
	7	140		141	$2\frac{1}{2}$
	8	160		159	$2\frac{1}{2}$
	9	180		180	$2\frac{1}{2}$
1.	10	200	20	200	
	11	220	25	219	
	12	245	20	237	4
	13	265	25	256	2
	14	290	15	274	3
	15	305	25	292	2
	16	330	15	309	4
	17	345	25	327	3
	18	370	30	343	1
	19	400		360	
2	20	430		375	4
3	30	775		506	$2\frac{1}{2}$
4	40	935		575	4
	42	1050		581	3
	45			584	4
6	60	935		506	$2\frac{1}{2}$
7	70	775		375	4
8	80	220		200	

Liv. II. Chap. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

me. Ce qui est manifestement contraire à la raison & aux experiences, qui marquent que la portée au quatriéme point est la même que celle du cinquiéme ; celle du troiziéme égale à celle du sixiéme; celle du second à celle du septiéme ; celle du premier à celle du huitiéme, comme il dit ; Et enfin celle du neuviéme ou de 90 deg., à celle de 0 c'est à dire à la perpendiculaire.

Et pour faire mieux conoître de combien cette doctrine s'élogne de la verité, j'ay ajouté dans cette Table les veritables portées en pas & en pieds à cinq pieds pour pas, que je prens pour pas Geometriques ; supposant, comme il a fait, que la portée au premier point, c'est à dire à 10 degrés fut de 200 pas. Où il faut remarquer que je n'ay pas été scrupuleux dans les fractions, que j'ay prises pour rien quand elles se sont trouvées moindres qu'un tiers de pied ; pour un pied quand elles ont été au dessus des deux tiers ; Et pour un demi pied quand elles se sont rencontrées entre ces deux termes.



Sentiment de Galée.

CHAPITRE X.

Sentiment de Galée.

LE Pere Merſene Minime rapporte dans un traité qu'il a fait ſur cette matiere, qu'il appelle *de la Baliſtique*, qu'un nommé Galée autre fois Ingenieur de l'Archiduc Albert & du Marquis de Spinola, lui avoit donné un écrit de ſa main qui contenoit diverſes obſervations ſur les portées du Canon.

Cet homme croyoit, comme pluſieurs autres, que le boulet au ſortir de la piece faiſoit beaucoup de chemin en ligne droite, ce qu'il appelloit la portée de point en blanc; aprés quoy ſa route ſe changeoit en courbe juſqu'à ce qu'il fut à terre. Il appelloit l'étenduë entiere depuis la bouche du Canon juſqu'au point de ſa chûte ſur le plan de l'horiſon la portée morte; & par les experiences qu'il avoit faites il pretendoit que la portée de point en blanc êtoit à peu prés la moitié de la portée morte.

Il diſoit qu'aux gros Canons la portée de point en blanc de niveau, êtoit à celle de la plus grande volée, qui ſe faiſoit au ſixiéme point de l'Equerre c'eſt à dire ſous l'angle de 45 degrez, à peu prés comme 1 à 11; Q'aux de-

Liv. II. Chap. X. Sentiment de Galée.

mi Canons elle êtoit comme 1 à 10 $\frac{1}{2}$; Et qu'aux petites pieces elle n'êtoit que comme 1 à 10. D'où il conclud que la portée morte de niveau est à celle de la plus grande volée dans les gros Canons à peu prés comme 1 à 6, ou comme 1 à 5 aux petites pieces; Et que la portée de niveau êtoit à celle qui seroit faite sur l'élevation d'un degré comme 5 à 6, ou au plus prés comme 53 à 67, ou bien comme 14 à 17.

Il assûroit qu'aux coups de la plus grande volée sous l'élevation de 45 degrez, la portée de point en blanc, c'est à dire l'êtenduë dans laquelle le boulet marche en ligne droite, est à la portée de point en blanc horizontale comme 5 à 1, ou au moins comme 9 à 2. Et que continuant ensuite à monter, sa plus grande hauteur perpendiculaire n'est pas, ainsi que *Tartaglia* la crû, quadruple mais bien prés de quintuple de la portée de point en blanc horizontale. Deplus que cette plus grande hauteur perpendiculaire n'est pas élognée de la bouche du Canon d'une distance seulement sextuple, mais presque septuple de la même portée.

Cet Ingenieur s'est bien douté que la ligne que le boulet décrit dans la plus grande volée êtoit ou Hyperbolique ou Parabolique, non pas qu'il eut jamais fait aucun raisonnement approchant des causes & de la nature de cette ligne, mais seulement à l'œil & par la force de ses observations.

Au reste il donne à l'étenduë du plus grand coup de volée d'un Canon 16200 pieds; Et comme il suppose ainsi que nous avons dit, que la portée morte horizontale est à cette plus grande portée comme 1 à 6; il s'ensuit par son calcul que cette portée morte qui se fait de niveau & sans aucune élevation est de 2700 pieds.

LIV. II. CHAP. X. Sentiment de Galée.

CHAPITRE XI.

Pratique de Galée examinée.

SUR ce fondement il fait une table pour les portées d'une piece en toutes sortes d'élevations, qui est encore plus ingenieuse que celle d'Ufano que nous avons expliquée cy-devant, quoy qu'elle ne soit guere plus veritable: Car pour le dire en un mot, toutes ces raisons de bien seance ne quadrent point au genie de la nature.

LIV. II. CHAP. XI. Pratique de Galée examinée.

Pour cet effet il ôte l'étenduë de la portée morte horizontale, qui est comme il dit de 2700 pieds, de celle de la plus grande volée sous l'élevation de 45 degréz, qui est de 16200 pieds, pour avoir leur difference 13500; laquelle il divise par la somme de tous les nombres qui se suivent depuis 1 jusqu'à 45 c'est à dire par 1035, afin d'avoir $13 \frac{1}{23}$ au quotient, dont il se sert pour faire des soustractions continuelles

Liv. II. Chap. XI. Pratique de Galée examinée.

du nombre 16200, de degré en degré depuis 45 jusqu'à o en descendant ou en montant jusqu'à 90.

Ainsi donnant 16200 pieds pour la portée à 45 degrez, il donne à celle de 44 & de 46 degrés 16200 pieds moins $13\frac{1}{23}$ c'est à dire $16186\frac{22}{23}$; Et à la portée sous les angles de 43 & de 47 degrez $16186\frac{22}{23}$ moins deux fois $13\frac{1}{23}$ ou moins $26\frac{2}{23}$. C'est à dire $16160\frac{20}{23}$; Et à celle des angles de 42 & 48 degrez, $16160\frac{20}{23}$ moins trois fois $13\frac{1}{23}$ ou moins $39\frac{3}{23}$ c'est à dire $16121\frac{17}{23}$. Et ainsi du reste; en ôtant du nombre des pieds appartenants au precedent degré, le même nombre $13\frac{1}{23}$ multiplié autant de fois qu'il y a d'unitez entre 45 & le degré dont on veut avoir le nombre de pieds.

Ainsi pour avoir le repondant à 15 & à 75 degrez, qui est $10134\frac{18}{23}$ pieds, il faut ôter du nombre $10426\frac{2}{23}$ repondant aux degrez precedants 16 & 74, le nombre $391\frac{7}{23}$ produit de la multiplication de $13\frac{1}{23}$ par 30, (qui est celui des unitez, comprises entre 15 & 45.) Et pour avoir le nombre des pieds repondans à 26 & à 64 degrez, il ne faut que soustraire $247\frac{19}{23}$ produit de la multiplication de $13\frac{1}{23}$ par 19,) qui est le nombre des unitez contenuës entre 26 & 45, (du nombre des pieds $13869\frac{13}{23}$ repondant aux degrés precedents 27 & 63, afin d'avoir $13621\frac{17}{23}$. Et ainsi du reste.

Voici

Pratique de Galilée examinée.

Voici sa table, dans laquelle il y a quatre colonnes, dont les deux premieres contiennent les degrez de l'Equerre depuis 45 en descendant jusqu'à 0, & jusqu'à 90 en montant; La seconde contient une suite de nombres en progression Arithmetique dont le moindre & la difference sont 13 $\frac{1}{23}$. Les nombres de main gauche, tant dans cette colonne que dans la suivante, sont nombres entiers, & les derniers sont numerateurs de fractions dont le denominateur est toujours 23; d'où vient que 13. 1. qui repond à 45 degrez veut dire 13 $\frac{1}{23}$; 26. 2. repondant à 44 & à 46 degrez veut dire 26 $\frac{2}{23}$; 104. 8. repondant à 38 & à 52 degrez, fait 104 $\frac{8}{23}$; ainsi 16186. 22 repondant dans la quatriéme colonne à 44 & à 46 degrez, fait 16186 $\frac{22}{23}$; 14104. 8. qui repond à 28 & 62 degrez vaut 14104 $\frac{8}{23}$. Et ainsi des autres.

Ces nombres de la troisiéme colonne sont les differences de ceux qui leur repondent dans la quatriéme; il sont, comme nous avons dit, une suite continuelle de progression Arithmetique, dont le premier nombre & la difference est toujours 13 $\frac{1}{23}$; & ils naissent de la multiplication de ce nombre par celui des unitez contenuës entre 45 degrez & les degrez qui leur repondent; ainsi le premier sous 45 deg. étant 13 $\frac{1}{23}$; le second sous 44 & 46 deg. est 13 $\frac{1}{23}$ multiplié par 2 c'est à dire 26 $\frac{2}{23}$, le troisiéme sous 43 &

Liv. II.
Chap. XI.
Pratique de Galée examinée.

Table de Galée. — Table des veritable portées.

degrez		differences		portées		degrez		portées
45	45	13	1	16200	pieds	45	45	16200 pieds.
44	46	26	2	16186	22	44	46	16190
43	47	39	3	16160	20	43	47	16161
42	46	52	4	16121	17	42	48	16111
41	48	65	5	16069	13	41	49	16043
40	50	76	6	16004	8	40	50	15954
39	51	91	7	15926	2	39	51	15845
38	52	104	8	15834	18	38	52	15719
37	53	117	9	15730	10	37	53	15573
36	54	130	10	15613	1	36	54	15408
35	55	143	11	15482	14	35	55	15223
34	56	156	12	15239	3	34	56	15021
33	57	169	13	15082	14	33	57	14799
32	58	182	14	14913	1	32	58	14561
31	59	195	15	14730	10	31	59	14303
30	60	208	16	14534	18	30	60	14029
29	61	221	17	14326	2	29	61	13738
28	62	234	18	14104	8	28	62	13439
27	63	247	19	13869	13	27	63	13124
26	64	260	20	13621	17	26	64	12766
25	65	273	21	13360	20	25	65	12409
24	66	286	22	13086	22	24	66	12038
23	67	300		12800		23	67	11653
22	68	313	1	12500		22	68	11254
21	69	326	2	12186	22	21	69	10839
20	70	339	3	11860	20	20	70	10413
19	71	352	4	11521	17	19	71	9974
18	72	365	5	11169	13	18	72	9509
17	73	378	6	10804	8	17	73	9059
16	74	391	7	10426	2	16	74	8584
15	75	404	8	10134	18	15	75	8100
14	76	417	9	9730	10	14	76	7606
13	77	430	10	9313	1	13	77	6902
12	78	443	11	8882	14	12	78	6589
11	79	456	12	8439	3	11	79	6069
10	80	469	13	7982	14	10	80	5540
9	81	482	14	7513	1	9	81	5006
8	82	495	15	7030	10	8	82	4161
7	83	508	16	6534	18	7	83	3919
6	84	521	17	6026	2	6	84	3368
5	85	534	18	5504	8	5	85	2812
4	86	547	19	4969	13	4	86	2255
3	87	560	20	4421	17	3	87	1699
2	88	573	21	3860	20	2	88	1131
1	89	589	22	3286	22	1	89	565
0	90		23	2700	23	0	90	0

47 deg. est 13 $\frac{1}{23}$ multiplié par 3 ou 39 $\frac{3}{23}$; Le dixiéme sous 36 & 54 deg. est 13 $\frac{1}{23}$ multiplié par 10 ou 130 $\frac{10}{23}$; le vint deuxiéme sous 24 & 66 degrez est 13 $\frac{1}{23}$ multiplié par 22 ou 286 $\frac{22}{23}$. Et ainsi des autres.

Liv. II. Chap. XI. Pratique de Galée examinée.

La quatriéme colonne contient le nombre de pieds compris dans l'étenduë de la portée d'une piece élevée suivant les degrés qui leur repondent, posant que le coup de la plus grande volée sous 45 deg. soit de 16200 pieds, & que la portée purement horizontale soit de 2700 pieds. Ainsi la piece élevée suivant l'angle de 15 ou de 75 deg. chassera à la longueur de 10134 $\frac{18}{23}$ pieds, & à la longueur de 13869 $\frac{13}{23}$ si elle est élevée à l'angle de 27 ou 63 degrez.

Ces nombres, comme nous avons dit, naissent de la soustraction continuelle des differences qui leur repondent dans la troisiéme colonne; Ainsi le second 16186 $\frac{22}{23}$ se fait en ôtant du premier 16200 la difference qui lui repond 13 $\frac{1}{23}$; Le troiziéme 16160 $\frac{20}{23}$ vient du second 16186 $\frac{1}{23}$ dont on a ôté la difference qui lui repond 26 $\frac{2}{23}$; Le dixiéme 15613 $\frac{1}{23}$ se fait en ôtant du neuviéme 15730 $\frac{10}{23}$ sa difference 117 $\frac{9}{23}$; Le dernier 2700 en ôtant du precedent 3286 $\frac{22}{23}$ sa difference 586 $\frac{22}{23}$, & ainsi du reste.

Le même Pere Mersene dit dans la suite que plusieurs personnes sçavantes croïoient que Galée avoit eu cette table d'un autre Ingenieur

Liv. II. Chap. XI. Pratique de Galée examinée.

nommé Cognet. Mais ſoit qu'elle fut de lui ou d'un autre, pour faire voir de combien elle s'élogne des veritables portées des pieces. J'ay calculé, ſur la même ſuppoſition de 16200 pieds pour la plus grande volée de 45 degrés, une autre table qui eſt ſous les proportions que les portées gardent entre elles ſuivant leurs differentes inclinations; afin que comparant les nombres de ces deux tables, l'on puiſſe conoître de combien celle de Galée s'élogne du vray. Où l'on peut voir que leur difference n'eſt pas fort grande aux élevations des degrez qui ſont autour de 45, & qu'elle s'augmente toûjours à meſure que les élevations s'approchent de l'horizontale en diminuant, ou de la perpendiculaire en augmentant.

Surquoy il eſt à remarquer que cet Ingenieur donne à la piece pointée à plomb, ou ſous l'angle de 90 deg., la même portée de 2700 pieds qu'il attribue par ſon calcul à celle qui eſt pointée de niveau. Ce qui eſt abſurde.

CHAPITRE. XII.

Pratique des Bombardiers du Roy examinée.

Chap. XII. Pratique des Bombardiers du Roy examinée.

LE Roy ayant établi depuis quelques années une compagnie de Bombardiers & voulant les faire inſtruire dans l'art de jetter les

Bombes, à voulu qu'ils fiſſent, aux environs de S. Germain en Laye pendant qu'il y tenoit ſa Cour, diverſes experiences pour ce ſujet; ſur leſquelles il ont fait à leur maniere diverſes obſervations & tiré des conſequences ſuivant leur raiſonnement pour la conſtruction de certaines tables, qui marquent les differentes étenduës des portées ſelon la difference des élevations du mortier en tous les degrez de l'Equerre depuis 1 juſqu'à 45.

Liv. II. Chap. XII. Pratique des Bombardiers du Roy examinée.

Ils diſent donc que le mortier chaſſe plus ou moins ſelon qu'il eſt plus ou moins chargé de poudre. Et qu'un mortier par exemple de douze pouces de calibre chargé dans ſa chambre de deux livres de poudre menuë grenée, donne de degré en degré 48 pieds de difference de portées, & pour la plus grande étenduë ſous l'élevation de 45 deg. 2160 pieds. Le même mortier donnera de degré en degré 60 pieds de difference, s'il eſt chargé de deux livres & demi de la même poudre, & 2700 pieds pour la plus grande volée. Enfin il donnera 72 pieds de difference de degré en degré, ſi la charge eſt de trois livres de poudre menuë grenée, qui eſt la charge la plus forte de la chambre d'un mortier de douze pouces de calibre; & à l'élevation de 45 degrez, qui eſt comme ils diſent la plus grande volée, il chaſſera la Bombe à la diſtance de 3240 pieds.

Liv. II. Chap. XII. Pratique des Bombardiers du Roy examinée.

TABLES DES BOMBARDIERS POUR UN mortier de 12 pouces de Calibre.

1. Table à deux livres de poudre.

deg.	portées	
5	240 pieds.	
10	480	
11	528	diff.
12	576	48
13	624	
14	672	
15	720	
16	768	
17	816	
18	864	
19	912	
20	960	
21	1008	
22	1056	
23	1104	
24	1152	
25	1200	
26	1248	
27	1296	
28	1344	
29	1392	
30	1440	
31	1488	
32	1536	
33	1584	
34	1632	
35	1680	
36	1728	
37	1776	
38	1824	
39	1872	
40	1920	
41	1968	
42	2016	
43	2064	
44	2112	
45	2160	

2. Table à deux livres & demi.

deg.	portées.	
36	2160 pieds.	
37	2220	
38	2280	diff.
39	2340	60
40	2400	
41	2460	
42	2520	
43	2580	
44	2640	
45	2700	

3. Table à trois livres de poudre.

deg.	portées.	
37	2664 pieds	
38	2736	
39	2808	diff.
40	2880	72
41	2952	
42	3024	
43	3096	
44	3168	
45	3240	

Sur ce fondement ils ont fait les tables que voici. La premiere ſuppoſe que la chambre du

mortier eſt chargée de deux livres de poudre & eſt depuis 5 degrez juſqu'à 45 ; les nombres de pieds des portées ſe trouvent en ajoutant 48 pieds au precedent de degré en degré ; ainſi ajoutant 48 à 480 repondant à 10 degré, vous avez 528 pour 11 degrez, & 576 pour 12 en ajoutant 48 à 528, & 624 pour 13 degrez mettant 48 avec 576 & ainſi des autres.

La ſeconde à deux livres & demi de charge ne commence qu'à 36 degrez juſqu'à 45 ; parce que le mortier avec cette charge donne autant de chaſſe à la bombe à 36 degrez, qu'à 45 lors qu'il n'à que deux livres de poudre ; car l'étenduë de la portée eſt en l'un & en l'autre de 2160 pieds. Les nombres de pieds des portées ſe ſurpaſſent l'un l'autre de 60 pieds à chaque degré ; Ainſi 2220 du trente ſeptiéme degré vient de 2160 du trenteſixiéme & de 60 ajoutés enſemble, & 2280 du trentehuitiéme ajoutant 2220 avec 60. Et ainſi du reſte.

La troiſiéme à trois livres de poudre, qui eſt la plus grande charge que l'on doive donner à la chambre d'un mortier de douze pouces de calibre, ne commence par la même raiſon qu'à 37 degrez juſqu'à 45 ; parce qu'avec cette charge il chaſſe preſque auſſi loin ſous l'angle de 37 degrez, que ſous celui de 45 avec deux livres & demi de poudre. Les nombres de pieds des portées s'y ſuivent à chaque degré de 72 pieds ;

Liv. II. Chap. XII. Pratique des Bombardiers du Roy examinée.

ainsi ajoutant 72 à 2664 du trente-septiéme degré, vous aurez 2736 pour le trente-huitiéme; Et ajoutant 72 à 2736, l'on à 2808 pour le trente-neuviéme & 2880 pour le quarantiéme en ajoutant 72 à 2808. Et ainsi des autres.

Ils disent qu'un mortier de huit pouces de calibre chargé d'une demi livre de poudre menuë grenée, donne pour chaque degré d'élévation 42 pieds de difference de portée, & pour sa plus grande volée sous 45 degrez, donne 1890 pieds. Le même chargé de trois quarterons de la même poudre donne 62 pieds de difference de portées à chaque degré d'élevation, & pour la plus grande, qui est à 45 degrez, 2790 pieds. Et enfin avec une livre de poudre qui est la plus forte charge que l'on doive donner à la chambre d'un mortier de huit pouces de calibre; il donne 82 pieds de difference de portée à chaque degré d'élevation, & 3690 pieds pour sa plus grande étenduë sous l'angle de 45 degrez.

Voici les tables. La premiere à une demy livre de poudre commence à 5 degrez jusqu'à 45; & les nombres des portées se suivent en augmentant de 42 pieds à chaque degré. La seconde à trois quarterons de la même poudre ne commence qu'à 31 degrez, par ce qu'en cette élevation avec cette charge, la portée est plus grande que celle à 45 degrez avec une demi livre

TABLES DES BOMBARDIERS POUR UN mortier de huit pouces de Calibre.

1. Table à $\frac{1}{2}$ livre de poudre.

deg.	portées	
5	210 pieds.	
10	420	
11	462	diff.
12	504	42
13	546	
14	188	
15	630	
16	672	
17	708	
18	756	
19	798	
20	840	
21	882	
22	924	
23	966	
24	1008	
25	1050	
26	1092	
27	1134	
28	1176	
29	1218	
30	1260	
31	1302	
32	1344	
33	1386	
34	1428	
35	1470	
36	1512	
37	1554	
38	1596	
39	1638	
40	1680	
41	1722	
42	1764	
43	1806	
44	1846	
45	1870	

2. Table à $\frac{3}{4}$ livre de poudre.

deg.	portées.	
31	1922 pieds.	
32	1984	
33	2046	diff.
34	2108	62
35	2170	
36	2232	
37	2294	
38	2356	
39	2418	
40	2480	
41	2542	
42	2604	
43	2666	
44	2728	
4	2790	

3. Table à une livre de poudre.

deg.	portées.	
35	2870 pieds	
36	2952	
37	3034	
38	3116	diff.
39	3198	82
40	3280	
41	3362	
42	3444	
43	3526	
44	3608	
45	3690	

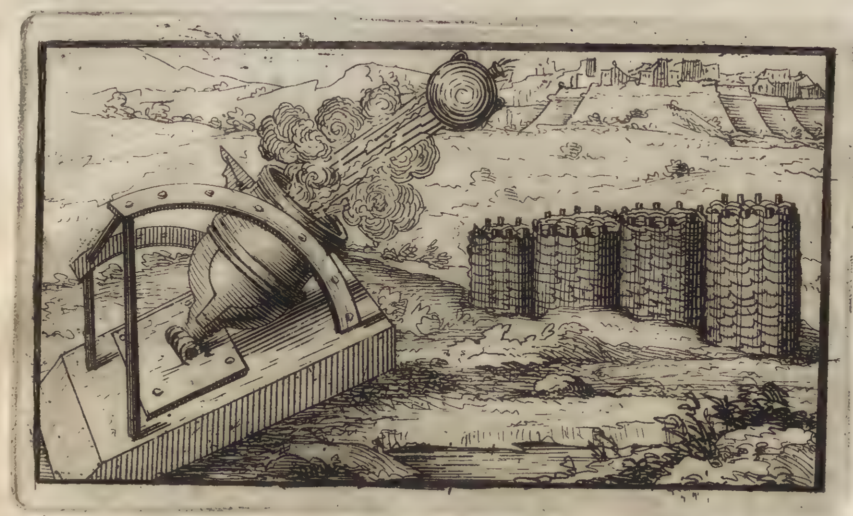
livre de poudre. Les nombres des portées se suivent en augmentant de 62 pieds à chaque

Liv. II. Chap. XII. Pratique des Bombardiers du Roy examinée.

degré. La troisiéme à une livre de poudre commence à 35 degrez où la portée est plus grande que celle à 45 degré avec trois quarterons de poudre : les nombres des portées s'y suivent en augmentant de 82 pieds à chaque degré.

Je pourrois ajouter ici divers autres de leurs calculs, mais comme il sont tous faits sur un même raisonnement ; j'ay crû que ceux cy pouvoient suffire pour faire voir que comme il ont crû que les portées augmentoient toûjours également à chaque degré d'élevations du mortier, ils ont ajusté leurs tables à leurs sentiments, plûtôt que s'appliquer à faire des experiences exactes & fideles, sans se laisser prevenir d'opinions de bienseance, qui sont presque toûjours fausses, comme est celle-ci, ainsi qu'il se verra dans la suite.

Voila enfin tout ce que j'ay pû tirer de lumiere de ces Auteurs & de quantité d'autres de toutes Nations, qui sur cette matiere remettent tout à la pratique experimentale du bon Canonier, où suivent aveuglement les raisonnemens de ceux qui les ont devancez & dont nous venons de parler. Reste donc maintenant à expliquer ce que l'on à reconû de veritable & de demonstratif sur ce sujet. Ce que je vay faire dans cette seconde partie.



L'ART DE JETTER LES BOMBES,

ET DE CONNOITRE L'ETENDUE DES COUPS de volée d'un Canon en toutes ſortes d'Elevations.

SECONDE PARTIE.

PRATIQUES DE L'ART DE JETTER les Bombes.

LIVRE PREMIER.

Pour les jets dont l'étenduë eſt au niveau des batteries par le moyen des ſinus.

Liv. I. Pratiques pour les jets, dont l'étenduë eſt au niveau des batteries & par le moïen des ſinus.

COMME la Theorie de cette doctrine eſt d'elle même aſſez difficile & ſuppoſe des conoiſſances dont les Principes doivent être raportés de loin ; j'ay crû que pour em-

LIV. I. Pratique pour les jets, dont l'étendue est au niveau des batteries & par le moyen des sinus.

baraſſer d'autant moins l'eſprit de ceux qui voudroient s'en ſervir avec quelque utilité, je ferois bien de leur enſeigner premierement les Pratiques & de remettre dans la ſuite à leur donner l'explication de leurs raiſons & de leurs fondemens.

Ces pratiques ont été pour la plûpart inventées, ſur la doctrine de Galilée premier & principal Mathematicien du grand Duc de Toſcane, par Torricelli ſon diſciple & ſon ſucceſſeur : Qui nous a premierement expliqué que pour conoître les differentes portées des coups de volée d'une piece d'Artillerie ou d'un mortier en toutes ſortes d'élevations, il falloit avant toutes choſes en faire une épreuve bien exacte, en tirant la piece ou le mortier élevé ſous un angle bien conû & meſurant l'étenduë de ſa portée avec toute la preciſion poſſible, pour en pouvoir faire un fondement certain pour toutes les autres : Car d'une ſeule experience ſûre & fidele, l'on vient à la conoiſſance de tous les autres effets, en cette maniere.



Pour trouver l'étendue d'un coup sur une élevation donnée.

CHAPITRE PREMIER.

Pour trouver l'étenduë d'un coup sur une élevation donnée.

SI vous voulez sçavoir l'étendüe de la portée de vôtre piece à telle autre élevation qu'il vous plaira, faites que comme le sinus du double de l'angle de l'êlevation sous laquelle l'experience a êté faite, (que j'appelleray dorenavant la premiere élevation,) est au sinus du double de l'angle de l'élevation proposée; ainsi l'étendue de la portée conüe par l'experience, (que j'appelleray aussi desormais la premiere portée,) soit à un autre. Et vous aurez ce que vous demandés.

Comme si ayant fait l'experience de vôtre piece élevée sous l'angle de 30 degrez, vous avez trouvé qu'elle ait chassé precisement à la longueur de 1000 toises ou 1000 autres mesures; pour sçavoir quelle sera la portée de la même piece avec la même charge, lors qu'elle sera êlevée à l'angle de 45 degrez! il faut prendre le sinus de l'angle de 60 degrez double de celui de la premiere êlevation, qui est 8660, & en faire le premier terme de la regle de Trois; dont le second est sinus de l'angle de 90 degrez double de celui de l'élevation que l'on propose qui

Liv. I. Chap. I. Pour trouver l'étendue d'un coup sur une élevation donnée.

eſt 10000 ; Et le troiſiéme eſt le nombre des meſures de la premiere portée qui eſt 1000 toiſes, & les diſpoſer en cette maniere.

Si 8660 me donnent 10000, que me donneront 1000 ? pour avoir prez de 1155 toiſes pour la portée de la piece élevée ſous l'angle de 45 degrez.

Où il faut remarquer que lors que l'angle de l'inclination propoſée eſt plus grand que 45 degrez, il ne faut pas le doubler pour avoir le ſinus que la regle demande ; mais il faut à ſa place prendre le ſinus du double de ſon complement à l'angle droit. Comme ſi l'on propoſe l'élevation de la piece à l'angle de 50 degrez, il faut prendre le ſinus de 80 degrez double de 40 degrez qui font le complement à l'angle droit du propoſé de 50 degrez.

CHAPITRE II.

Trouver l'angle de l'élevation pour une étendue donnée.

Chap. II. Trouver l'angle de l'élevation pour une étendue donnée.

SI l'on vous donne une étenduë determinée à laquelle on veut que la piece chaſſe, pourveu que cette étenduë ne ſoit pas plus grande que celle de l'élevation de 45 degrez: Pour trouver l'angle de l'élevation qu'il faut donner à la piece pour lui faire faire l'effet pro-

posé ; il faut dire que comme la premiere portée est à l'étendue que l'on propose, ainsi le sinus du double de l'angle de la premiere élevation, soit à un autre. Et ce nombre sera le sinus du double de l'angle de l'élevation qu'il faut donner à la piece.

Trouver l'angle de l'élevation pour une étendue donnée.

Comme si l'on veut que le Canon ou le mortier porte à la distance de 800 toises ou 800 autres mesures ; il faut que la premiere étendue de 1000 toises, soit le premier terme de la regle de Trois, la portée proposée de 800 toises soit le deuxiéme, & le troisiéme soit 8660 sinus de l'angle de 60 degrez double de celui de 30 degrez de la premiere élevation. En cette maniere.

Si 1000 toises font 800 to. que feront 8660? Pour avoir 6928 qui est le sinus de l'angle 43 degrez 52.', dont la moitié, c'est à dire 21 56.', est l'angle de l'êlevation que vous devez donner à la piece pour faire l'effet proposé. Et si vous ôtez les 21. 56' de l'angle droit ou de 90 degrez, vous aurez l'angle du complement de 68 deg. 4.' que vous pourrez prendre pour l'élevation de vôtre piece ; car elle chassera égallement loin, soit que vous l'éleviez à l'angle de 21. 56.', ou à celui de son complement 68. 4.'

Liv. I. Chap. III. Table des sinus servant au jet des Bombes.

CHAPITRE III.

Table des Sinus servant au jet des Bombes.

POUR plus grande facilité & pour ôter cet embaras que l'on a de rechercher les sinus du double des angles des élevations proposées; Galilée & Torricelli ont fait des Tables que j'ay mises ici, dans lesquelles on voit tout d'un coup les sinus des angles que l'on recherche. C'est à dire que ces tables ont été tirées de cel-

degrez		portées	degrez		portées
90		0			0
89	1	349	65	25	7660
88	2	698	64	26	7880
87	3	1045	63	27	8090
86	4	1392	62	28	8290
85	5	1736	61	29	8480
84	6	2079	60	30	8660
83	7	2419	59	31	8829
82	8	2556	58	32	8988
81	9	3090	57	33	9135
80	10	3420	56	34	9272
79	11	3746	55	35	9397
78	12	4067	54	36	9511
77	13	4384	53	37	9613
76	14	4695	52	38	9703
75	15	5000	51	39	9781
74	16	5299	50	40	9848
73	17	5592	49	41	9903
72	18	5870	48	42	9945
71	19	6157	47	43	9976
70	20	6428	46	44	9994
69	21	6691	45	45	10000
68	22	6947			
67	23	7193			
66	24	7431			

les

les des ſinus ordinaires, dont elles ne different qu'en ce que les nombres qui repondent ici à chaque degré, ſont dans les tables ordinaires ceux qui repondent aux degrez qui ſont doubles de ceux ci; car le nombre repondant ici à 1 degré repond dans l'autre à 2 degrés; celui qui repond ici à 2 degrez repond dans l'autre à 4 deg.; celui de 20 deg. eſt de 40 degrez dans l'autre. Et ainſi du reſte.

LIV. I. CHAP. III. Table des ſinus ſervant au jet des Bombes.

CHAPITRE IV.

Uſage de la Table pour trouver l'étenduë, ſur une élevation donnée.

L'USAGE de cette table eſt facile. Car pour conoître l'étendue ſur une élevation propoſée, il ne faut que prendre pour premier terme de la regle de Trois, le nombre qui repond à l'angle de la premiere élevation; & pour ſecond celui qui repond à l'angle de l'élevation propoſée; Et enfin le nombre des meſures de la premiere étendüe pour troiſiéme terme; afin que par la regle vous ayez pour quatriéme l'étendue que vous cherchez.

CHAP. IV. Uſage de la Table pour trouver l'étendüe ſur une élevation donnée.

Comme ſi, nous ſervant des exemples que nous avons rapporté cy-devant, nous voulons ſçavoir quelle ſera la portée d'une piece élevée à l'angle de 45 degrez, ſuppoſé qu'elle

Liv. I. Chap. IV. Usage de la Table pour trouver l'étendue sur une élevation donnée.

ait chassé à la longueur de 1000 toises lor qu'elle étoit élevée à l'angle de 30 degrez. Je dis ainsi.

Si 8660 repondant à 30 deg. me donnent 10000 repondant à 45 deg., Que me donneront 1000 to. de la premiere portée ? Et j'auray prés de 1155 toises pour la portée que l'on demande.

CHAPITRE V.

Pour trouver l'élevation sur une étenduë donnée.

Chap. V. Pour trouver l'élevation sur une étendue donnée.

AINSI pour sçavoir à quel angle je dois êlever ma piece pour la faire chasser à une distance donnée, qui ne soit pas plus grande que celle de 1155 to. qui est l'êtenduë de la piece êlevée à 45 degrez : je prens pour premier terme de ma regle la premiere êtenduë, pour second l'êtendüe proposée, pour troisiéme le nombre repondant dans la table à l'angle de la premiere élevation, & le quatriéme sera le nombre repondant à l'angle de l'élevation que l'on demande.

Comme si l'on veut faire chasser la piece à la distance de 800 toises il faut faire ainsi.

Si 1000 toises premiere êtendue, me donnent 800 toises êtendue proposée, que me donneront 8660 repondant à la premiere êlevation? Et j'auray 6928 dont le nombre le plus proche de la

Table est 6947 qui repond aux angles de 22 deg. & de 68 deg. Qui sont ceux où je pourray êlever la piece pour lui faire faire l'effet proposé.

Liv. I. Chap. V. Pour trover l'êlevation sur une êtenduë donnée.

Au reste le nombre 10000 de la plus grande portée de la Table n'a pas êté pris au hazard : Car outre que c'est celui que l'on donne ordinairement au sinus total dans la Table commune des sinus, d'où celle-ci a êté tirée; c'est que la moitié de ce nombre, c'est à dire 5000, reduite en pas Geometriques, marque assez justement la plus grande portée d'une Coulevrine de 30 livres de balle.

Nous pouvons joindre ici les autres tables que Galilée & Torricelli nous ont données, comme celle des hauteurs des jets en toutes sortes d'élevation d'une même piece également chargée ; Celle des hauteurs ou sublimitez des jets dont les longueurs horizontales sont égales en toutes êlevations ; Et une troisiéme que j'ay calculée de la proportion de la force qu'il faut imprimer au mobile pour le faire porter à une même longueur horizontale en toutes sortes d'élevations.

Liv. I. Chap. VI. Table des hauteurs des jets de même force.

CHAPITRE VI.

Table des hauteurs des jets d'une même force.

DANS la premiere, c'est à dire dans celle des hauteurs des jets en toutes sortes d'élevation, lorsque la force est toûjours la même, (laquelle à beaucoup de liaison avec celle des êtendües que nous venons d'expliquer ;) Nous ne nous sommes pas servis des nombres qui se trouvent dans les tables de Galilée & de Torricelli ; parce qu'ayant donné le nombre 10000 à la moitié de leur plus grande portée, ils mettent aussi le même nombre 10000 à la plus grande hauteur, à cause que celle-ci, c'est à dire la hauteur du jet perpendiculaire, est égale à la moitié de la plus grande portée qui est celle de la piece pointée sous l'angle de 45 degrez. Mais comme nous avons supposé dans la table precedente que la plus grande portée êtoit 10000, la plus grande hauteur sur ce pied ne peut être que de 5000. Et partant tous les nombres de nôtre table des hauteurs sont les moitiez de ceux de Galilée. Les nombres de la table des portées sont proportionels aux sinus du double des angles de l'élevation, & ceux de cette table des hauteurs, sont les quarts des sinus verses du double des mêmes angles, parce qu'ils sont

les moitiez des nombres de la Table de Torricelli qui sont les moities des mêmes sinus.

L'usage de cette table est tel. Conoissant l'étenduë d'un jet suivant un angle d'inclination, si l'on en veut sçavoir la hauteur, il faut faire que comme le nombre repondant à l'angle proposé dans la table des Portées est à l'étenduë conuë de vôtre jet, ainsi le nombre repondant au même angle dans la table des hauteurs, soit à un autre ? Qui vous donnera la hauteur que vous demandez; Comme si la portée du jet sous l'angle de 22 degrez étant de 800 toises, je veux sçavoir sa hauteur per-

TABLE DES HAUTEURS DES JETS poussez d'une même force dont la plus grande portée est 10000.

deg.	hauteur	deg.	hauteur
1	1 ½	46	2586
2	6 ½	47	2673
3	14	48	2761
4	25	49	2849
5	38	50	2934
6	54	51	3019
7	75	52	3103
8	97	53	3189
9	123	54	3273
10	151	55	3355
11	182	56	3436
12	216	57	3517
13	253	58	3595
14	292	59	3674
15	335	60	3757
16	380	61	3825
17	427	62	3898
18	477	63	3969
19	530	64	4039
20	585	65	4107
21	642	66	4173
22	701	67	4237
23	763	68	4298
24	842	69	4352
25	893	70	4415
26	961	71	4470
27	1030	72	4522
28	1102	73	4572
29	1175	74	4620
30	1249	75	4665
31	1326	76	4708
32	1405	77	4748
33	1483	78	4783
34	1564	79	4818
35	1645	80	4849
36	1728	81	4878
37	1810	82	4903
38	1896	83	4925
39	1981	84	4945
40	2066	85	4962
41	2151	86	4975
42	2238	87	4986
43	2327	88	4998
44	2413	89	4999
45	2500	90	5000

Liv. I. Chap. VI. Table des hauteurs des jets de même force.

Liv. I. Chap VI. Table des hauteurs des jets de même force.

pendiculaire ; je prens pour premier terme de ma regle de Trois le nombre qui repond à 22 deg. dans la table des portées qui est 6947, pour second terme 800 to. de la portée conuë, pour troiziéme le nombre 701 repondant à l'angle de 22 deg. dans la table des hauteurs ; Et par la regle je trouve que la hauteur du jet que je demande est de 80 toises 4 pieds 4 pouces.

Mais si la même portée de 800 to. venoit d'un jet fait sous l'èlevation de 68 deg. complement de l'angle de 22 deg. ; il faudroit prendre, pour troiziéme terme de la regle de Trois, le nombre qui repond dans la table des hauteurs à l'angle de 68 deg. qui est 4298 ; Et par la regle nous aurions pour la hauteur du jet proposé 494 toises 5 pieds 8 pouces.

CHAPITRE VII.

Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étenduë.

Chap. VII. Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étendue.

VOICI la seconde Table qui est celle des hauteurs & des sublimitez des jets d'une même êtenduë de portée en toutes sortes d'èlevations : Cette êtenduë supposée par tout égale à celle que nous avons prise pour nôtre plus grande portée dans les autres tables, c'est à dire à 10000 parties ; ce qui fait que tous les

nombres de cette table, comme ceux des precedentes, ne ſont que la moitié de ceux qui ſe trouvent dans celles de Galilée & de Toricelli qui ont donné le même nombre 10000 à l'étendue de leur demiparabole ; au lieu que nous en faiſons celle de la parabole entiere ; d'où il arrive que tous les nombres des hauteurs ſont chacun le quart de ceux qui ſont les tangentes des angles d'élevation dans la Table

LIV. I. CHAP. VI. Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étendue.

TABLE DES HAUTEURS ET DES SUBLIMITEZ DES JETS dont l'étendue en toutes élevations eſt toujours la meme, poſée de 10000 parties.

deg.	haut.	ſubl.		deg.	haut.	ſubl.	
0	0	infini	90				
1	43	143225	89	25	1166	5361	65
2	87	71593	88	26	1219	5126	64
3	131	47703	87	27	1274	4906	63
4	175	35751	86	28	1329	4702	62
5	218	28575	85	29	1386	4510	61
6	262	23786	84	30	1443	4330	60
7	307	20361	83	31	1502	4160	59
8	352	17788	82	32	1562	4001	58
9	396	15784	81	33	1623	3849	57
10	441	14178	80	34	1686	3706	56
11	486	12871	79	35	1750	3570	55
12	531	11761	78	36	1816	3441	54
13	577	10828	77	37	1884	3317	53
14	623	10027	76	38	1953	3200	52
15	670	9330	75	39	2024	3087	5
16	717	8718	74	40	2098	2979	50
17	764	8177	73	41	2173	2876	49
18	812	7694	72	42	2251	2776	48
19	856	7260	71	43	2331	2681	47
20	910	6868	70	44	2414	2589	46
21	959	6512	69	45	2500	2500	45
22	1010	6187	68				
23	1061	5889	67				
24	1113	5615	66				
	ſubl.	haut.	deg.		ſubl.	haut.	deg.

Liv. I. Chap. VII. Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étenduë.

ordinaire des ſinus, & ceux des ſublimitez ſont chacun le quart des tangentes du complement des mêmes angles.

Je ne m'arreteray pas à vouloir faire comprendre ce que l'on entend par la ſublimité d'une parabole ou d'un jet, parce que tout cela ſera expliqué fort au long dans la troiſiéme partie de ce Livre. Je parleray donc ſeulement de l'uſage de cette table, qui eſt tel; Que voulant ſçavoir ſur une étendue donnée, Quelle doit être la ſublimité & la hauteur d'un jet ſur l'élevation d'un angle donné? Il faut faire que comme le nombre 10000 eſt à l'étendue propoſée, ainſi ceux des hauteur & ſublimité qui repondent à l'angle donné dans la Table, ſont à d'autres; qui ſeront ceux que l'on demande. Comme ſi l'étenduë propoſée étant de 800 toiſes, on veut ſçavoir la hauteur & la ſublimité du jet de cette longueur ſous l'êlevation de 26 degrez? Le premier terme de la regle de Trois eſt 10000, le ſecond eſt 800, & le troiſiéme pour la hauteur eſt 1219, qui donne pour quatriéme $93\frac{1}{2}$. Le même troiſiéme pour la ſublimité eſt 5126 qui donne pour quatriéme 410. Ainſi la hauteur du jet ſur cette hypotheſe ſera de $93\frac{1}{2}$ toiſes, & la ſublimité de 410 toiſes. Ce qui eſt de particulier eſt qu'à l'élevation de l'angle de 64 deg. qui eſt le complement de l'angle propoſé de 26 deg., les hauteurs & les ſublimitez ſont reciproques,

c'eſt

c'eſt à dire que la hauteur eſt de 410 to., & la ſublimité de $93\frac{1}{2}$.

Liv. I. Chap VII. Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étendue.

CHAPITRE VIII.

Table de la force des jets de même étenduë.

Chap. VIII. Table de la force des jets de meme étenduë.

LA table qui ſuit eſt faite en ajoutant enſemble les hauteurs & les ſublimitez de la precedente. Son uſage eſt pour la proportion que la force qui a chaſſé le mobile à une certaine diſtance ſuivant un certain angle d'êlevation, doit avoir à une force qui pourra chaſſer le meſme mobile ou ſon égal à la meſme diſtance ſuivant tout autre degré d'êlevation ; c'eſt à dire que la force du jet parcourant un certain eſpace ſous l'angle de 22 deg. ou de ſon complement à l'angle droit qui eſt de 68 deg., ſera à la force du jet parcourant le meſme eſpace ſous l'angle de 35 deg. ou de 55 deg. qui eſt ſon complement à un droit, comme le nombre 7197 repondant à 22 degrez eſt à 5321 repondant à 35 degrez. L'on voit par cette table que de tous les jets d'une même étendue ; celui où il faut moins de force eſt le jet qui ſe fait ſous l'élevation de 45 degrez, & qu'il faut que la force augmente à meſure que l'élevation s'élogne du demidroit vers la perpendiculaire ou vers l'horizontale ; Ainſi il faudroit une force infinie

Liv. I.
Chap. VIII.
Table de la force des jets de meme étendue.

TABLE DE LA FORCE QU'IL FAUT DONNER AUX JETS de même étendue en toutes sortes d'Elevation.

deg.		
0	90	infini
1	89	143268
2	88	71680
3	87	47834
4	86	35926
5	85	28793
6	84	24048
7	83	20668
8	82	18140
9	81	16180
10	80	14569
11	79	13347
12	78	12293
13	77	11405
14	76	10650
15	75	10000
16	74	9435
17	73	8941
18	72	8606
19	71	8121
20	70	7778
21	69	7472
22	68	7197
23	67	6950
24	66	6728

25	65	6527
26	64	6345
27	63	6180
28	62	6031
29	61	5896
30	60	5773
31	59	5662
32	58	5563
33	57	5473
34	56	5393
35	55	5321
36	54	5272
37	53	5201
38	52	5153
39	51	5112
40	50	5077
41	49	5049
42	48	5027
43	47	5012
44	46	5003
45	45	5000

pour faire parcourir un eſpace de niveau quel qu'il puiſſe eſtre ſous l'élevation de 90 & de 0 degrez, c'eſt à dire lors que le jet eſt ou à plomb ou de niveau ; ce qui ſera expliqué dans la Quatriéme partie de ce Livre.

Au reſte il eſt bon de ſçavoir que c'eſt ſur la table des portées expliquée cy-devant, que j'ay calculé celles qui ſe voient dans la premiere partie de ce Livre, pour eſtre comparées à celle

de Diego Ufano, & aux autres. Je crois qu'il est inutile de dire que les angles d'élevation doivent estre donnéz ou mesurez sur la piece avec l'Equerre divisée par degrez & non pas par celle de Tartaglia qui est divisée en 12 points.

LIV. I. CHAP. VIII. Table de la force des jets de meme étendue.



Liv. II.

LIVRE SECOND.

Pratiques des jets dont l'étendue est au niveau des batteries, par le moïen des instrumens.

CHAPITRE PREMIER.

Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

Chap. I. Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

MAIS parceque la plûpart des Canoniers est accoutumée à cette Equerre de 12 points, le même Torricelli à trouvé le moïen de la rectifier & de la mettre en état que l'on s'en puisse servir utilement par la connoissance des portées. Sa figure est la même que celle de Tartaglia, composée de deux bras inégaux formans une angle droit, d'un quart de cercle, & d'un plomb attaché par un filet à l'angle; Le plus grand bras se met dans la piece, & le quart de cercle est divisé en 12 points à commencer du plus petit bras de l'Equerre, & chaque point en 12 minutes. Toute la difference est en la division de ces points & de ces minutes, qui sont êgaux dans l'Equerre de Tartaglia & fort inégaux dans celle-ci.

Sa construction est telle. Le plus grand bras de l'Equerre est AE : & le moindre AC : le

quart de cercle B D C : dont le demi diamettre est A B ; sur lequel comme sur un diamettre il faut decrire le demi cercle A P B sur le centre F, & mener F P perpendiculaire à A, B qui sera par consequent parallele à A C ; puis du point P, êlever P G parallele à A B, qui couppe A C en G ; Ensuite il faut couper la droite A G en 6 parties êgales comme aux points G & H &c.,

Liv. II. Chap. I. Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.



Liv. II.
Chap. I.
Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.



d'où il faut laisser tomber des droits paralleles au coté AB qui coupent le demi cercle chacune en deux points comme HK aux points I & K &c ; Enfin du point A, par les points où le demi cercle est couppé par ces paralleles, il faut mener des droites jusqu'au quart de cercle BDC, qui le couperont en douze parties inégales qui seront les douze points de l'Equerre.

Comme la droite A P D tirée du point A par le point P marquera le ſixiéme point de l'Equerre, A I M le cinquiéme, A K L le ſeptiéme, & ainſi des autres. Où il faut remarquer que la largeur des points, qui ſont également ẽlognés du ſixiéme, eſt ẽgale, comme D L eſt ẽgal à D M largeur du cinquiéme & ſeptiéme point, ainſi celles du huitiéme & du quatriéme &c.

Liv. II. Chap. I. Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

Et comme il ſeroit peut-être difficile de trouver preciſement le premier & le ſecond point de l'Equerre, qui commencent toûjours du côté du plus petit bras A C ; il ne faut que les faire égaux au douziéme & à l'onziéme qui leur repondent & dont la grandeur ſe trouve avec facilité.

Pour avoir les minuttes, il ne faut que diviſer chacune des parties égales de la ligne A G comme H G &c. en 12 autres portions égales, & de chaque point de diviſion abaiſſer des droites paralleles à A B, qui couperont le demi cercle chacune en deux points, par leſquels menant des lignes droites du point A juſqu'au quart de cercle B D C, elles y marqueront les minuttes que l'on demande.

J'oubliois à dire que le plomb eſt attaché par un filet au point A de l'angle de l'équerre.

L'uſage de cet Equerre eſt tres facile : car les points y ont entr'eux la même proportion que les portées d'une piece ẽlevée ſuivant les an-

Liv. II. Chap I. Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

gles qu'ils font ſur l'Equerre ; c'eſt à dire que la portée d'une piece élevée au quatriéme point eſt double de la portée de la même piece élevée au ſecond point, & quadruple de la portée au premier point, comme le nombre 4 eſt double du nombre 2, & quadruple du nombre 1 &c.

Il ſuffit donc de mettre ſon plus grand bras dans l'ame de la piece & remarquer par le moïen du filet quel eſt le point de ſon élevation ? Et par l'experience d'un ſeul coup, dont il faut meſurer exactement la portée, l'on peut aſſez bien juger de la portée de la même piece avec la meme charge dans toutes ſortes d'élevation ; En faiſant une regle des Trois. Comme ſi la portée de vôtre piece élevée par exemple au deuxiéme point a eſté de 800 toiſes ; Pour ſçavoir quelle ſera ſa portée lors qu'elle ſera élevée au cinquiéme point ? il faut dire

Si 2 donnent 800 : que donneront 5 ?

pour avoir 2000 toiſes pour la portée de la piece au cinquiéme point. Où il faut remarquer qu'au lieu des points qui ſont au deſſus du ſixiéme comme le ſeptiéme, le huitiéme, le neuviéme, le dixiéme & l'onziéme ; il faut, pour faire les regles de Trois, prendre ceux qui leur repondent au deſſous du meme ſixiéme, comme le cinquiéme au lieu du ſeptiéme, le quatriéme au lieu du huitiéme, le troiſiéme au lieu du neuviéme, le ſecond au lieu du dixiéme & le

le premier au lieu de l'onziéme. Car, comme nous avons dit, les portées des points également élognées du sixiéme sont égales, comme celles du septiéme égales à celle du cinquiéme, celles du huitiéme égales à celles du quatriéme, celles du neuviéme à celles du troisiéme, & ainsi des autres.

LIV. II. CHAP. I. Par l'Equerre des Canoniers certifiée.

Si vous voulez sçavoir sur la méme supposition, à quel point vous devez élever vôtre piece pour lui donner une portée de 1500 toises; il faut faire vôtre regle de Trois en cette maniere.

Si 800 donnent 2 : Que donneront 1500?

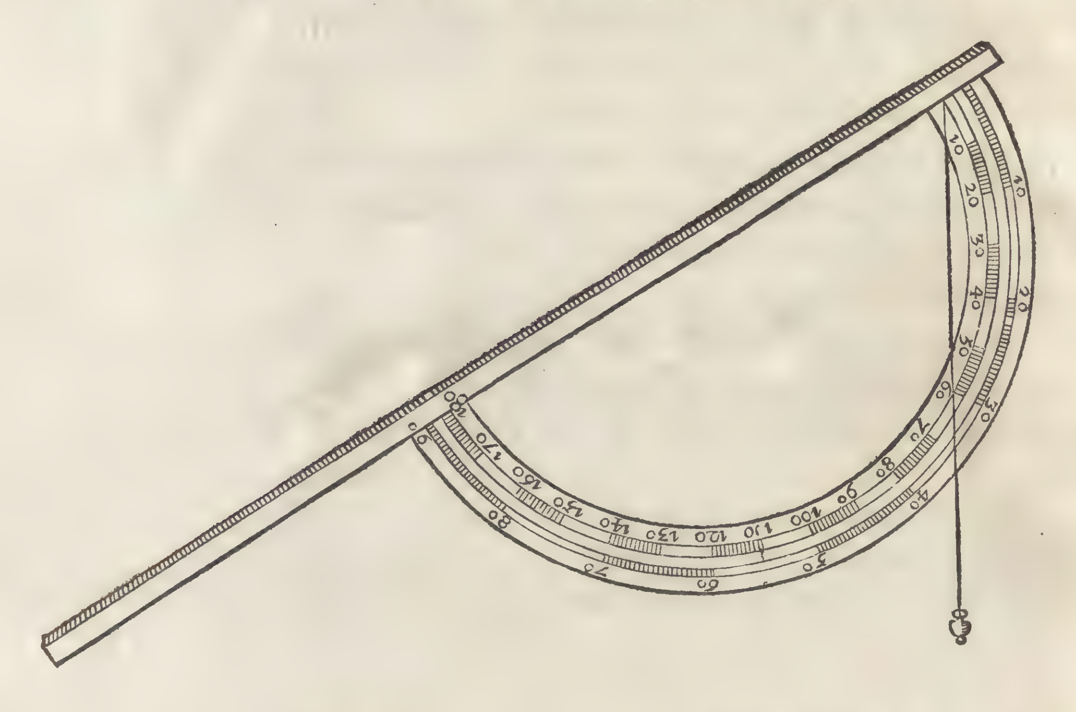
Et vous aurez $3\frac{3}{4}$; c'est à dire trois points & 9 minutes au dessous du sixiême ou huit points & 3 minutes au dessus, & ainsi du reste.

CHAPITRE II.

Par le demi cercle de Torricelli.

VOICY encore une autre instrument composé pour le même effet. C'est un demi cercle divisé sur son bord interieur en 180 degrez a l'ordinaire, & seulement en 90 parties sur celui de dehors, dont le diamettre est prolongé par un bout; & à l'autre, par lequel la division se commence, il y a un plomb attaché à un filet qui marque sur le bord exterieur du demi cercle les degrez de l'angle de l'élevation de la

CHAP. II. Par le demi cercle de Torricelli.



Liv. II. Chap. II Par le demi cercle de Torricelli.

piece lors que l'on met dans l'ame le bout du diametre prolongé, & les degrez qui leur repondent ſur le bord interieur, ſont ceux dont il faut prendre les ſinus.

Son uſage eſt aſſez prompt ; car comme dans cet inſtrument les ſinus des degrez qui repondent à ceux des angles de l'élevation de la piece ſont en meme raiſon que l'étenduë des portées ; aprés avoir meſuré exactement l'une des memes portées ſuivant un certain angle d'élevation ; Pour avoir l'étenduë d'une autre ſuivant un autre angle, il ne faut que faire une regle de Trois dont le premier terme doit eſtre le ſinus

des degrez repondans à ceux de l'angle ſur lequel s'eſt fait l'experience ; le ſecond terme doit être le ſinus des degrez repondans à ceux de l'angle propoſé ; le troiſiéme doit être l'étenduë de la portée conuë en meſures par l'experience ; & le quatriéme ſera l'étendue que vous cherchez. Comme ſi vous avez trouvé par une experience tres-exacte que l'étenduë de la portée de vôtre piece êlevée par exemple ſous un angle de 30 degrez, ait été de 1500 toiſes : Pour ſçavoir à combien de toiſes elle portera lors que vous l'êleverez ſeulement ſous un angle de 20 degrez ? Parce que les degrez qui repondent, ſur le bord interne de l'Equerre à ceux de l'êlevation de 30 degrez ſont 60 deg. qui ont 8660 pour ſinus, & ceux qui repondent à l'élevation de 20 degrez ſont 40 degrez qui ont pour ſinus 6427 : je fais ma regle en cette maniere :

LIV. II. CHAP. II. Par le demi cercle de Torricelli.

Si 8660 donnent 6427 que donneront 1500 ? Et j'auray prés de 1114 toiſes pour l'étenduë de la portée que l'on demande.

Ainſi pour ſçavoir quelle ſera la plus grande portée de la piece, c'eſt à dire lors qu'elle ſera êlevée à l'angle de 45 degrez qui ont pour repondans 90 degrez dont le ſinus eſt 10000 : je fais ainſi :

Si 8660 donnent 10000 que donneront 1500 ? pour avoir environ 1732 toiſes pour la plus grande portée que l'on recherche.

Liv. II. Chap. II. Par le demi cercle de Torricelli.

Mais si l'on veut sur la même hypothese, sçavoir à quel angle il faut élever la piece ou le mortier pour le faire porter à une distance proposée, pourveu qu'elle n'excede point celle à laquelle la piece élevée à l'angle de 45 degrez peut porter; il faut faire une autre regle de Trois, dont le premier terme sera l'étenduë de la portée de la piece conue en mesures par l'experience que l'on en a faite; le second terme sera l'étendue de la portée que l'on propose; & le troisiéme doit estre le sinus des degrez repondans à ceux de l'élevation sous laquelle on a fait l'experience; afin que par la regle on ait pour quatriéme terme, le sinus des degrez decrits dans le bord interieur de l'Equerre, dont les repondans sur le bord de dehors sont ceux de l'élevation que l'on demande.

Comme si l'on desire sçavoir à quel angle il faut élever la piece pour la faire porter à la longueur de 1200 toises, supposé qu'elle ait chassé à celle de 1500 toises sous l'élevation de 30 degrez qui ont 60 degrez pour repondans sur le bord interieur de l'Equerre, dont le sinus est 8660. Je fais ma regle de trois en cette maniere.

Si 1500 donnent 1200 : que donneront 8660? Et j'auray pour quatriéme terme 6928 sinus de l'angle de 43 degrez 51 min. qui ont pour correspondans sur le bord exterieur de l'Equerre 21.

Par le demi cercle de Torricelli.

56' qui sont ceux de l'élevation que l'on demande ; aussi bien que 68 4'. qui sont leur complement à l'angle droit.

Si par la regle vous trouviez que vôtre quatriéme terme fut un nombre plus grand que ceux qui sont contenus dans la Table des sinus, c'est à dire plus grand que celui que vous auriez pris pour sinus total ; Ce seroit une marque que la distance proposée seroit plus grande que celle à laquelle elle peut porter avec la meme charge. Comme si l'on demandoit à quel angle elle devroit estre élevée pour la faire chasser à la longueur de 1800 toises? faisant la regle de Trois comme nous l'avons enseignée, l'on trouveroit pour quatriéme terme ce nombre 10392 ; lequel étant plus grand que celui de 10000 qui est sinus total dans cette hypothese où le sinus de 60 degrez est 8660 ; fait voir que la piece ne peut pas chasser à cette distance : ce qui est conforme à ce que nous avons fait voir cy-devant, que sa plus grande portée qui est sous l'angle de 45 degrez n'étoit que d'environ 1732 toises.



Par un autre inſtrument ſans le beſoin des ſinus.

CHAPITRE III.

Par un autre inſtrument ſans le beſoin des ſinus.

TOUTES ces pratiques ſont faciles & aſſurées : Mais comme il y faut avoir inceſſament recours à la Table des ſinus, qu'il ſeroit peut-être dificile d'avoir toûjours preſente ; le même Torricelli à recherché le moïen de s'en paſſer ajoutant divers lignes dans l'Equerre dont nous venons d'enſeigner la deſcription & l'uſage. Voici donc ce qu'il fait.

Il ſe contente de la diviſion du bord exterieur du demi cercle en 90 degrez ; Et ayant mené un rayon perpendiculaire au diametre, il le diviſe en un tres grand nombre de parties égales, comme par exemple en p. 200 ; qu'il commence à compter du centre du demi cercle. Enſuite de chaque degré marqué dans ſon bord, il tire des droites, qu'il appelle des guides, paralleles au diametre qui paſſent au travers de ce rayon diviſé & vont repondre aux degrez qui ſont les complemens à l'angle droit de ceux d'où elles ſont parties ; c'eſt à dire que la droite tirée par exemple du 10 degré, tombe ſur le 80e ; & celle qui vient du 20e tombe ſur le 70e. Et ainſi des autres.

Maitenant comme les portions du rayon di-

Par un autre instrument sans le besoin des sinus.

visé contenuës entre chacune des guides & le centre du demi cercle, sont égales aux sinus du double des angles d'où les guides ont été tirées ; il ne faut que prendre le nombre des parties égales du rayon divisé comprises entre le centre & les guides & s'en servir pour termes des regles de Trois au lieu des sinus.

Comme dans la même supposition ; parce que la guide du 30ᵉ degré coupe le rayon de telle sorte qu'il y a 173 parties égales jusqu'au centre ; Et celle du 20ᵉ degré le coupe où il y en a 128 $\frac{1}{2}$.

Pour sçavoir quelle sera la portée de la piece élevée au 20ᵉ degré, supposé qu'au 30ᵉ elle ait chassé à la longueur de 1500 toises, je fais ma regle de trois en cette maniere :

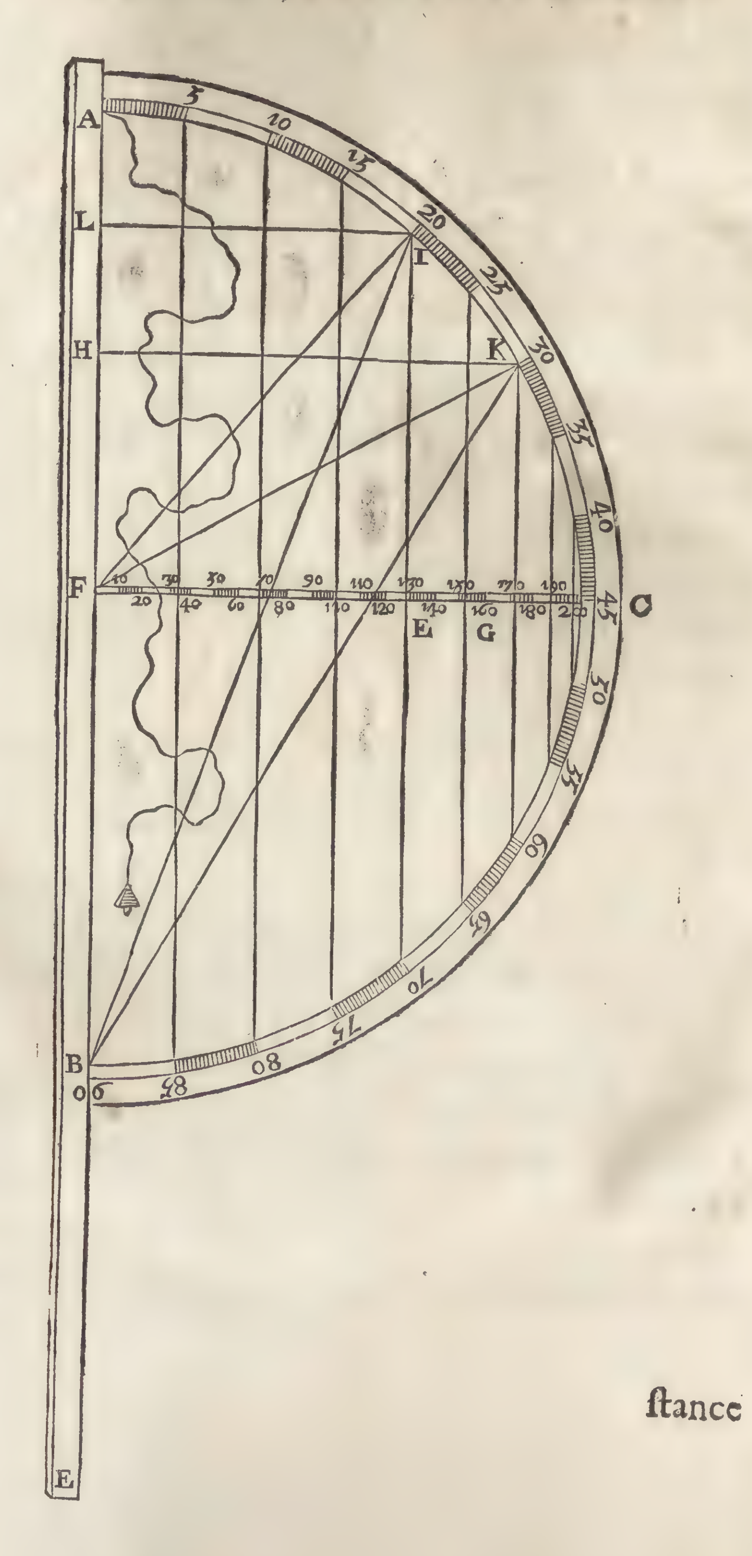
Si 173 donnent 1500 toises, que donneront 128 $\frac{1}{2}$? & j'auray les mêmes 1114 toises pour la portée de la piece à l'élevation proposée de 20 degrez.

Ainsi pour conoître sur la même hypothese la plus grande portée de la piece, c'est à dire lors qu'elle est élevée à l'angle de 45 degrez qui a le rayon entier où les 200 parties sous sa guide ; je fais ma regle de Trois en cette sorte ;

Si 173 donnent 1500 toises : Que donneront 200 ? Pour avoir toûjours à peu prés les mêmes 1732 toises.

Mais si l'on veut sçavoir à quel angle on doit élever la piece pour la faire chasser à une di-

LIV. II.
CHAP. III.
Par un autre instrument sans le besoin des sinus.



stance

ſtance propoſée, pourveu qu'elle ne ſoit pas plus grande que ſa portée naturelle ſous l'élevation de 45 degrez. Comme ſi l'on vouloit la faire porter à la longueur de 1200 toiſes; il faudroit diſpoſer les termes de la regle de Trois en cette maniere.

Liv. II. Chap VII. Par un autre inſtrument ſans le beſoin des ſinus.

Si 1500 toiſes donnent 173 parties: Que donneront 1200? pour avoir $128\frac{1}{2}$ parties ſur leſquelles tombe la Guide de l'angle 21 degré 56′ & de ſon complement à l'angle droit 68 deg. 4′. qui ſont les angles de l'élevation que l'on doit donner à la piece pour la faire chaſſer à la diſtance propoſée de 1200 toiſes.

L'on peut par la même regle conoître ſi la diſtance propoſée eſt dans les termes de la portée de la piece; car ſi les nombres des parties qui viennent pour quatriéme terme de la regle de Trois, excedent 200 c'eſt à dire le nombre de parties contenues dans le rayon diviſé; l'on pourra dire que la piece ne ſçauroit porter avec la même charge à la longueur que l'on a propoſé.

Comme ſi l'on demandoit l'angle de l'élevation de la piece pour la faire porter à la longueur de 1800 toiſes? En faiſant ainſi la regle de Trois.

Si 1500 donnent 173: Que donneront 1800? Je trouve qu'il me vient pour quatriéme terme $207\frac{3}{5}$ parties, qui ſurpaſſent les 200 parties contenuës dans le rayon diviſé; Et qui me font co-

LIV. II. CHAP. VII. Pour un autre instrument sans le besoin des sinus.

noitre que la piece ne peut pas porter, à cette distance. C'est ce qui convient à ce que nous avons dit cy-devant, faisant voir que sa plus grande portée est seulement deprés de 1732 toises.



LIVRE TROIZIE'ME.

Liv. III.

Pratiques des jets dont l'étenduë n'est pas au niveau des batteries.

NOus ajouterons ici diverses pratiques pour la resolution de plusieurs cas differens de ceux que nous avons expliquez & qui peuvent arriver sur le même sujet. Et Premierement.

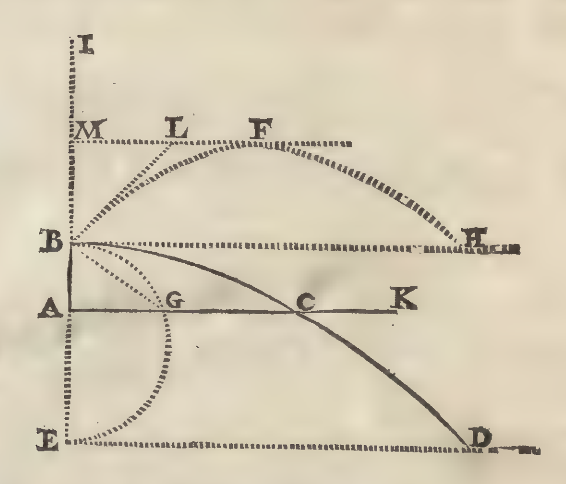
CHAPITRE PREMIER.

Portée de but en blanc d'une piece êlevée au dessus du plan horizontal.

Chap. I. Portée de but en blanc d'une piece êlevée au dessus du plan horizontal.

POur sçavoir à quelle distance d'un plan horizontal, une piece pointée du but en blanc & posée au dessus du niveau du même plan, pourra porter ? Comme dans cette figure où la ligne de niveau de la campagne est A K sur laquelle la piece est êlevée de la hauteur perpendiculaire A B : Pour conoître le point C dans la droite A K où le boulet arrivera partant de la piece en B pointée du but en blanc, c'est à dire suivant la direction horizontale B H?

LIV. III.
CHAP. I.
Portée de but en blanc d'une piece élevée au dessus du plan horizontal.



Comme je ſuppoſe que l'on conoiſſe la plus grande portée de la piece ſous l'élevation de 45 degrez qui ſoit par exemple BH, & la hauteur AB; Je multiplie la moitié de BH par AB, & le double de la racine quarrée du produit, me donne la longueur ſur le plan horizontal AC que je cherche. Comme ſi la hauteur perpendiculaire AB, étoit par exemple de 15 pieds c'eſt à dire de $2\frac{1}{2}$ toiſes, & la plus grande portée de 1732 toiſes; Je multiplie 866 moitié de 1732 par $2\frac{1}{2}$, & du produit 2165 je prens la raracine quarré 46 dont le double 92 toiſes, eſt la longueur AC demandée. Dans la même hypotheſe ſi la hauteur perpendiculaire AB étoit de 30 pieds c'eſt à dire 5 toiſes, je multiplierois 866 moitié de la plus grande portée par 5 & du produit 4330, je prendrois la racine quar-

rée 65, dont le double 130 toises me feroit la longueur demandée AC.

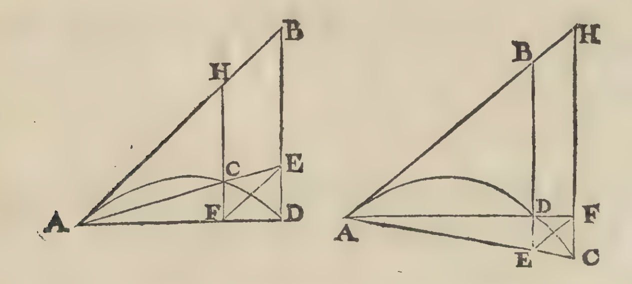
Liv. III. Chap. I. Portée de but en blanc d'une piece élevée au dessus du plan horizontal.

CHAPITRE II.

Portée sur un plan incliné d'une piece pointée sous un angle donné.

Chap. II. Portée sur un plan incliné d'une piece pointée sous un angle donné.

POUR sçavoir à quelle distance d'un plan incliné au dessus ou au dessous de l'horizon, le boulet d'une piece pointée sous un angle donné, touchera? Comme dans cette figure.



Pour conoître à quel point du plan A E incliné au dessus ou au dessous de l'horizon A F, arrivera le boulet d'une piece ou d'un mortier pointé suivant l'angle de l'inclination D A B: il faut faire deux regles de Trois:

La premiere pour trouver la longueur horizontale AF en faisant que comme *la tangente de l'angle* de l'inclination de la piece DAB est à *la tangente de l'angle* de l'inclination du plan D A E; Ainsi l'amplitude A D de la parabole A C D trouvée

Liv. III. Chap. II. Portée sur un plan incliné d'une piece pointée sous un angle donné.

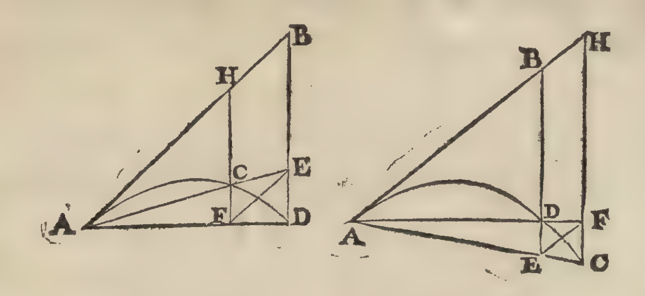
par les tables, soit à une autre, qui sera la longueur D F; laquelle étant ôtée de la même amplitude si le plan est incliné sur l'horizon, où étant ajoutée s'il est au dessous, donne la longueur horizontale A F.

Par la seconde regle de Trois, l'on trouve la longueur A C; car comme le sinus total est à la secante de l'angle du plan D A E, ainsi A F est à A C. La hauteur perpendiculaire C F se trouve avec la même facilité; car comme le sinus total est à la tangente du même angle du plan D A E, ainsi A F est à C F.

Comme si l'angle de l'inclination du plan D A E au dessus ou au dessous de l'horizon est de 25 degrez, & l'angle de l'inclination de la piece D A B de 43 degrez. Supposant que la plus grande portée sous l'angle de 45 deg. soit de 1732 toises; la portée sous l'angle de 43 degrez sera de 1647 toises; Et partant disposant nôtre premiere regle de Trois en sorte que comme 93252 tangente de 43 degrez, est à 46631 tangente de 25 degrez; Ainsi 1647 qui est l'amplitude A D est à 823 $\frac{1}{2}$ qui est la longueur D F: laquelle étant ôtée du nombre 1647 qui est A D donne aussi 823 $\frac{1}{2}$ pour la longueur horizontale A F si le plan est incliné au dessus de l'horizon, ou bien étant ajoutée à la même amplitude 1647 donne 2470 pour la même longueur si le plan est incliné sous l'horizon.

Maintenant si je fais que comme 100000 sinus total est à 110338 secante de l'angle du plan F A C, ainsi A F longueur horizontale du plan incliné { sur l'horizon 823 ½ / sous l'horizon 2470 } est à un autre; j'auray pour la longueur du plan incliné A C { sur l'horizon 908 to. / sous l'horizon 2725 to. }

Liv. III. Chap. II. Portée sur un plan incliné d'une piece pointée sous un angle donné.



Ainsi faisant que comme le sinus total 100000 est à 46631 tangente du même angle F A C, ainsi la même longueur horizontale A F du plan incliné { sur l'horizon 823 ½ / sous l'horizon 2470 } est à un autre; j'auray pour la hauteur perpendiculaire C F { sur l'horizon 384 toises / sous l'horizon 1151 toises. }

En la même maniere si nous supposons que l'angle de l'inclination du plan F A C soit de 15 degrez au dessus ou au dessous de l'horizon; celui de l'inclination du mortier F A B de 32 degrez; & la plus grande portée de la bombe

Liv. III. Chap. II. Portée sur un plan incliné d'une piece pointée sous un angle donné.

à 45 deg. de 600 toises, qui par consequent à 32 degrez donnera 539 to. : Si je fais que comme 62487 tangente de l'angle de 32 degrez est à 26795 tangente de l'angle F A C de 15 degrez; Ainsi l'amplitude A D 539. to. est à une autre; J'auray 229 pour la longueur F D, qui dans le cas que l'inclination soit
{sur l'horizon étant ôté de / sous l'horizon étant ajoutée à} 539, donne {310 / 768}
pour la longueur horizontale A F.

Maintenant si je fais que comme le sinus total 100000 est à 103528 secante de l'angle F A C de 15 deg.; ainsi A F {310 sur l'horizon / 768 sous l'horizon} est à un autre; j'auray pour la longueur du plan incliné A C {321 to. sur / 795 to. sous} l'horizon. Et si je fais que comme le sinus total 100000 est à 26795 tangente du même angle de 15 degrez; ainsi A F {310 sur / 770 sous} l'horizon, est à un autre; j'auray pour la hauteur perpendiculaire C F {83 to. sur / 206 to. sous} l'horizon.



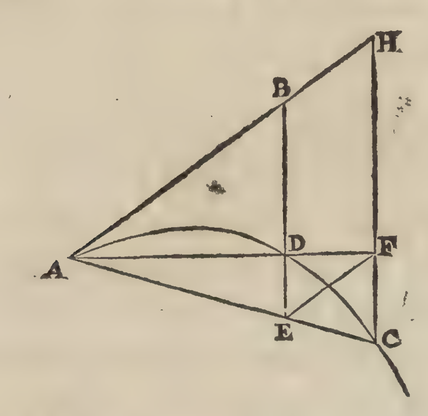
CHAP. III.

 Trouver l'angle de l'élevation de la piece.

CHAPITRE III.

Trouver l'angle de l'élevation de la piece.

CETTE pratique eſt de Torricelli qui n'a rien dit de la converſe de ſa propoſition qui eſt beaucoup plus dificile. C'eſt à dire lors que la longueur & l'Inclination d'un plan étant donnée au deſſus ou au deſſous du niveau d'une batterie, l'on veut ſçavoir à quel degré



il faut élever ſa piece où ſon mortier pour la faire chaſſer à cette longueur? Comme ſi l'angle F A C & la longueur A C étant donnez, & par conſequent la hauteur perpendiculaire F C & la longueur horizontale A F; l'on demande quel doit être l'angle F A B ſuivant lequel la piece où le mortier doit être dreſſé pour faire paſſer le boulet ou la bombe par le point C.

En voici diverſes regles dont je nommeray les Auteurs dans la troiſiéme partie de ce diſ-

LIV. III. CHAP. III. Trouver l'angle de l'élevation de la piece.

cours, lors que j'expliqueray les propositions d'où les regles ont été tirées.

CHAPITRE IV.

Premiere Pratique par les sinus.

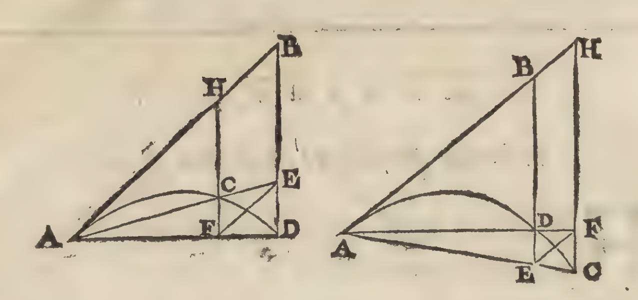
CHAP. IV. Premiere pratique par les sinus.

1. DIVISEZ le quarré de la moitié de la longueur horizontale AF par la hauteur perpendiculaire CF, ajoutez au Quotient le quart de la plus grande portée. Ensuite faites que comme ce quart est à cette somme, ainsi le sinus de l'angle du plan FAC soit à un autre sinus, dont l'angle étant ajouté à celui de l'inclination du plan, donne le double de l'angle de l'élevation de la piece ou du mortier que l'on demande.

Comme dans l'exemple pris cy-devant, posant que l'angle de l'inclination du plan AC au dessus du niveau des batteries AF est de 15 degrez; l'êlevation perpendiculaire CF de 83 toises; la longueur horizontale AF de 310 to.; & la plus grande portée du mortier à l'angle de 45 deg. de 600 toises. Pour trouver quel angle d'êlevation il faut donner au mortier pour faire porter la bombe du point A par exemple dans un château sur une montagne en C?

Je prens premierement 155 qui est la moitié de la distance horizontale AF, dont le quarré

Liv. III. Chap. IV. Premiere pratique par les sinus.



24025 divisé par la hauteur perpendiculaire CF 83, fait au Quotient 289; à quoy j'ajoute 150 qui est le quart de la plus grande portée, & j'ay 439. Puis je fais que comme ce même quart 150 est à cette somme 439, Ainsi 25882 sinus de l'angle FAC de 15 degrez soit à un autre, c'est à dire à 75747 qui est le sinus de 49. 14′ & de son complement à deux droits 130. 46′; j'ajoute 15 degrez, à l'un & à l'autre & j'ay 64. 14′ & 145. 46′ dont les moitiés 32. 7′ & 72. 53′. sont les angles de la direction du mortier que l'on recherche. C'est à dire qu'èlevant le mortier suivant l'un ou l'autre de ces deux angles, la bombe partant du point A avec une force capable de la porter à la longueur de 600 to. sous l'angle de 45 degrez, ira frapper au point C élevé sur l'horizon des batteries à la hauteur de 83 to. & élogné horizontalement de 310 to.

Liv. III.
Chap. V.
Seconde pratique par les Sinus.

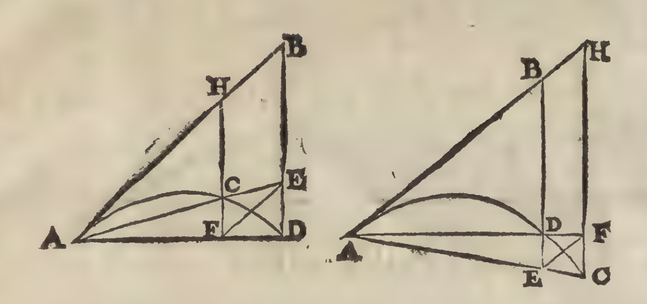
CHAPITRE V.

Seconde pratique par les sinus.

2. FAITES que comme la moitié de la plus grande portée est à la moitié de la distance horizontale, ainsi le sinus total soit à un autre, auquel il faut ajouter la tangente de l'inclination du plan s'il est incliné sur l'horizon, ou l'ôter s'il est incliné au dessous. Puis faire que comme le sinus total est au sinus du complement de l'angle du plan, ainsi cette somme ou difference soit à une autre, & vous aurez le sinus d'un angle auquel ajoutant l'angle du plan l'inclination êtant au dessus, ou l'ôtant si elle est au dessous, & prenant la moitié de la somme ou de la difference, vous aurez l'angle de la direction du mortier que vous cherchez.

Comme dans la même hypothese si le plan est incliné sur l'horizon: Multipliant 155 moitié de la distance horizontale AF par le sinus droit 100000, & divisant le produit 15500000 par 300, qui est la moitié de la plus grande portée, j'ay 51666 : à quoy j'ajoute 26795 tangente de l'angle du plan de 15 deg. & la somme est 78455; Que je multiplie par 96593 sinus de 75 degrez complement de l'angle du plan; Et je divise le produit 7578203815 par le sinus total 100000,

Liv. III. Chap. V. Seconde pratique par les sinus.



pour avoir 75782 sinus de l'angle de 49. 16' & de son complement à deux droits 130. 44'; & ajoutant 15 degrez de l'angle du plan à l'un & à l'autre, j'ay 64. 16' & 145. 44' dont les moitiez me donnent 32. 8' & 72. 52' pour les angles que l'on demande.

Et si le plan est incliné sous l'horizon; j'ôte 26795 tangente de l'angle du plan, de la somme trouvée 51666. Et le reste est 24865, que je multiplie par les mêmes 96593 sinus de 75 deg. complement de l'angle du plan F A C; dont le produit 2402364503 doit être divisé par le sinus total 100000, & le Quotient 24023 est sinus de l'angle de 13. 54', & de son complement à deux droits 166. 6'. Enfin ôtant 13. 54'. de 15 deg., & 15 deg. de 166. 6'. Il vient 1. 6' sous l'horizon, & 151. 6' au dessus; dont les moitiez sçavoir 33' sous l'horizon & 75. 33' au dessus, sont les angles de la position que l'on recherche. C'est à dire qu'élevant le mortier suivant la direction de 75. 33' sur l'horizon, ou l'abaissant suivant

Liv. III. Chap. I. Seconde pratique par les sinus.

celle de 33′ au dessous, la bombe partant du point A, ira fraper au point C abaissé sous le niveau de la batterie de la hauteur perpendiculaire FC.

CHAPITRE VI.

Troiziéme pratique par les sinus.

Chap. VI. Troisiéme pratique par les sinus.

3. MULTIPLIEZ le sinus du complement de l'angle du plan par la distance horizontale & divisez le produit par la plus grande portée; le Quotient sera un nombre auquel ajoutant celui de la même inclination si elle est sur l'horizon, ou l'ôtant si elle est dessous; l'on aura le sinus d'un angle auquel il faut ajouter ou ôter l'angle de l'Inclination du plan & prendre la moitié de la somme ou de la difference pour avoir celui de la position du mortier que l'on demande,

Comme si je multiplie 96593 sinus de 75 deg. complement de l'inclination du plan sur l'horizon, par 310 longueur horizontale; & divisant le produit 29943830 par 600 de la plus grande portée, j'ajoute au Quotient 49906 le sinus de la même inclination 25882, il viendra 75788 qui est le sinus de l'angle de 49. 16′ & de son complement à deux droits 130. 44′, à quoy ajoutant 15 deg. de l'élevation du plan, j'ay 64. 16′, & 145.

44', dont la moitié qui est 32. 8' & 75. 52' sont les angles de l'élevation que je dois donner au mortier.

 Troisiéme pratique par les Sinus.

Si le plan avoit été incliné sous l'horizon, j'aurois ôté du même nombre 49906 le même sinus 25882, & le reste m'auroit donné 24024 Sinus de l'angle de 13. 54' & de son complement à deux droits 166. 6'; ainsi ôtant 13. 54' de 15 deg., & 15 deg. de 166. 6': Il vient 1. 6' sous l'horizon & 151. 6' au dessus, dont la moitié 33' sous l'horizon & 75. 33' au dessus, sont les angles de position demandez.

CHAPITRE VII.

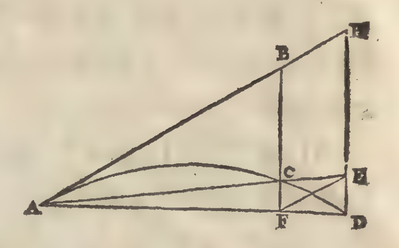
Quatriéme pratique par les sinus.

CHAP. VII. Quatriéme pratique par les sinus.

4. SI le plan est incliné sur l'horizon ôtez de la plus grande portée la hauteur perpendiculaire, & multipliez le reste par la même hauteur; Puis ayant divisé le produit par la longueur du plan incliné, ôtez le quotient de la même longueur, & prenez la moitié du reste, qu'il faut ajouter au même Quotient. Ensuite il faut faire que comme cette somme est à la moitié de la plus grande portée, ainsi le sinus total est à un autre; Et vous aurez la secante d'un angle, auquel ajoutant ou ôtant l'angle du plan; Il vient un autre angle qu'il faut ôter ou ajou-

LIV. III. CHAP. VII. Quatrième pratique par les sinus.

ter à l'angle droit, pour en avoir encore un autre dont la moitié est le complement de l'angle de l'êlevation du mortier que l'on recherche.



Comme si demeurant dans la même supposition, il faloit tirer dans un château sur une montagne en C élevé sur le plan de la batterie A F de la hauteur perpendiculaire F C 83 to., à la distance de 320 to. sur le plan A C incliné de 15 deg. sur le niveau de la batterie ; supposant la plus grande portée du mortier de 600 to. Aprés avoir ôté la hauteur F C 83 to. de 600; je multiplie le reste 517 par F C 83, & je divise le produit 42911 par A C 320, pour avoir 134 au quotient, que j'ôte de A C 320, puis je prens la moitié du reste 186 qui est 93 que j'ajoute au quotient 134, & j'ay 227. Ensuite je fais que comme 227 est à 300 moitié de la plus grande portée, ainsi 100000 sinus total est à un autre; Et j'auray 132158 secante de l'angle de 40. 50′; auquel ajoutant ou ôtant l'angle du plan de 15 deg., il vient 55. 50′, & 25. 50′ qu'il faut ôter ou ajouter à 90 degrez pour avoir 34.10′ & 115. 50′ dont les moitiés sont 17. 5′ & 57. 55′, qui sont les complemens de 72.58′ & 32. 5′ angles de la position du mortier que l'on demande.

Si l'inclination du plan est sous l'horizon, ajoutez

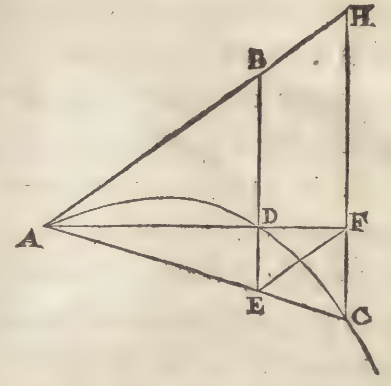
ajoutez la plus grande portée à la hauteur perpendiculaire & multipliez la somme par la même hauteur : Puis ayant divisé le produit par la longueur du plan incliné, ajoutez le quotient à la même longueur & ôtez le même Quotient de la moitié de la somme ; Ensuite faites que comme ce reste est à la moitié de la plus grande portée, ainsi le sinus total est à un autre, qui sera la secante d'un angle, duquel ôtant ou ajoutant l'angle du plan, il vient un autre angle qu'il faut ôter ou ajouter à l'angle droit ; Et le reste où la somme est le double du complement de l'angle que l'on recherche.

LIV. III. CHAP. VII. Quatriéme pratique par les sinus.

Come si dans la même hypothese, il faloit tirer dans quelque endroit au fonds d'une vallée en C abaissé sous le niveau de la batterie A F de la hauteur perpendiculaire F C 83 to. à la distance de 320 toises sur le plan A C incliné de 15 degrez, supposant toujours la plus grande portée de 600 toises. Ayant ajouté la plus grande portée 600 à la hauteur perpendiculaire 83; Je multiplie leur somme 683 par la même hauteur 83, & je divise le produit 56689 par 320 longueur du plan incliné, qui me fait 177 au quotient ; lequel ajouté à la même longueur 320, fait 497 dont la moitié est 249, d'où j'ôte le même quotient 177, & j'ay 72 pour le reste. Ensuite ayant multiplié le sinus total 100000 par la moitié de la plus grande portée 300

Liv. III. Chap. VII. Quatriéme pratique par les sinus.

& divisé le produit 3000000 par 72, il vient 41666 qui est la secante de l'angle 76. 7′ duquel ôtant & ajoutant l'angle du plan 15 deg., j'ay 61. 7′ & 91. 7′. Puis ôtant le premier & ajoutant le dernier à 90 degrez, il me vient 24. 53′ & 181. 7′ dont la moitié est 14. 26′ $\frac{1}{2}$, & 90. 33 $\frac{1}{2}$′, complements de 75. 33 $\frac{1}{2}$′, sur l'horizon, & de 33 $\frac{1}{2}$′ au dessous, pour la position du mortier que l'on demande.



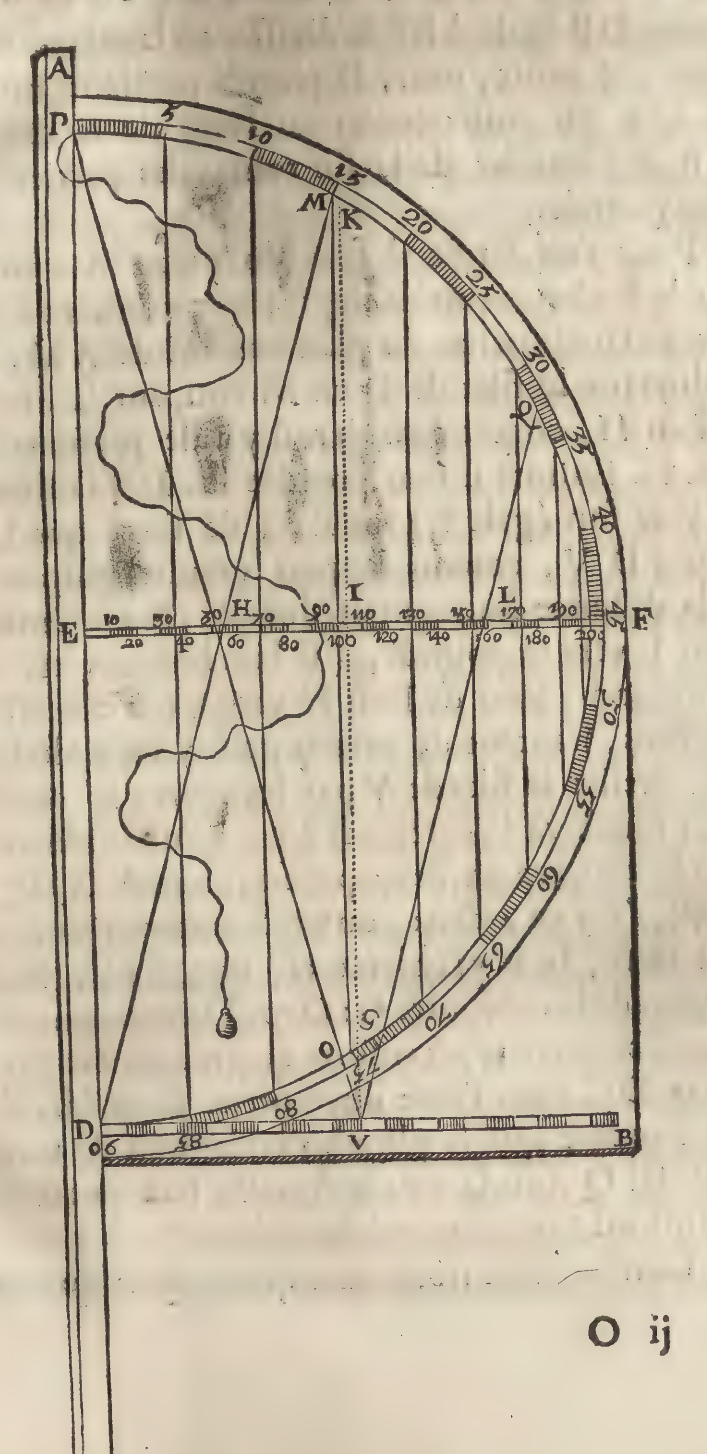
CHAPITRE VIII.

Cinquiéme Pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

Chap. VIII. Cinquiéme pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

IL y a des instrumens qui peuvent sans s'embarasser de tant de calcul, donner les mêmes angles. Le premier est le demi cercle de Torricelli A F D que nous avons expliqué cy-devant avec les divisions tant des 90 degrez autour du limbe entier à commencer du point A, que d'un grand nombre de parties égales sur le demi diamettre perpendiculaire E F; Il ne faut qu'y ajouter en bas au point D, une tou-

Liv. III. Chap. VII. Cinquiéme pratique par le demicercle de Torricelli rectifié.



Liv. III. Chap. VIII. Cinquiéme pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

chante D B égale à E F & divisée en la même maniere, & avoir, outre le plomb pendant en A, un filet qui puisse couler au long de la droite D B & s'étendre de là sur toutes les parties du demy cercle.

Pour s'en servir il faut du point A conter sur le limbe autant de degrez que contient l'angle de l'inclination du plan comme de A M; Et apliquant le filet de D en M coupant la droite E F en H, conter combien il y a de partie entre E & H. Ensuite il faut prendre sur D B la droite D V & son égale E I sur E F; de sorte que D B soit à D V, comme la plus grande portée est à la distance horizontale donnée, & contant de I en L vers le point F, (si l'inclination est sur l'horizon;) ou de I en N vers E (si elle est au dessous,) autant de parties qu'il y en a de E en H, dresser le filet de V par les points L ou N, qui touchera le cercle s'il n'y a qu'une solution; ou le coupera en deux points, comme G, Q ou O, P, s'il y en a deux; ou ne le rencontrera point du tout, si le probleme est impossible. Et les points de la rencontre G : Q : ou O : P : seront ceux que l'on recherche : ensorte que mettant le grand bras D C dans l'ame du mortier & le dressant de maniere que le plomb pendant en A tombe sur G : Q. ou O : P : la Bombe sera portée au point où l'on veut qu'elle aille.

Comme dans nôtre exemple supposé que l'an-

gle de l'inclination du plan ſoit de 15 deg., la diſtance horizontale de 310 toiſes, la plus grande portée de 600 to., Et les droites EF & DB partagées en 200 parties. Il faut premierement prendre 15 degrez depuis A juſqu'en M & menant le filet DHM remarquer qu'il y a 53 p. depuis E juſqu'en H ſur la droite EF ; Enſuite ſi l'on fait que comme la plus grande portée 600 to., eſt à la diſtance horizontale 310 to., Ainſi la ligne EF 200 p. eſt à une autre ? l'on aura DV & EI de 103 p., auſquelles ajoutant IL de 53 p., (ſi l'inclination eſt ſur l'horizon,) l'on aura EL de 156 p.; & paſſant le filet du point V par L, il coupera le demi cercle aux points Q de 32 degrez & G de 73 qui ſont les angles de la poſition du mortier que l'on demande, mettant le bras de l'Equerre DC dans l'ame & élevant le mortier enſorte que le plomb pendant en A tombe ſur les points de 32 ou de 73 degrez.

LIV. III. CHAP VIII. Cinquiéme pratique par le demicercle de Torricelli rectifié.

Si l'inclination du plan ẽtoit ſous l'horizon, il auroit fallu ôter la droite EH ou IN 53 p. de la ligne EI 103 p., afin d'avoir EN de 50 p.; puis faire paſſer le filet du point V par le point N, qui auroit couppé le demi cercle au point O $75\frac{1}{2}$ degrez & au point P. $\frac{1}{2}$ degré au dela de la droite AD. Ce qui fait voir que les angles de la poſition du mortier ſont en ce cas de 75 $\frac{1}{2}$ deg. ſur l'horizon & d'un demi degré au deſſous. C'eſt à dire que le bras DC ẽtant mis dans

Liv. III. Chap. VIII. Cinquiéme pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

l'ame du mortier, il faut le hausser ensorte que le plomb tombe sur le point O de 75. 30′, ou l'abaisser de maniere que le même plomb coupe le demi cercle prolongé au dela du diametre A D au point P à la distance d'un demi degré depuis le point A.



LIVRE QUATRIEME.

Liv. IV.

Pratique Universelle.

CHAPITRE PREMIER.

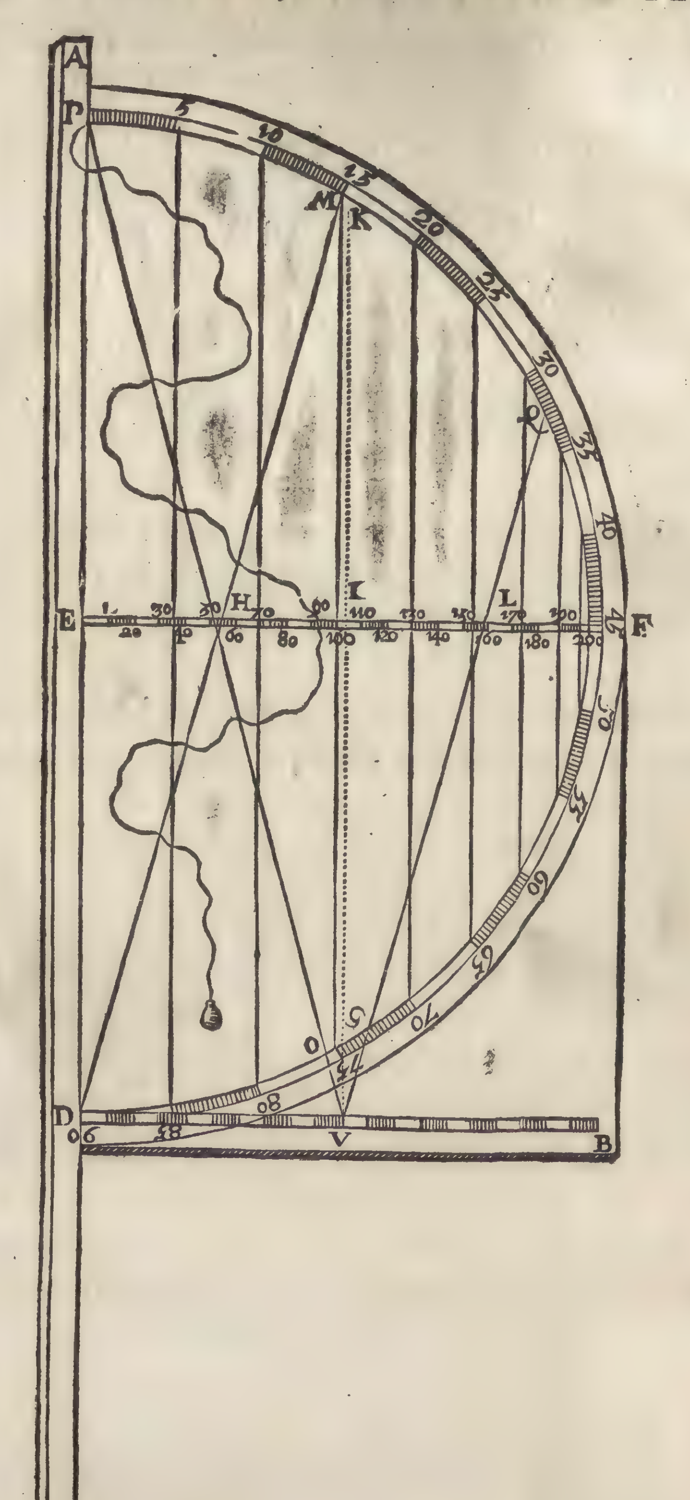
Construction d'un instrument pour toutes sortes de jets.

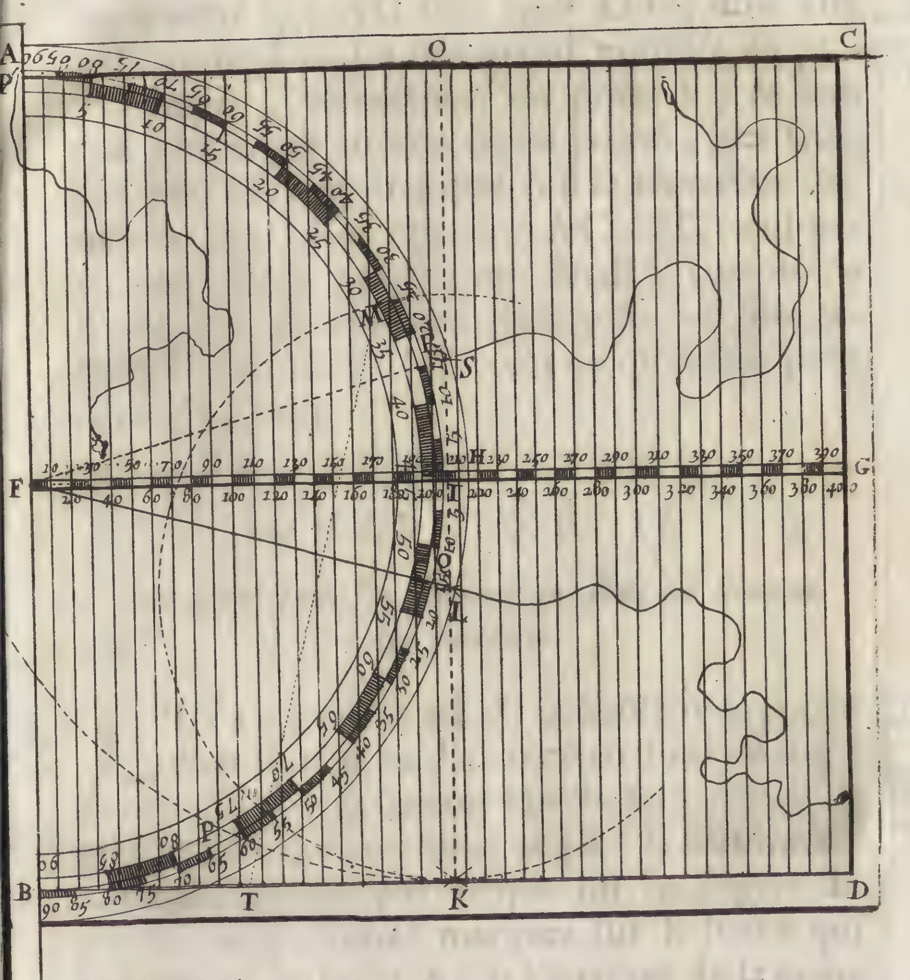
Chap. I. Construction d'un instrument pour toutes sortes de jets.

VOICI encore un autre instrument qui n'est pas moins ingenieux que celui de Torricelli, & qui peut servir pour toutes sortes de portées soit qu'on les demande dans l'étenduë du niveau des batteries soit qu'on veüille les faire porter sur des plans élevez ou abaissez au dessus ou au dessous du même Niveau.

C'est un quarré ABCD dont l'un des côtez comme AB porte à l'un des bouts comme A le plomb attaché à un filet, l'autre B est prolongé vers E, afin que la branche BE puisse entrer dans l'ame du Canon ou du mortier. Le même côté AB est le diamettre du demi cercle AHB dont le centre est en F & qui doit être premierement divisé en 90 parties égales, ainsi que celui de Torricelli, à commencer du point A sur un des limbes; Et sur l'autre, chaque quart de cercle HA & HB doit être aussi divisé

LIV. IV.
CHAP. I.
Construction d'un instrument pour toutes sortes de jets.

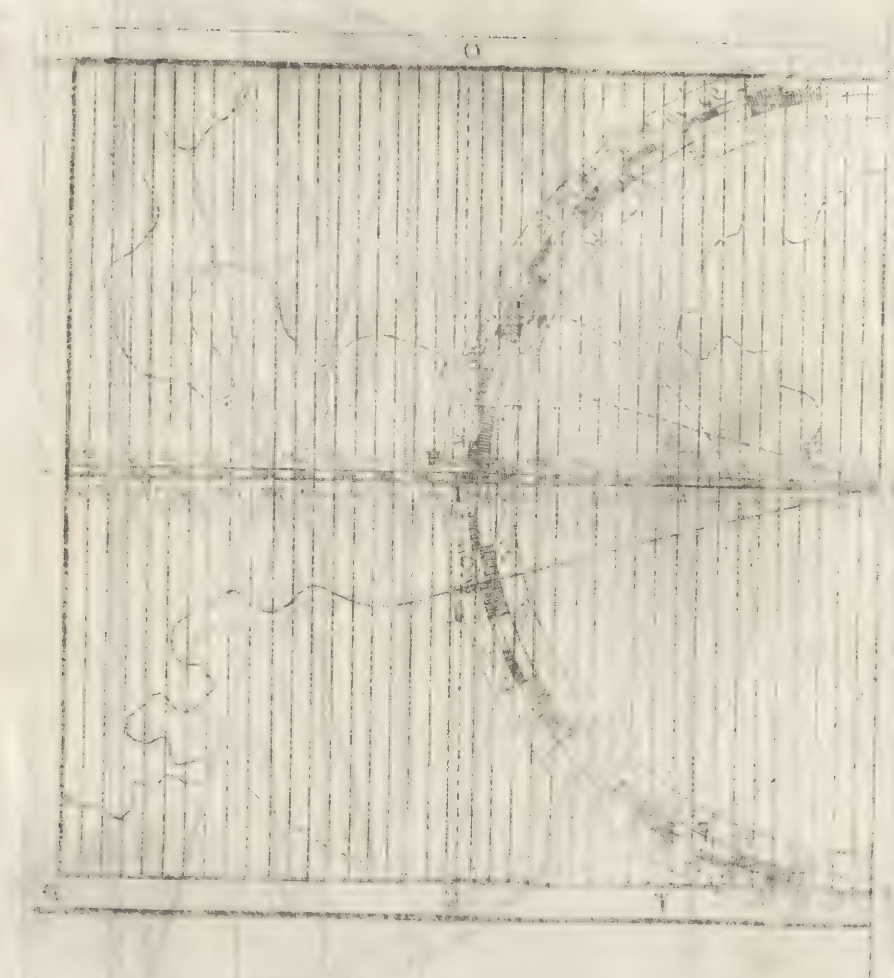




r. IV
AP. I
ftructi
inftru
pou
s fort
ts.

AP. I
ufage
les p
qui f
veau
ties.

r. I
A P.
ſtruct
inſtr
poi
s ſo
ts,



en 90 deg. à commencer du point H. Le demi-diametre perpendiculaire FH continué jusqu'en G, ensorte que HG soit égale à FH, doit être aussi partagé en un tres-grand nombre de parties égales à commencer du point F ; & l'on fait passer, par chacun de ses points, des Guides paralleles au diametre AB & traversant jusqu'aux deux côtez opposez AC : BD : qui par ce moïen se trouveront divisez comme la droite FG. Il faut enfin qu'il y ait un filet attaché au centre F. Voila tout ce qu'il faut pour sa construction.

LIV. IV. CHAP. I. Construction d'un instrument pour toutes sortes de jets.

CHAPITRE II.

Son usage pour les portées qui sont au niveau des batteries.

L'USAGE en est tel. Si conoissant la portée d'un Canon ou d'un mortier sous un angle donné, l'on veut sçavoir Quelle sera celle de la même piece sous un autre angle ? il faut mettre la pointe du compas simple sur les degrez du premier angle donné marquez sur le limbe qui commence du point A, & l'ouvrant de la grandeur du demi diametre du même limbe, le tourner sur la droite FG & remarquer à quel nombre de parties il repond vers le point G. ; Il en faut ensuite faire autant sur les degrez du se-

CHAP. II. Son usage pour les portées qui sont au niveau des batteries.

LIV. IV.
CHAP. II.
Son usage pour les portées qui sont au niveau des batteries.

Liv. IV. Chap. II. Son uſage pour les portées qui ſont au niveau des batteries.

cond angle : Car les parties de la droite FG coupées par le premier angle ſont aux parties coupées par le ſecond, comme l'étenduë de la portée conuë ſous l'élevation du premier angle, eſt à celle que l'on cherche ſous l'êlevation du ſecond.

Comme ſi le côté FG étant diviſé en 400 parties, l'on propoſe Quelle ſera la portée d'un mortier êlevé de 30 degrez, ſuppoſé qu'il ait chaſſé à la longueur de 400 to. ſous l'êlevation de 21 deg.? Il faut ouvrir le compas de la grandeur du demi diametre FA, & l'aïant poſé ſur le bord du demi cercle au point de 21 deg., le tourner du côté de G ſur la droite FG, & remarquer à quel point il repond de la même ligne, qui ſera dans cet exemple au point 266. Enſuite ayant poſé la pointe du compas ſur le point de 30 degrez, il faut voir où il coupe la même FG qui doit être au point 346. Enfin il faut faire que comme 266 eſt à 346, ainſi la portée du mortier donnée de 400 toiſes ſous l'angle de 21 degrez eſt à un autre; Et l'on aura peu plus de 520 toiſes pour la portée du même mortier êlevé ſous l'angle de 30 degrez.

Si poſant la portée de 400 toiſes ſous l'élevation de 21 deg. l'on vouloit ſçavoir à quel angle il faudroit l'êlever pour chaſſer à 520 to.? Ayant mis la pointe du compas ſur 21 deg., & vû qu'il coupe 266 parties ſur la droite FG, il

Liv. IV. Chap. II. Son usage pour les portées qui sont au niveau des batteries.

faut faire que comme la portée de 400 to. est à celle de 520 to., ainsi 266 soit à un autre; & il viendra 346; au point duquel sur la droite GF il faut mettre la pointe du compas toûjours ouvert de la grandeur du demi diametre FA, & voir où il coupera le demi cercle comme aux points 30 & 60. Qui sont les angles de l'élevation du mortier pour le faire chasser à la distance de 520 to., supposé qu'il ait porté à celle de 400 to. sous l'élevation de 21 degrez.

CHAPITRE III.

Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

Chap. III. Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

LA difficulté n'est pas plus grande pour determiner les portées vers les endroits êlevez ou abaissez sous l'horizon; supposé que l'on conoisse la plus grande portée de la piece ou du mortier, l'angle de l'inclination du plan & la distance horizontale, si c'est l'angle de l'êlevation du mortier que l'on cherche : ou que l'on conoisse les angles du plan & du mortier, avec la plus grande portée, si c'est la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou enfin la hauteur perpendiculaire que l'on demande.

Liv. IV.
Chap. IV.
Trouver l'élevation de la piece, quand l'inclination est au dessus du niveau des bateries.

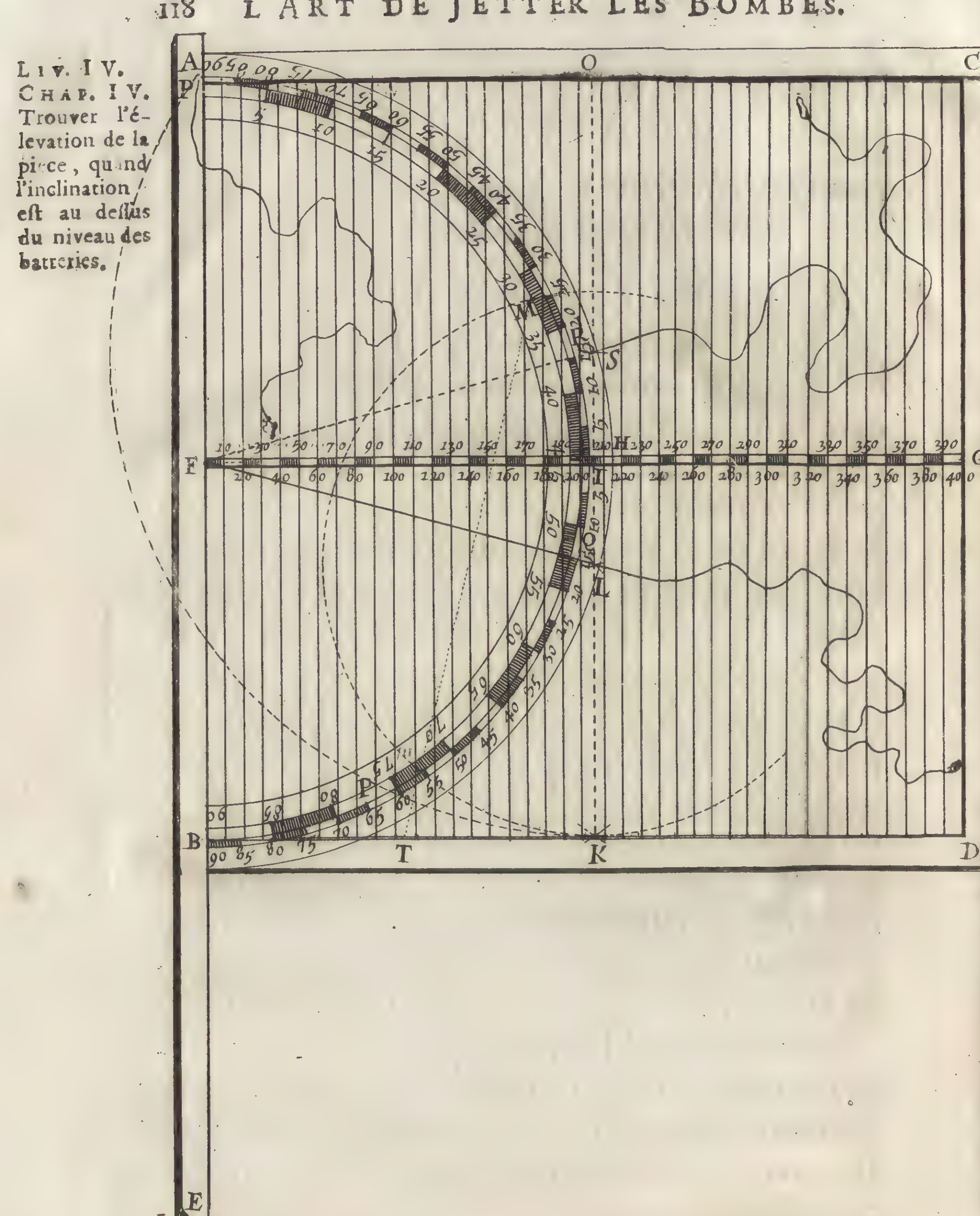
CHAPITRE IV.

Trouver l'élevation de la piece, quand l'inclination est au dessus du niveau des batteries.

AU premier cas, il faut faire que comme la plus grande portée est à la distance horizontale donnée, ainsi les parties contenuës dans la droite FG, soient à un nombre de parties de la même ligne. Ensuite il faut étendre le filet attaché au centre F & le faisant passer par le degré de l'inclination du plan marqué sur le bord du quart de cercle de H vers B (si l'inclination est au dessus de l'horizon,) ou de H vers A (si elle est au dessous,) voir en quel point il coupera la Guide qui passe par le nombre de parties de la droite FG que nous avons marquées; car le point sera le centre d'un arc de cercle dont le rayon est ce qui reste de la même guide depuis ce point jusqu'au côté BD du quarré, & qui touchera ou coupera le demi cercle en des points qui marqueront les angles de la position du mortier que l'on demande.

Comme dans l'Exemple que nous avons rapporté cy-devant, ou nous avons supposé la plus grande portée de 600 to., & que le point où l'on veut tirer est dans un plan incliné 15 deg. au dessus ou au dessous de l'horizon des batte-

Liv. IV. Chap. IV. Trouver l'élevation de la piece, quand l'inclination est au dessus du niveau des batteries.



Trouver l'élevation de la piece, quand l'inclination est au dessus du niveau des batteries.

ries à la distance horizontale de 310 to.; Il faut premierement faire que comme 600 to. est à 310, ainsi 400 parties de la droite F G est au nombre 206 qui repond au point I sur la même FG, par où il faut entendre que passe la Guide K I O parallele au diametre A B; Ensuite en faisant passer le filet du point F par Q où il y a 15 deg. depuis H vers B (si l'êlevation est sur l'horizon,) remarquer le point L où il coupera la Guide I K; & ce point L, sera le centre sur lequel mettant la pointe du compas ouvert de l'étenduë L K, & décrivant un arc de cercle, il touchera le demi cercle, si le probleme n'a qu'une solution; ou le coupera en deux points comme M *m* s'il en a deux; ou ne le rencontrera point du tout, s'il est impossible; & les points de la rencontre M *m* marqueront sur le bord interieur du demi cercle, dont les degrez commencent du point A, les angles de la position du mortier que l'on demande. C'est à dire que dans nôtre hypothese le point M donnera l'angle de 32 degrez & *m* celui de 72; sur lesquels il faut que le plomb pendant en A tombe, lors que le bras B E est au dedans de l'ame du mortier.



Liv. IV.
Chap. V.
Trouver l'élevation de la piece, quand l'inclination est au dessus du niveau des batteries.

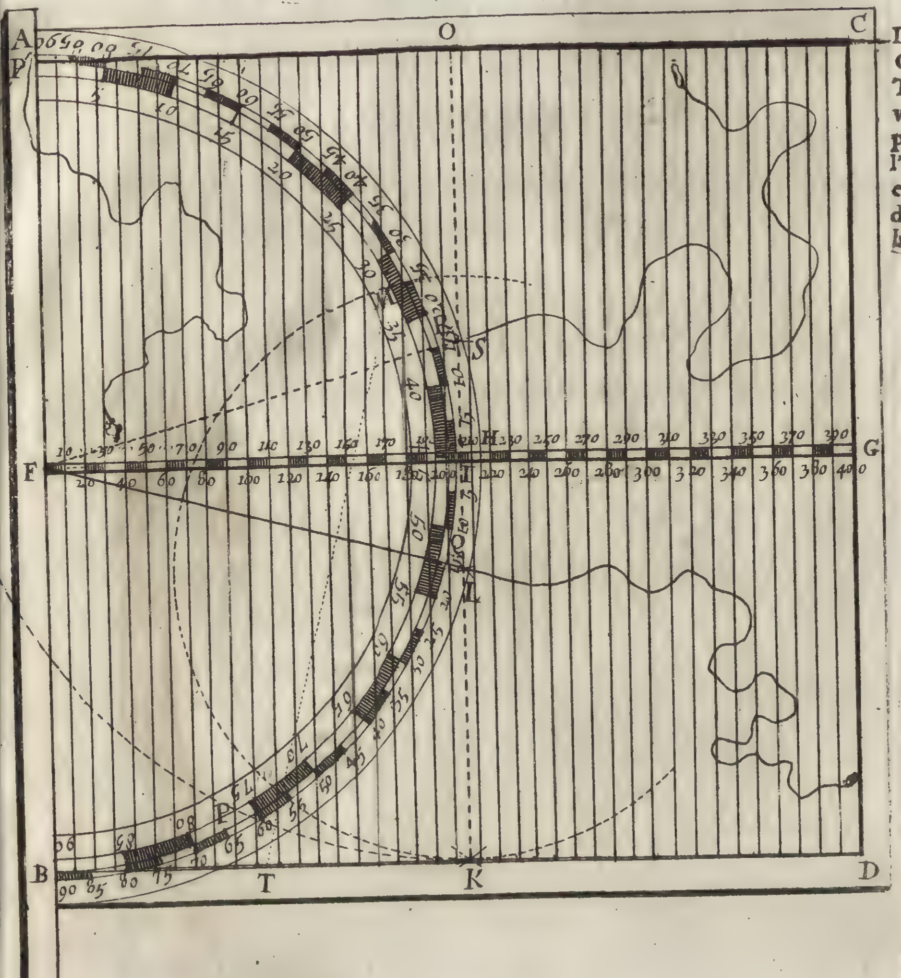
CHAPITRE V.

Trouver l'élevation de la piece, quand l'inclination est au dessus du niveau des batteries.

SI sur la même supposition, l'inclination du plan étoit au dessous du niveau de la batterie, il faudroit prendre l'arc de 15 degré de son inclination du point H vers A comme HR, & passant le filet du point F par R, voir où il coupe la Guide KIO comme en S, où mettant la pointe du compas, ouvert de l'étendue SK, faire l'arc KP*p* qui coupera le demi cercle en P où il y a 75. 30′, & en *p* au dela du point A à la distance de 30′. qui sont ceux de la position du mortier que l'on cherche. De maniere que le haussant de telle sorte que le bras BE étant dans l'ame du mortier, le plomb tombe du point A sur 75, 30′, où le baissant tellement qu'il tombe sur le point *p* au dela du point A de 30′, la bombe ira frapper au lieu abaissé sous l'horizon comme on le demande.



CHAP. VI.



Liv. IV.
Chap. V.
Trouver l'élevation de la piece, quand l'inclination est au dessous du niveau des batteries.

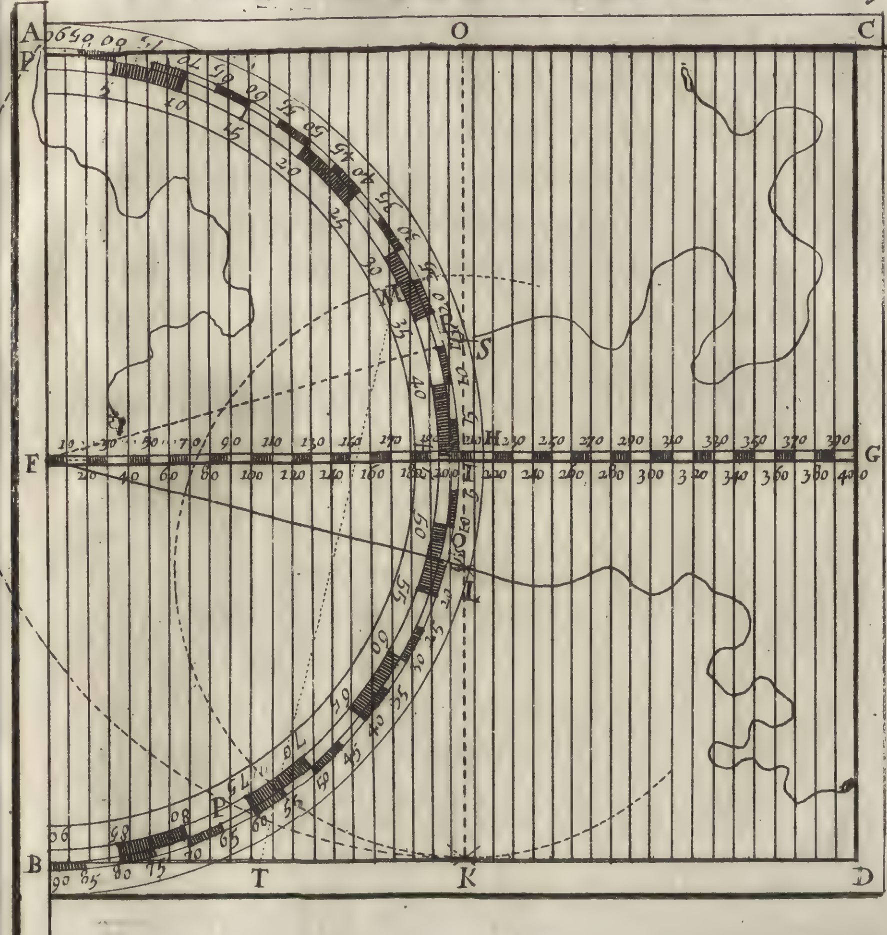
LIV. IV. CHAP. VI. Trouver la distance horizontale ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

CHAPITRE VI.

Trouver la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

MAINTENANT supposant que l'angle de l'inclination du plan soit toujours de 15 degrez sur le niveau des batteries, la plus grande portée de 600 toises & un angle donné de l'élevation du mortier de 72 degrez. Si l'on veut sçavoir quelle sera la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou même la hauteur perpendiculaire à laquelle la bombe arrivera sur le plan? Il faut du point Q ou repond l'angle du plan sur le limbe des degrez du demi cercle qui commencent au point H, prendre avec le compas la distance Q *m*, c'est à dire jusqu'au point qui repond sur l'autre limbe à 72 degrez de l'angle donné de l'êlevation du mortier, & la raporter du même point Q sur l'autre côté du demi cercle comme au point M; puis faisant passer le filet par les deux points M *m*, voir où il coupera le côté BD comme en T; car BK double de BT, donnera la distance horizontale FI de 206 parties; & par consequent la gui-IK & le point L où elle est coupée par le filet FQ; & raportant les droites FL & IL sur FG, vous trouverez 213 p. pour la longueur du plan

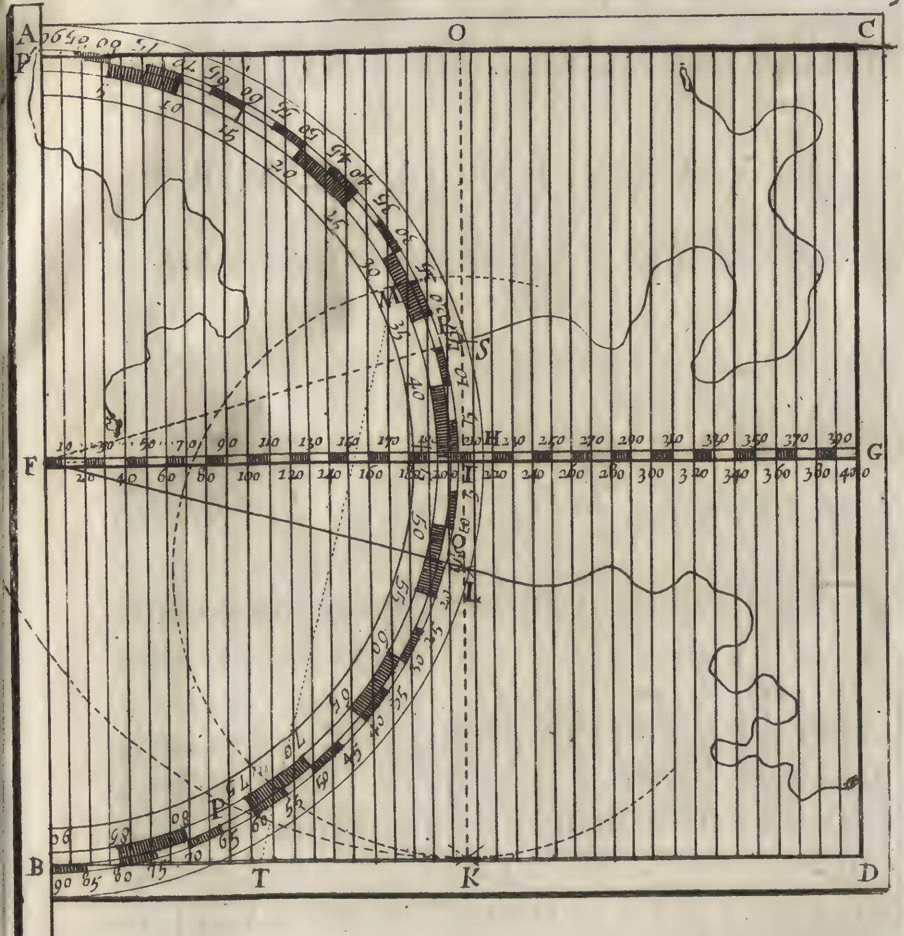
LIV. IV.
CHAP. VI.
Trouver la diſtance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.



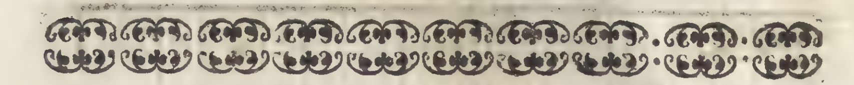
Liv. IV. Chap. VI. Trouver la diſtance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

incliné F L, & 55 p. pour la hauteur perpendiculaire I L. De ſorte que faiſant que comme les 400 parties de la droite F G ſont aux 600 toiſes de la plus grande portée, ainſi les trois nombres de parties 206 : 213 : 55 : ſont à d'autres ; nous aurons 310 to. pour la diſtance horizontale F I, 320 to. pour l'inclinée F L, & 83 to. pour la hauteur perpendiculaire I L.

Si le plan êtoit incliné ſous l'horizon & l'angle de l'élevation du mortier donné de 75. 30′, il faudroit mettre le compas ſur le point R où repond l'angle du plan ſous l'horizon & l'ayant êtenduë juſqu'en P. où ſont marquées les 75. 30′ de l'angle donné du mortier, le tourner de l'autre côté en *p* où il coupe le demi cercle prolongé au dela du point A ; & par les points *p* : P : faire paſſer le filet juſqu'à ce qu'il coupe le côté du quarré B D comme en T ; car le double de la droite B T pris ſur la droite F G, donnera la longueur de la diſtance horizontale & la Guide qui lui repond, & par conſequent le point S, & la longueur de la diſtance ſur le plan incliné F S, & celle de la hauteur perpendiculaire I S ; qui ſur cette hypotheſe ſeront toujours les mêmes, c'eſt à dire que l'on aura 310 to. pour la diſtance horizontale F I, 83 to. pour la hauteur perpendiculaire ſous le niveau de la batterie I S ; & 320 to. pour la longueur du plan incliné F S.



Liv. IV.
Chap. VI.
Trouver la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné ou la perpendiculaire.



Liv. V.

LIVRE CINQUIE'ME.

Application du compas de proportion aux jets des Bombes.

CHAPITRE PREMIER.

Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

Chap. I. Usage du compas de proportion pour les portées qui sont au niveau des batteries.

CEux qui sçavent bien l'usage du compas de proportion ordinaire, pourront utilement s'en servir pour le jet des Bombes sur toutes sortes de plans, soit qu'ils soient dans le niveau des batteries, soit qu'ils soient inclinez au dessus ou au dessous du même niveau, sans avoir besoin d'aucunes tables ny d'aucun autre instrument que d'un compas commun. Car prenant sur la ligne des cordes le double des sinus des angles proposés, l'on pourra leur trouver des proportionelles sur celle des parties égales.

Ainsi conoissant la portée horizontale d'une piece ou d'un mortier suivant la direction d'un angle donné ; si l'on veut sçavoir quelle sera la portée de la même piece suivant la direction d'un autre angle ? il faut premierement prendre

ſur la ligne des cordes la longueur de celle du quadruple du premier angle propoſé & la rapporter tranſverſalement ſur les parties égales aux points repondans à l'étenduë de la premiere portée ; puis prendre ſur les cordes la longueur de celle qui repond au quadruple du ſecond angle propoſé & voir du côté des parties égales quels ſont les points auſquels cette grandeur peut être apliquée tranſverſalement ; car ce ſeront ceux qui marqueront l'étenduë de la ſeconde portée que l'on demande.

Liv. V. Chap. I. Uſage du compas de proportion pour les portées qui ſont au niveau des batteries.

Comme dans l'exemple propoſé cy-devant où la portée d'une bombe tirée ſous l'êlevation de 21 deg. eſt de 400 to. ; ſi l'on demande quelle ſera celle du même mortier êlevé ſous l'angle de 30 degrez ? Je prens premierement ſur la ligne des cordes l'étenduë de celle de 84 deg. quadruple du premier angle propoſé de 21 deg.; Puis prenant le quart des 400 to. ſçavoir 100 (à cauſe que le nombre des parties égales n'eſt ordinairement que de 200 ſur le compas de proportion,) j'applique tranſverſalement aux points 100 . 100 : des parties égales, l'étenduë de la corde que j'ay priſe ; Puis ayant pris la corde de 120 deg. quadruple du dernier angle propoſé de 30 deg. ; je cherche ſur le compas ainſi ouvert à quels points des parties égales, elle peut être appliquée tranſverſalement ; & je trouve que ce ſont les points 130 : 130 :, dont le quadruple qui

Liv. V. Chap. I. Usage du compas de proportion pour les portées qui sont au niveau des batteries.

est 520 toises me donne la portée du mortier que je recherche.

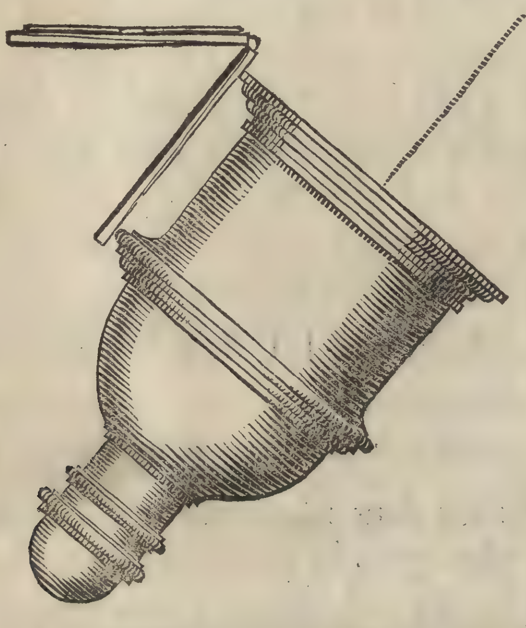
Si dans la même hypothese où la portée est de 400 to. à 21 deg., j'avois voulu sçavoir à quel degré il faut élever le mortier pour le faire chasser à la longueur horizontale de 520 to. ? Aprés avoir appliqué la corde de 84 deg. quadruple de 21 deg. transversalement sur les points 100 : 100 : des parties égales, j'aurois pris sur le compas ainsi ouvert la distance transversale qui est entre les points 130 : 130 : du même côté, laquelle étant rapportée sur la ligne des cordes donne celle de 120 deg., dont le quart 30 deg. ou son complement 60 degrez, sont les angles de la position du mortier que l'on demande. Je prens les points 130 : 130 : parce que le nombre est le quart du proposé 520 comme les points 100 : 100 : sont le quart de l'autre proposé 400 : ayant pû prendre $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{5}$: ou telle autre partie de l'un & de l'autre qui auroit le plus comodement reüssi sur les parties égales du compas.

Pour dresser le mortier suivant la direction d'un angle donné avec le compas de proportion ; il faut premierement l'ouvrir de la capacité de cet angle en prenant la longueur de sa corde & l'appliquant transversalement sur les points 60 : 60 : des mêmes cordes ; Puis mettant un de ses bras sur le mortier ensorte que la tête du compas étant tournée vers sa bouche, le

même

même bras ſoit parallele à l'axe de l'ame, il faut êlever le mortier de maniere que l'autre bras devienne parallele à l'horizon, ce qui ſe cônoit en appliquant ſur ce bras un de ces petits niveaux d'émail ou tel autre que l'on jugera à propos.

LIV. V. CHAP. I. Uſage du compas de proportion pour les portées qui ſont au niveau des batteries.



CHAPITRE II.

Uſage du Compas de proportion pour les portées qui ne ſont pas au niveau des batteries.

L'USAGE du compas de proportion n'eſt pas plus dificile pour les portées ſur des plans inclinez au deſſus ou au deſſous du niveau des batteries ; car il ne faut que prendre la longueur de la plus grande portée ſur la ligne des

CHAP. II. Uſage du compas de proportion pour les portées qui ne ſont pas au niveau des batteries.

Liv. V. Chap. II. Usage du compas de proportion pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

parties egales, & y appliquer transversalement celle de la distance horizontale; puis sur cette ouverture de Compas prendre sur la même ligne des parties égales, la longueur de la corde du double du complement de l'angle du plan proposé, & ajouter à celle qui lui repond transversalement la corde du double du même angle; & cet agregé sera la corde d'un angle, à la moitié duquel & à son complement à deux droits, ajoutant l'angle de l'inclination du plan, vous aurez le double des angles que l'on demande.

CHAPITRE III.

Trouver l'élevation de la piece quand le plan est incliné sur le niveau des batteries.

Chap. III. Trouver l'élevation de la piece quand le plan est incliné sur le niveau des batteries.

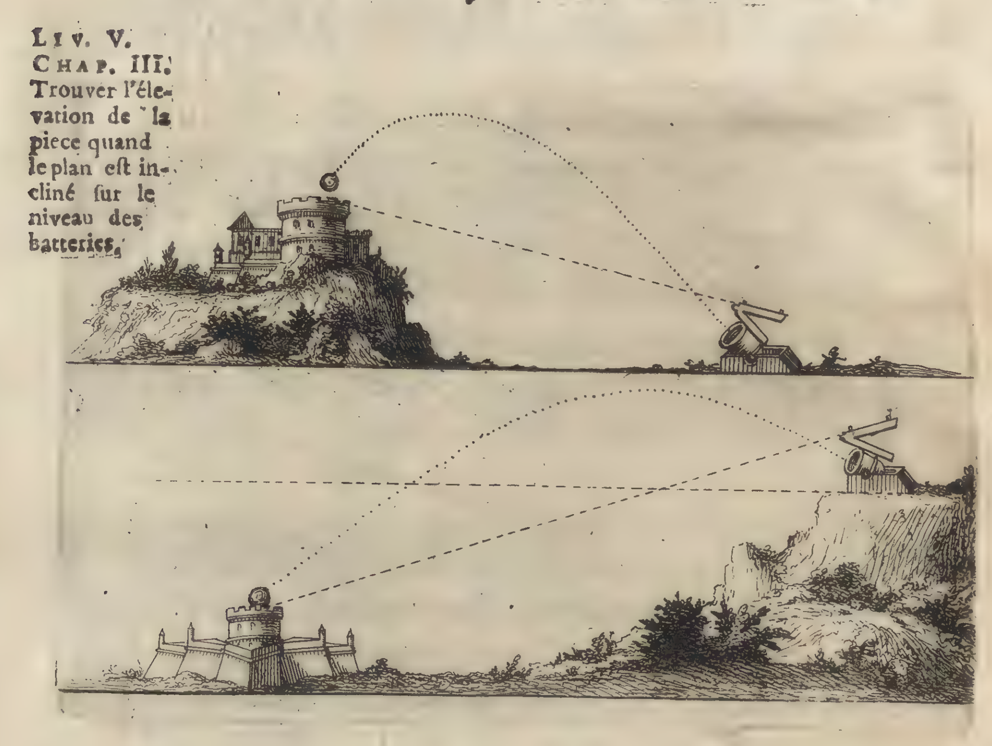
COMME dans nôtre exemple, supposé que la plus grande portée soit de 600 to., la distance horizontale de 310 to. & l'angle de l'inclination du plan sur l'horizon de 15 deg.: Parce que le plus grand nombre des parties égales qui est sur le bras du compas de proportion ordinaire n'est que 200 qui est le tiers de 600 to. de la plus grande portée, je prens sur la même ligne la longueur de 103 $\frac{1}{3}$ p. qui est le tiers de la distance horizontale que j'applique transversalement sur les points 200 : 200 :; Puis ayant pris la longueur de la corde de 150 deg. double de 75 qui est le complement de l'angle du plan

de 15 deg., Je la rapporte au long de la ligne des parties égales pour prendre la tranſverſale ſur les points où elle repond, à laquelle ajoutant la corde de 30 deg. double du même angle du plan de 15 deg., j'ay la corde de 98. 30′ dont la moitié eſt 49. 15′ & ſon complement à deux droits 130. 45′. Et ajoutant 15 deg. à l'un & à l'autre, j'ay 64. 15′. & 145. 45′ dont les moitiez 32. 7 ½′ & 72. 52 ½′ ſont les angles de la poſition du mortier que l'on recherche.

LIV. V. CHAP. III. Trouver l'élevation de la piece quand le plan eſt incliné ſur le niveau des batteries.

L'application du mortier avec le compas de proportion eſt la même que celle que nous venons d'enſeigner; Mais ſi au lieu de tenir le bras exterieur parallele à l'horizon, l'on vouloit decouvrir l'objet au long du même bras en y mettant des pinules; il faudroit en ce cas diminuer l'angle trouvé de la grandeur de celui du Plan, & ayant ouvert le compas de la capacité du reſte, hauſſer le mortier juſqu'à ce que l'on decouvre au long des pinules le point où l'on veut fraper. Comme en nôtre exemple ôtant 15 deg. de 32. 7 ½′ & de 72. 52 ½′; l'on auroit 17. 7 ½′ & 57. 52 ½′, dont il faudroit apliquer la corde tranſverſale aux points 60 : 60 : des mêmes cordes, & tenant ainſi le compas ouvert, mettre un de ſes bras parallele à l'ame du mortier, qu'il faut enſuite élever juſqu'à ce que, par les pinules poſées au long de l'autre bras l'on puiſſe voir l'objet élevé où l'on veut faire porter la bombe.

LIV. V.
CHAP. III.
Trouver l'élevation de la piece quand le plan est incliné sur le niveau des batteries.



CHAPITRE IV.

Trouver l'élevation de la piece quand le plan est incliné sous le niveau des batteries.

CHAP. IV. Trouver l'élevation de la piece quand le plan est incliné sous le niveau des batteries.

SI sur les mêmes hypotheses le plan avoit été incliné sous le niveau de la batterie; Aprés avoir ouvert le compas de proportion ensorte que la longueur de 103 $\frac{1}{3}$ p., qui est le tiers

de la distance horizontale, soit la transversale sur la ligne de parties égales des points 200: 200: qui sont le tiers de la plus grande portée, & appliqué sur le même côté la corde de 150 deg. double de 75, qui est le complement de l'angle du plan de 15 deg.; il faut ôter de la transversale la longueur de la corde de 30 deg. double du même angle du plan; & le reste est la corde de 28. 50′; d'où ayant ôté 15 deg., le reste est l'angle de 13. 50.′ & son complement à deux droits 166. 10′; Puis prenant la difference de l'un & de l'autre & de 15 deg.; c'est à dire ôtant 13. 50′ de 15 deg., ou 15 deg. de 166. 10′, il reste 1. 10′ & 151. 10′, dont les moitiez 35′ & 75 35′ sont les angles recherchez. De sorte qu'ouvrant le compas de la grandeur de ces angles, & disposant le mortier ensorte que l'un des bras convenant à l'ame, l'autre soit parallele à l'horizon; La bombe ira fraper au point proposé.

Liv. IV. Chap. V. Trouver l'élevation de la piece quand le plan est incliné sous le niveau des batteries.

Si ajoutant l'angle du plan qui est de 15 deg., à chacun de ces angles, qui vous donneront par consequent 15. 35′ & 80. 35′, vous ouvrez vôtre compas de leur grandeur; vous pourrez élever le mortier de maniere que l'un des bras convenant à l'ame, vous decouvriez le point abaissé sous le niveau des batteries ou vous voulez fraper, par les pinules posées au long de l'autre bras.

Trouver la diſtance horizontale ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

CHAPITRE V.

Trouver la diſtance horizontale ou la longueur du plan incliné ou la perpendiculaire.

LORS que conoiſſant l'angle du plan & celui de la poſition du mortier, l'on veut ſçavoir quelle eſt la diſtance horizontale ? ou la longueur du plan incliné ? ou la hauteur perpendiculaire à laquelle la bombe arrivera ? ſuppoſé que la plus grande portée ſoit de 600 to. : voici comme il faut faire.

Otez l'angle du plan du double de celui de l'élevation du mortier, puis ayant pris la corde du double du reſte ou de ſon complement à deux droits (ſi ce reſte, excede un angle droit,) ôtez en la corde du double de l'angle du plan. Enſuite appliquez ce reſte tranſverſalement ſur les parties égales aux points où ſe termine la corde du double du complement de l'angle du plan ; car le compas étant ainſi ouvert, la tranſverſale ſur les parties égales repondant aux points de la plus grande portée ou de quelqu'une de ſes parties, vous donnera la diſtance horizontale, ou telle autre de ſes parties ſemblable à celle que l'on a priſe pour la plus grande portée.

Enſuite ſi vous appliquez tranſverſalement la

corde du double de l'angle du plan ſur les points des parties égales où repond la longueur de la corde du double de ſon complement; La tranſverſale repondant à la diſtance horizontale que vous avez trouvée vous donnera la hauteur perpendiculaire.

LIV. V. CHAP. V. Trouver la diſtance horizontale ou la longueur du plan incliné ou la perpendiculaire.

Enfin appliquant tranſverſalement la corde du double de l'angle droit, c'eſt à dire celle de 180 deg. ſur les mêmes points des parties égales où repond celle du double du complement de l'angle du plan; la tranſverſale de la même diſtance horizontale ſera l'étenduë ſur le plan incliné.

Comme dans nôtre exemple ou l'angle de l'inclination du plan ſur l'horizon eſt de 15 deg. & la plus grande portée de 600 to : Si l'on demande quelle ſera la diſtance horizontale lors que le mortier eſt élevé de 72. 52 ½'? j'ôte les 15 deg. de l'angle du plan, de 145. 45' double de 72. 52 ½'. Et le reſte eſt 130 45' : qui eſt plus grand qu'un droit ; ainſi je prens ſon complement à deux droits 49. 15', dont le double eſt 98. 30', duquel je prens la corde ſur le compas, d'où ôtant celle de 30 deg. double de l'angle du plan; j'applique le reſte tranſverſalement ſur les parties égales aux points où repond la corde de 150 deg. double de 75 deg. qui eſt le complement du même angle du plan ; & le compas étant ainſi ouvert je prens la tranſverſale des points 200 : 200 : laquelle me vient de la longueur de

LIV. V.
CHAP. V.
Trouver la diſtance horizontale ou la longueur du plan incliné ou la perpendiculaire.

103 $\frac{1}{3}$ parties. De ſorte que comme le nombre 200 eſt le tiers des 600 to. de la plus grande portée, ainſi je trouve que le triple de 103 $\frac{1}{3}$ c'eſt à dire 310 to., eſt l'étendue horizontale que je demande.

Cela poſé : je prens la corde de 30 deg. double de l'angle du plan, & l'ayant appliquée tranſverſalement ſur les parties égales aux points où repond la corde de 150 deg. double de 75, qui eſt le complement du même angle du plan; je prens ſur le compas ainſi ouvert, la tranſverſale des points trouvés 103 $\frac{1}{3}$: 103 $\frac{1}{3}$: de la diſtance horizontale, & l'étendant ſur les mêmes parties égales, je trouve 27 $\frac{2}{3}$ p., dont le triple eſt 83 to. pour la hauteur perpendiculaire recherchée.

En la même maniere ouvrant le compas par l'application de la corde de 180 deg. double de l'angle droit, ſur les mêmes points des parties égales où repond celle de 150 degrez double du complement de l'angle du plan, & prenant la tranſverſale des mêmes points trouvez de la diſtance horizontale 103 $\frac{1}{3}$: 103 $\frac{1}{3}$:; Je trouve 106 $\frac{2}{3}$ dont le triple 320 to. me donne l'étenduë du plan incliné.

LIVRE SIXIE'ME.

Autre instrument Universel pour le jet des Bombes.

Liv. VI. Autre instrument Universel pour le jet des Bombes.

NOUS ajouterons ici la construction & l'usage d'un instrument que l'on peut appeller Universel pour le jet des Bombes, parce qu'il sert en la même maniere pour toutes sortes de positions, soit qu'elle soient au niveau des Batteries, ou qu'elles ny soient pas.

CHAPITRE PREMIER.

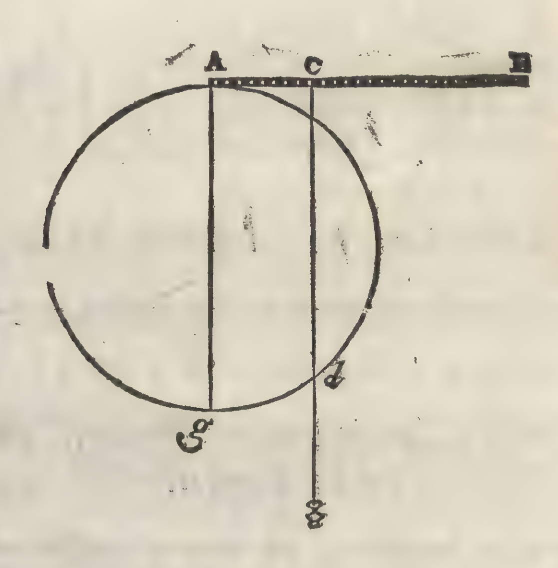
Construction d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

Chap. I. Construction d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

SA Construction est tres simple. C'est un cercle assez grand & d'une matiere solide, qui a une touchante de même matiere, c'est à dire une regle attachée immobile perpendiculairement au bout de l'un de ses diametres, égale au même & divisée en un tres-grand nombre de parties égales. Il a deplus un plomb attaché à un filet qui peut couler librement au long de la regle & s'arrêter sur toutes ses divisions. Comme en cette figure, le cercle est A *d g* & la regle A E attachée immobile au

LIV. VI. CHAP. I. Construction d'un instrument universel pour le jet des Bombes.

Cercle au point A, à angles droits sur le diametre A g, égale au même, & divisée en un tres-grand nombre de parties égales. Le plomb O pent au filet qui coule au long de la regle A E, & peut s'arrêter sur tous ses points comme en C.



CHAPITRE II.

Usage d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

CHAP. II. Usage d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

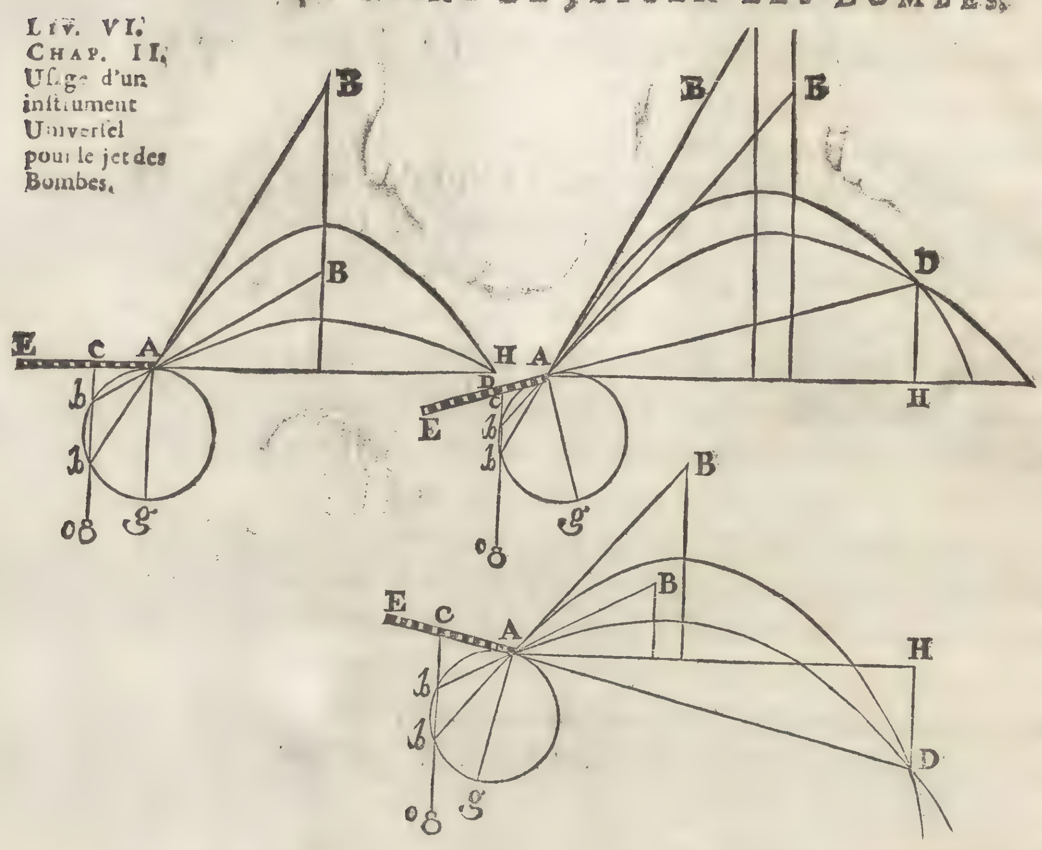
SON usage est assez facile : Car conoissant la plus grande portée du Canon ou du mortier, la distance horizontale, & l'angle de l'inclination du plan s'il y en a ; Pour trouver

l'élevation de la piece ou du mortier ? il faut premierement faire que comme le nombre des toiſes, des pieds, ou d'autres meſures contenuës dans la plus grande portée, eſt à celui des mêmes meſures compriſes dans la moitié de la diſtance horizontale : Ainſi le nombre des parties égales de la regle eſt à un autre ; Et poſer le filet du plomb ſur ce dernier nombre de parties de la regle à commencer du point où elle eſt attachée au cercle. Puis diſpoſant l'inſtrument enſorte que la regle ſoit tournée vers le but où l'on veut faire paſſer le boulet ou la bombe ; le filet du plomb touchera ou coupera la Circonference du cercle en des points, d'où menant des droites continuées par le point de l'attouchement de la regle, elles donneront en dehors les directions de la piece ou du mortier que l'on demande.

LIV. VI. CHAP. II. Uſage d'un inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes.

Comme ſi conoiſſant la plus grande portée, & la diſtance horizontale AH, l'on veut trouver la direction de la piece ou du mortier pour faire porter le boulet ou la Bombe au but D, ſoit que ce but ſoit au niveau de la batterie, ſoit qu'il ſe trouve au deſſus ou au deſſous. Je fais premierement que comme le nombre des toiſes, des pieds, ou d'autres meſures contenues dans la plus grande portée, eſt à celui des mêmes meſures compriſes dans la moitié de la diſtance AH : Ainſi le nombre des parties égales

LIV. VI. CHAP. II. Usage d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.



de la regle A E est à un autre, qui soit, par exemple, celui des parties comprises entre A & C ; Et je place le filet du plomb au point C. Puis disposant le cercle de champ & perpendiculaire à l'horizon, ensorte que la regle E A soit tournée vers le but D en quelque situation qu'il puisse être à l'égard du niveau de la batterie ; je prens garde aux endroits ou le filet du plomb coupe la circonference du cercle,

comme aux points *b b*, (car il le touchera necessairement en un point, où il le coupera en deux points, si le probleme est possible.) Aprés quoi je n'ay qu'à mener par le point A les droites *b*A B, *b*A B, & j'auray les lignes A B, A B pour la direction du mortier ou de la piece comme je le demande.

LIV. VI. CHAP. II. Usage d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

Je ne m'arrêterai pas à faire voir que l'on peut conoître la hauteur perpendiculaire du but HD, la longueur du plan incliné AD, & tous les autres cas qui acompagnent cette proposition, parceque cela est fort facile, si l'on a une fois bien compris la construction & l'usage de cet instrument & ce qui s'est dit ci-devant sur cette matiere.

CHAPITRE III.

Autre usage de cet instrument Universel.

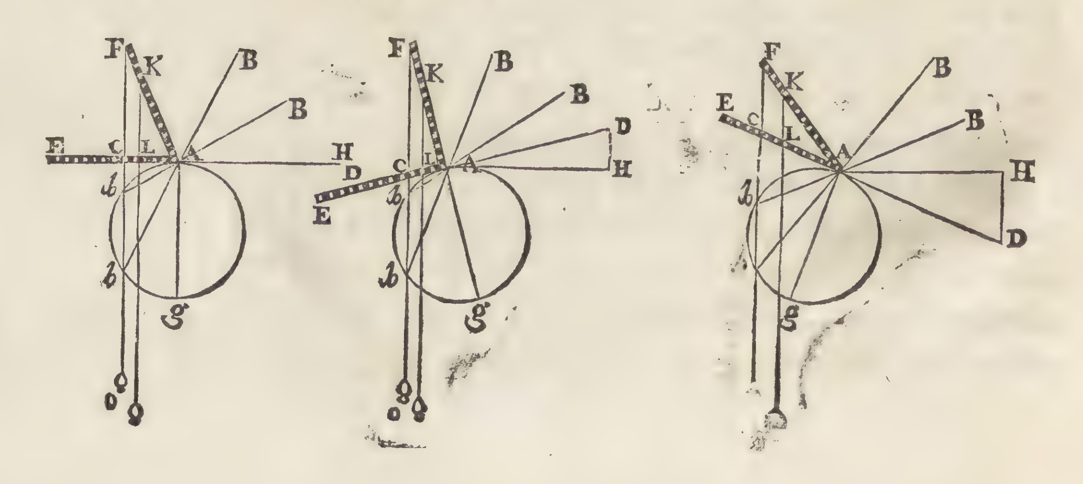
J'AJOUTERAY seulement que si la regle ètoit divisée en un nombre de parties égales, qui fut ou égal au plus grand que celui des toises, des pieds, ou d'autres mesures contenuës dans la plus grande portée d'une piece de Canon ou d'un mortier ; l'on pourroit donner plus de facilité à l'usage de cet instrument en y ajoutant une autre regle égale à la premiere, divisée de même, & attachée au même point au bout du

CHAP. III. Autre usage de cet instrument Universel.

Liv. VI. Chap. III. Autre uſage de cet inſtrument Univerſel.

diametre du cercle, enſorte neanmoins qu'elle ſe puiſſe mouvoir & faire tel angle que l'on voudra avec la regle immobile: Car par ce moïen l'on n'auroit pas beſoin de faire de Regle de Trois pour la pratique.

Il faudroit ſeulement, ſi le nombre des meſures de la plus grande portée êtoit égal à celui des parties de la regle, attacher le filet au bout exterieur de la mobile; puis poſant l'inſtrument dans ſa ſituation, enſorte que le plan du cercle êtant à plomb, la regle immobile fut dreſſée vers le but, êlever la regle mobile juſqu'à ce que le filet du plomb vint à couper ſur l'immobile un nombre de ſes parties égal à celui des meſures contenuës dans la moitié de la diſtance horizontale. Car ce même filet marqueroit ſur la circonference du Cercle un, ou deux points, d'où menant des droites par le bout du diametre ou les regles ſont attachées; vous auriez en dehors les lignes de direction



pour le Canon ou pour le mortier ainſi que vous le demandez.

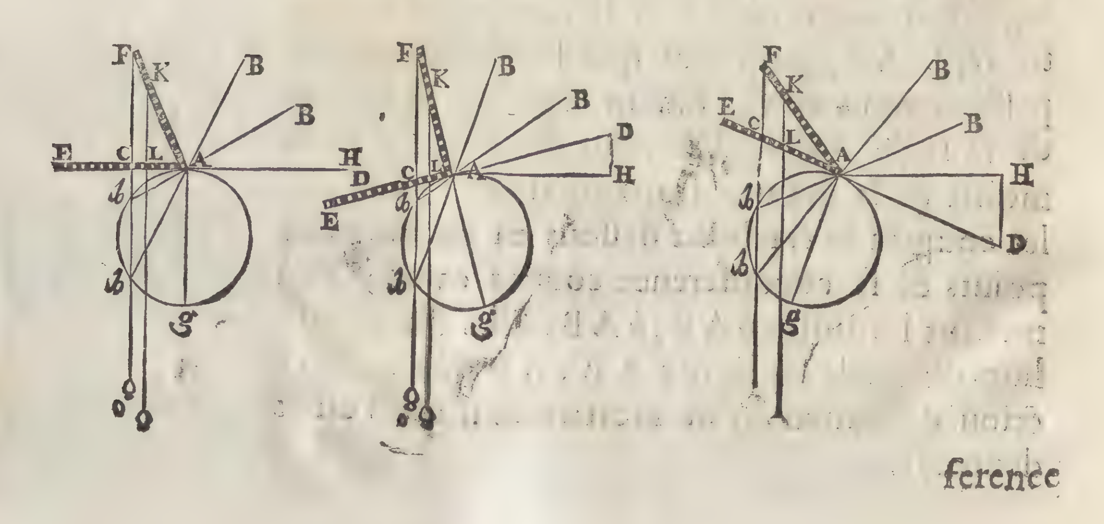
LIV. VI. CHAP. III. Autre uſage du même teſtament Univerſel.

Comme en cet exemple où j'ay joint à la regle immobile A E au point A, une autre regle A F égale à A E, également diviſée, & mobile autour du même point A. Suppoſé que le nombre des parties égales de la regle A F ou A E ſoit égal ou plus grand que celui des toiſes, des pieds ou d'autres meſures contenuës dans la plus grande portée de la piece ou du mortier dont je cherche la poſition pour faire porter le boulet ou la bombe au but D, conoiſſant la diſtance horizontale A H.

Au premier cas : lorſque le nombre des parties de la regle eſt le même que celui des meſures de la plus grande portée, je n'ay qu'à attacher le filet du plomb au bout F de la regle mobile A F ; & poſant le plan du cercle dans ſa ſituation perpendiculaire à l'horizon, enſorte que la regle E A ſoit dreſſée vers le but D, j'éleve l'autre regle A F, juſqu'à ce que le filet du plomb paſſe comme en C, ſur un nombre de parties de la regle A E égal à celui des meſures de la moitié de la diſtance horizontale A H. Car ce filet coupera le cercle au deſſous en un ou, deux points de ſa circonference comme en *b b*; d'où menant les droites *b* A B, *b* A B; Elles donneront hors du cercle les lignes A B, A B, de la direction du Canon ou du mortier ainſi que l'on le demande.

Liv. VI. Chap. III. Autre uſage du même inſtrument Univerſel.

Il n'y a pas plus de difficulté pour le ſecond cas, c'eſt à dire lorſque le nombre des parties de la regle eſt plus grand que celui des meſures de la plus grande portée. Car il ne faut que prendre ſur la regle mobile depuis le point A autant de parties qu'il y a de meſures dans la plus grande portée & y attacher le filet comme au point K ; puis mettant l'inſtrument dans ſa poſition perpendiculaire, avec ſa regle E A dreſſée vers le but D, élever la regle A F juſqu'à ce que le filet du plomb paſſe du point K ſur le point comme L de la regle immobile A E, enſorte que le nombre de ſes parties compriſes entre A & L, ſoit égal à celui des meſures contenuës dans la moitié de la diſtance horizontale A H. Aprés quoi laiſſant les deux regles en cet état, il faut remettre le filet au bout F de la regle mobile, lequel paſſant par le point C de l'immobile, coupera dans cette poſition la circon-



ference

ference du cercle en un ou deux points comme *bb*, d'où menant les droites *b* A B, *b* A B par le point A; l'on aura les lignes A B, A B au dehors du cercle pour les lignes de direction de la piece de Canon ou du mortier, ainsi que l'on le demande.

LIV. VI. CHAP. III. Autre usage de cet instrument Universel.





L'ART DE JETTER LES BOMBES,

ET DE CONNOITRE L'ETENDUE DES COUPS de volée d'un Canon en toutes sortes d'Elevations.

TROISIEME PARTIE.

DE LA THEORIE DU JET DES BOMBES.

LIVRE PREMIER.

Doctrine de Galilée sur le mouvement.

LIV. I.

CHAPITRE PREMIER.

Dialogues Mecaniques de Galilée du mouvement & de la resistance des solides.

CHAP. I. Dialogues Mecaniques de Galilée du mouvement & de la resistance des solides.

C'EST sur la doctrine de Galilée que sont fondées toutes les pratiques que nous venons d'enseigner dans la seconde Partie de ce

Liv. I. Chap. I. Dialogues Mecaniques de Galilée du mouvement & de la resistance des solides.

Livre. Il est le premier qui ait raisonné justement sur cette matiere, & qui ait decouvert la veritable nature du mouvement, tant de celui que l'on appelle mouvement naturel qui est le propre des corps qui tombent (comme on dit) par leur propre poids vers le centre de la terre, que du mouvement violent, qui est celui des corps jettés, c'est à dire de ceux qui sont portés par une forçe qui leur a été imprimée du dehors.

Toute cette *science du mouvement*, aussi bien que celle de la *resistance des solides*, que cet Auteur appelle *Sciences nouvelles*, parce qu'il en est le premier Inventeur, est contenuë dans le livre de ses Dialogues intitulé *Discorsi é dimostrazioni Mathematiche intorno à due nuove scienze attenenti alla mecanica & a' movimenti locali*; imprimé en Hollande par les Elzevirs en l'année 1638; Et ç'est à la generosité de feu Monsieur le Conte de Noailles que nous avons l'obligation d'un present si exquis.

Ce Seigneur étant Ambassadeur à Rome avoit employé efficacement ses offices pour la liberation de Galilée prisonnier de l'inquisition, pour avoir dans ses Dialogues du Systeme du monde, appuyé les raisons du mouvement de la Terre que Copernique, qui vivoit sur la fin du penultiéme siecle, avoit tirées de la doctrine des anciens Philosophes de la secte de Pytagore. Et Galilée pour reconoissance d'un bienfait si

genereux, lui fit present de cet ouvrage manuscrit, que nous tenons par ce moïen de la liberalité de Monsieur de Noailles qui a voulu faire part de son tresor au public.

Liv. I. Chap. I. Dialogues mecaniques de Galilée du mouvement & de la resistance des Solides.

CHAPITRE II.

Deux especes de mouvement.

Chap. II. Deux especes de mouvement.

GALILEE dans ce livre reconoît d'abord deux especes dans le mouvement, dont l'une est celle du mouvement *égal & uniforme* & l'autre est celle *du mouvement inégal* qui s'augmente incessament & qu'il appelle mouvement *uniformement acceleré*, qui est un mot dont nous nous servirons, quoy qu'il soit peu en usage, parce qu'il explique assez la nature de ce mouvement.

L'uniforme est donc celui *par lequel un mobile parcourt des espaces égaux dans des temps égaux*; Et c'est, dit-il, celui qui est naturellement propre aux mobiles qui se meuvent en rond sur des centres, comme est celui des corps Celestes, qui n'est perpetuel que par son uniformité & par son égalité, laquelle conserve le mobile dans une unité de subsistance sans y apporter aucune alteration; au lieu que le mouvement inégal ne peut jamais être de longue durée, à cause des diverses mutations qu'il apporte sur la

Liv. I. Chap. II. Deux especes de mouvement.

consistance du mobile par l'inegalité de ses impressions.

Je ne m'arrêteray point à raconter de quelle maniere il refute le sentiment de ceux qui ont crû que dans le mouvement uniformement acceleré, la vitesse s'augmentoit à proportion des espaces que le mobile parcouroit dans sa chûte; Et comme il fait voir qu'outre la vitesse & l'espace, il faut encore necessairement faire consideration du temps & de la durée, pour avoir une conoissance exacte de cette espece de mouvement. Je me contenteray d'expliquer les deux pensées qui lui sont venuës sur ce sujet, dont la premiere est decrite dans ses Dialogues du Systeme du monde, & l'autre, qui paroit être son veritable sentiment, est expliquée fort au long dans ses Dialogues de Mecanique.

CHAPITRE III.

Premiere pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vitesse du mouvement acceleré.

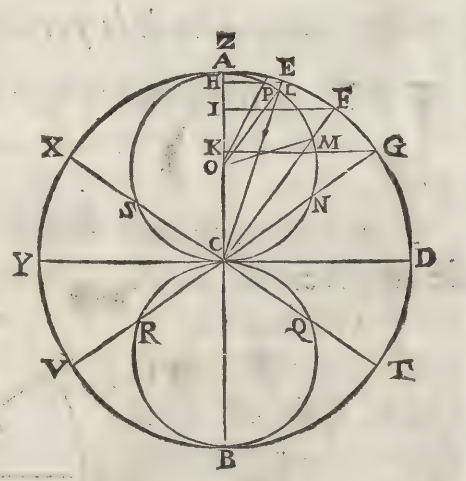
Chap. III. Premiere pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vitesse du mouvement acceleré.

DANS la premiere il dit donc que l'acceleration de vitesse dans la chûte des corps, se faisoit, peut-être, de telle sorte *que les espaces parcourus par le mobile, étoient égaux aux sinus verses des arcs de l'Equatur de la Terre*,

pendant qu'elle se mouvoit sur son propre centre en 24 heures. Ce que l'on peut faire entendre en cette maniere.

Liv. I. Chap. III. Premiere pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vitesse du mouvement acceleré.

Soient pris sur l'arc de l'Equateur A D B Y coupé à angles droits par les diametres A B : D Y, tant d'arcs que l'on voudra comme A E : A F : A G : &c., dont les sinus droits, c'est à dire les perpendiculaires tirées de leurs extremitez sur le diametre A B, sont EH : FI : GK : &c., & les sinus verses sont les portions du même diametre A H : A I : A K. Puis ayant supposé que le point Z, qui part du point A sur le même Equateur, soit porté d'un mouvement égal & uniforme par les points E F G D T B Y jusqu à ce qu'il retourne au même point A au bout de 24 heures : Et qu'au moment que Z part du point A, le mobile tombe aussi du même point pour descendre avec une vitesse uniformemement accelerée vers le centre C. Le mobile, suivant cette premiere opinion, parcourra dans sa chûte les espaces AH : HI : IK.&c :, au même temps que le point Z passera de son mouvement journalier égal & uniforme par les arcs de l'Equateur A E : E F : F G.

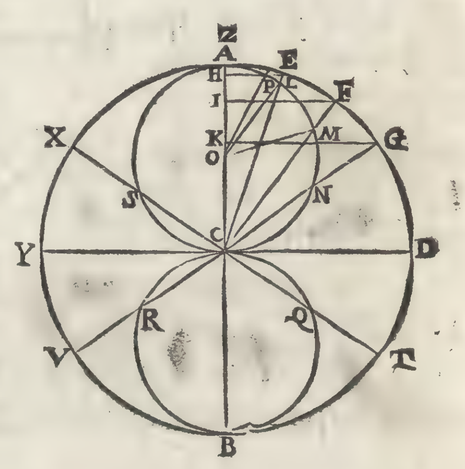


Liv. I. Chap IV. Suites admirables de la premiere pensée de Galilée.

CHAPITRE IV.

Suites admirables de la premiere pensée de Galilée.

LEs consequences que l'on peut tirer de ce sentiment sont admirables dont voici les principales.



Premierement que le mouvement de ce corps tombant, composé de celui de sa chûte qui est uniformement acceleré, droit & à plomb vers le centre de la terre, & de celui qui lui est communiqué par le mouvement journalier de la terre qui est circulaire, uniforme & égal, decrit aussi une ligne circulaire. C'est à dire que le poids tombant du point A avec un mouvement composé de celui qui l'emporte par sa propre gravité, perpendiculairement & avec precipitation vers le centre de la terre C; & de celui qui l'emporte en rond & uniformement par le mouvement journalier de la surface de la Terre du point A par les points E: F: G: D: &c. decrira par sa chute la ligne circulaire A L M N.

Car

Car (comme il est demontré dans la Geometrie) les sinus verses AH: AI: AK: étant égaux aux lignes EL: FM: GN:, le corps mobile dans le temps qu'il est emporté par le mouvement de la Terre au long des arcs AE: AF: AG: descend par l'impression de sa gravité au long des lignes EL: FM: GN; & lors que le mobile Z est en E, le mobile tombant est en L; & lors que Z est en F, l'autre est en M: & Z étant en G, le corps tombant est en N: & ainsi des autres. Mais tous ces points ALMN sont dans la circonference d'un cercle; Et partant la ligne que decrit un poids par sa chûte, suivant cette hypothese, est circulaire.

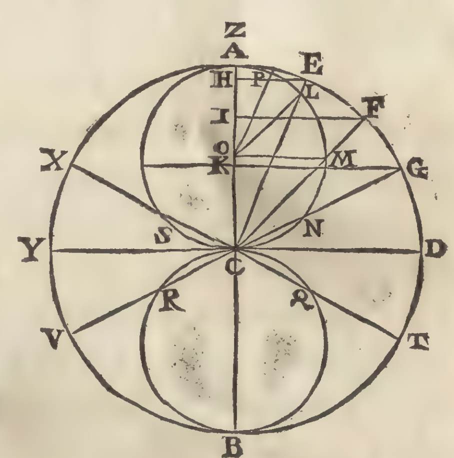
LIV. I. CHAP. IV. Suites admirables de la premiere pensée de Galilée.

En second lieu. Quoy que le corps qui tombe acquiere, en chacun des momens de sa chûte où de son mouvement droit, un nouveau degré d'augmentation de vitesse: Il est pourtant vray que dans son mouvement composé, dont nous venons de parler, il est porté uniformement, également, & sans aucune acceleration. L'on peut dire de plus que ce mouvement de Lation ou de transport est precisement égal à celui dont il seroit porté par la seule circulation journaliere de la Terre, quand il seroit demeuré comme en repos au premier point de sa chûte A.

Car si vous menez du point O, où est le centre du cercle ALMN, les lignes OL. OM:

Liv. I.
Chap. IV.
Suites admirables de la premiere pensée de Galilée.

& la droite OP : parallele à CE. La raiſon des angles AOL & AOM ſera la même que celle des angles ACE & ACF, (car ceux la ſont doubles de ceux-cy ;) Et partant la raiſon de l'arc AM à l'arc AL ſera la même que de l'arc AF à l'arc AE ; & en diviſant l'arc AE ſera à EF comme l'arc AL à LM. d'où il s'enſuit que poſant AE égal à EF ; AL ſera auſſi égal à LM. Mais les arcs AE & EF ſont parcourus en temps égaux par le mouvement journalier, pendant leſquels le poids tombant paſſe les arcs AL & LM, ainſi que nous l'avons demontré cy-devant : Donc les temps des chutes du poids par les arcs égaux AL & LM ſeront égaux. Et ceci ſe pouvant demontrer dans tous les arcs du cercle ALM décrit par la chûte du mobile ; l'on peut dire que le mouvement du mobile tombant, composé du droit acceleré & du circulaire uniforme, eſt égal & uniforme, puis qu'il parcourt des Arcs égaux en temps égaux.



Maintenant comme OP eſt parallele à CE, l'angle AOP eſt égal à ACE, & partant l'arc

AP eſt au cercle ALM, comme l'arc AE au cercle AEF; & en permutant & changeant l'arc AE eſt à l'arc AP, comme la circonference du cercle AEF à la circonference du cercle ALM, c'eſt à dire comme le diametre AB au diametre AC, mais AB eſt double de AC; donc l'arc AE ſera double de l'arc AP. Maintenant parce que l'angle AOL eſt double de l'angle ACE, ou de ſon égal AOP, l'arc AL ſera auſſi double de l'arc AP; donc les arcs AE & AL ſeront égaux. Mais nous venons de montrer que le mobile en tombant decrit par ſa chûte l'arc AL au même temps que le point Z, c'eſt à dire le même mobile demeurant comme en repos, ſeroit porté du mouvement journalier de la Terre au long de l'arc AE; Donc le mobile en tombant eſt réellement porté d'un mouvement égal à celui qui lui ſeroit communiqué par le ſeul mouvement de la Terre s'il ne reſſentoit aucune impreſſion ni de ſa propre gravité ni de ſa chûte.

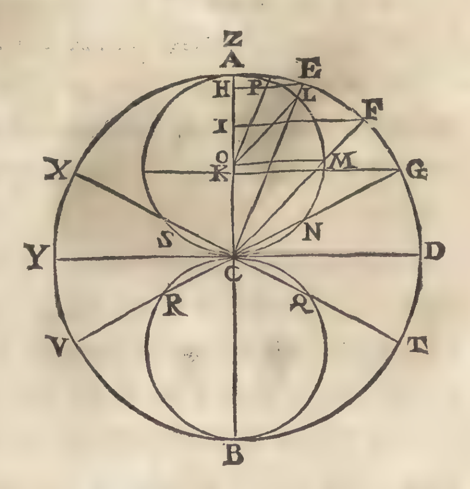
Suite admirables de la premiere penſée de Galilée.

Enfin ſi vous ſuppoſés qu'il y ait un paſſage libre & perpendiculaire, par lequel le mobile en tombant de la ſurface de la Terre, puiſſe aller juſqu'au centre, & dela juſqu'à la ſurface oppoſée; il arrivera par cette hypotheſe, que ce mobile tombant, en quelque point du diametre de la Terre que ſa chûte commence, (comme ſur ſa ſurface au point A,) emploiera preciſement ſix

Liv. I. Chap. IV. Suites admirables de la premiere pensée de Galilée.

heures de temps à arriver au centre ; D'où il passera en remontant vers l'autre part en six autres heures, jusqu'à la surface oppoſée en B ; & de la retombant une autre fois, il sera encore six heures à retourner au centre ; & six autres heures à remonter au lieu d'où il êtoit premierement parti. Desorte qu'il parcourra deux fois le diamettre de la Terre tant en allant qu'en revenant precisement en vint quatre heures.

Car ce mobile en tombant du point A, n'arrivera point au centre C, que le point Z, partant au même temps du même point A, ne soit arrivé par le mouvement de l'Equateur en D ; aprés avoir parcouru le quart du même Equateur A D, c'est à dire au bout de six heures : Et comme les degrez de vitesse acquise au point C, diminuent en montant vers la surface opposée en B, en la même proportion inverse de celle par laquelle ils s'êtoient augmentez en descendant de A vers C, ensorte que les espaces soient toujours comme les sinus verses de l'Equateur ; l'on pourra demontrer par un raisonnement pareil à ce-



lui dont nous nous ſommes ſervis, que le mobile montant de C en B avec un mouvement composé du droit uniformement diminué & d'un circulaire uniforme & égal, decrira la circonference du cercle CQB, & qu'il ſera en Q lors que Z ſera en T, & n'arrivera point en B, que lorſque Z aura parcouru l'autre quart de l'Equateur DTB, c'eſt à dire au bout de ſix heures. Ainſi le mobile tombant du point B en C, decrira la circonference BRC dans le même temps que Z partant de B parcourra le quart de l'Equateur BVY. Et enfin le même mobile remontant de C en A, decrira la circonference CSA pendant que le point Z paſſera en ſix heures le dernier quart de l'Equateur YXA.

Liv. I. Chap. IV. Suites admirables de la premiere penſée de Galilée.

Et de cette maniere un mobile parcourroit deux fois en un jour le diametre entier de la Terre en allant & en revenant. Cette reciprocation journaliere d'allées & de retours dureroit éternellement, (par ce principe de mecanique, qu'une vertu une fois imprimée dans un corps y demeure d'elle même perpetuellement ſans en ſortir jamais, à moins qu'elle ne ſoit chaſſée par quelque cauſe externe;) ſi la reſiſtance du dehors ne l'arrêtoit, & particulierement celle de l'air; qui diminuant inſenſiblement la viteſſe de la chûte du mobile, la reduiroit à la fin au mouvement égal ou au neant, & le feroit arrêter au centre, où il demeureroit en repos.

Liv. I. Chap. V. Seconde pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vitesse au moment acceleré.

Au reste il paroît que cette supposition bannit de la Nature toutes sortes de mouvemens par ligne droite.

CHAPITRE V.

Seconde pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vitesse au mouvement acceleré.

VOICI maintenant l'autre maniere par laquelle Galilée explique la nature de cette augmentation de vitesse dans les corps qui tombent vers le centre de la terre. Il dit donc que le mouvement uniformement acceleré est celui *dans lequel le mobile acquiert en chacun des momens égaux de sa chute, des degrez égaux de vitesse.* C'est à dire que la vitesse du mobile au second temps, (supposant que tout le temps de sa chute soit divisé en parties égales,) est double de celle qu'il avoit au premier temps; celle du troisiéme temps triple de celle du premier, celle du quatriéme quadruple du même, & ainsi des autres.

Dela vient que les espaces parcourus, étant en raison composée de celles des temps & des vitesses, sont en raison doublée, ou comme les quarrez, des uns ou des autres. C'est à dire que l'espace parcouru en deux temps à commencer

toûjours du premier point de ſa chûte, eſt quadruple de l'eſpace qui a été paſſé dans le premier temps; l'eſpace parcouru en trois temps ſera neuf fois plus grand que l'eſpace paſſé dans le premier; l'eſpace en quatre temps ſera à celui du premier comme 16 à 1. Et ainſi du reſte, ſelon la ſuite des premiers quarrez.

LIV. I. CHAP. V. Seconde penſée de Galilée pour expliquer l'augmentation de viteſſe au mouvement acceleré.

Ce qui fait que les eſpaces parcourus dans des temps égaux ſont entr'eux dans la ſuite des premiers nombres impairs, 1:3:5:7:9:11: &c. qui ſont les differences des premiers quarrez. Comme ſi l'eſpace parcouru dans le premier temps de la chûte eſt 1, l'eſpace paſſé dans le deuxiéme ſera 3 ou triple du premier; & l'eſpace du troiſiéme temps ſera 5; au quatriéme moment l'eſpace aura 7: au cinquiéme 9: & ainſi des autres à l'infini.

CHAPITRE VI.

Explication de la même penſée.

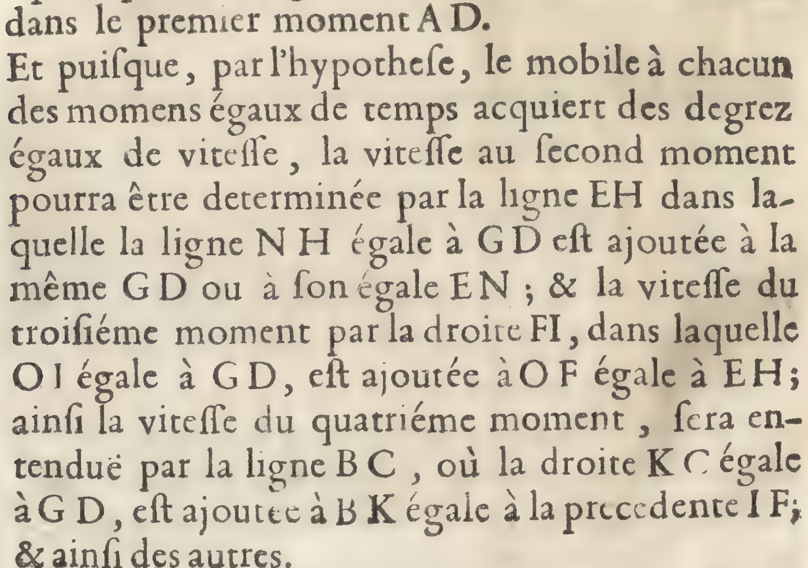
CETTE doctrine s'explique bien par le moïen d'un triangle, comme A B C dont il faut couper un des côtez comme AB, en autant de parties égales que l'on veut comme A D: D E: E F: F B; puis de chacun des points de diviſion D: E: F:, l'on mene deux lignes paralleles aux deux autres côtez du triangle comme

CHAP. VI. Explication de la même penſée.

Liv. I. Chap. VI. Explication de la même pensée.

DG, DK: EH, EL: FI, FM: & enfin les droites GM: HL: IK: paralleles à AB, qui passeront necessairement par les points N: O: P: où les autres lignes se coupent. Par cette intersection de lignes il se fait un bon nombre de triangles égaux & semblables tant entr'eux qu'au grand Triangle.

Ceci posé: l'on prend toute la ligne AB pour la mesure du temps de la chûte d'un corps, & chacune des parties AD: DE: EF: FB: pour des momens égaux. Puis l'on prend la droite GD pour la mesure du premier degré de vitesse aquise par le corps tombant dans le premier moment AD.



Et puisque, par l'hypothese, le mobile à chacun des momens égaux de temps acquiert des degrez égaux de vitesse, la vitesse au second moment pourra être determinée par la ligne EH dans laquelle la ligne NH égale à GD est ajoutée à la même GD ou à son égale EN; & la vitesse du troisiéme moment par la droite FI, dans laquelle OI égale à GD, est ajoutée à OF égale à EH; ainsi la vitesse du quatriéme moment, sera entenduë par la ligne BC, où la droite KC égale à GD, est ajoutée à BK égale à la precedente IF; & ainsi des autres.

Maintenant

Maintenant comme l'on entend que les vitesses & les temps croissent continuellement en même proportion depuis le point de la chûte A; les produits de la composition des uns & des autres, qui sont les espaces parcourus par le mobile, s'expliqueront bien par les triangles; Ensorte que l'espace passé dans le premier moment AD avec un degré de vitesse DG soit le trian- ADG; Et l'espace passé dans le second moment DE avec deux degrez de vitesse EH soit le trapeze GDEH; & l'espace du troisiéme EF avec les trois degrez de vitesse FI soit le trapeze EHIF; Et enfin l'espace du quatriéme moment FB avec les quatre degrez de vitesse BC soit le trapeze BCIF.

Liv. I. Chap. VI. Explication de la même pensée.

Car il y a trois triangles dans le trapeze GDEH égaux & semblables au premier triangle ADG, cinq triangles dans le trapeze HEFI, & sept dans le trapeze BCIF. En la même maniere que l'espace du premier moment êtant 1, celui du second est 3, celui du troisiéme est 5, celui du quatriéme est 7; & ainsi des autres. C'est à dire que ces triangles, aussi bien que les espaces, sont entr'eux dans la suite des premiers nombres impairs 1:3:7:9:11. &c.

D'où l'on peut conoître pour quelle raison Galilée appelle le mouvement uniformement acceleré, *celui qui partant du point du repos, acquiert en tous les momens égaux de Temps, des degrez égaux de vitesse.*

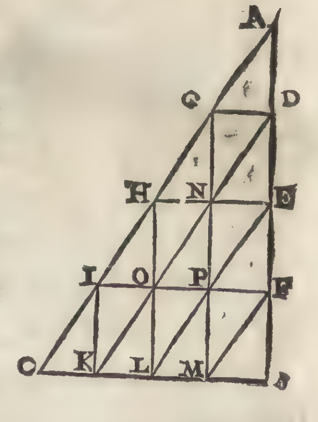
Liv. I. Chap. VII. Proprietés du mouvement acceleré.

CHAPITRE VII.

Proprietez du mouvememt acceleré.

CE mouvement sur cette hipothese des proprietez admirables, dont voici les principales.

1. Si un mobile est porté d'un mouvement égal & uniforme avec un degré de vitesse égal à celui qu'il auroit aquis par le movement acceleré tombant d'une certaine hauteur en un certain temps; il parcourra dans un temps égal, un espace double de celui qu'il avoit passé en tombant depuis le commencement de sa chûte. Car l'espace DGNE que le mobile passeroit d'un mouvement égal & uniforme dans le moment DE, avec le degré de vitesse GD, est double de l'espace ADG qu'il a passé dans un moment égal, d'un mouvement acceleré depuis le point de sa chûte A.



2. Un mobile porté sur des plans diversement inclinés, acquiert un même degré de vitesse par tout où il y a même hauteur perpendiculaire.

3. Les temps qu'un mobile employe à passer sur des plans égaux & diversement inclinés, & qui ont même hauteur perpendiculaire, sont entr'eux comme les longueurs des mêmes plans. Liv. I. Chap. VII. Proprietés du mouvement acceleré.

4. Les temps qu'un mobile employe à passer sur des plans égaux & diversement inclinez, sont entr'eux en raison sous doublée & reciproque de la hauteur perpendiculaire des même plans.

5. Dans un cercle élevé à plomb, un mobile est autant de temps à passer par le quart de cercle que par aucun de ses arcs moindres que le quart.

6. Un mobile passera sur les plans posez suivant les cordes de tous les arcs du cercle qui commencent ou finissent à l'un des bouts du diametre perpendiculaire, dans le même temps qu'il parcourra le même diametre.

7. Le temps du mouvement du mobile au long de l'arc, est moindre que celui du mouvement du même mobile au long de la corde du même arc, quoy que l'arc soit plus grand que sa corde, &c.

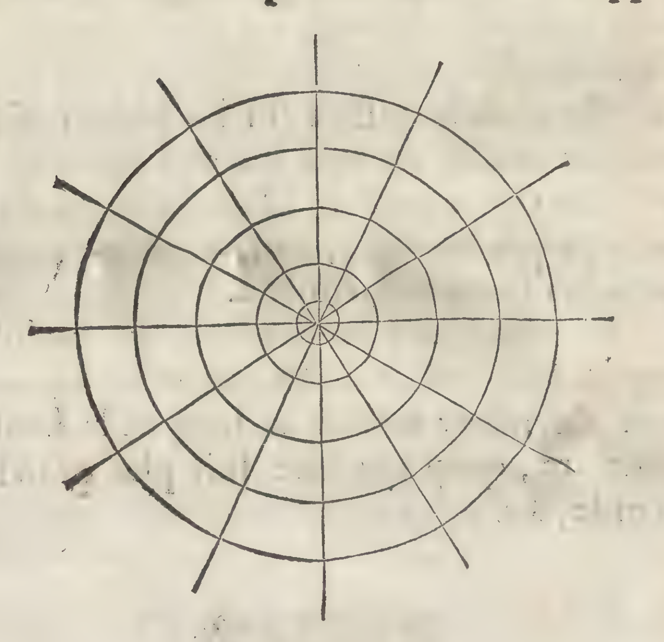


Liv. I.
Chap VIII.
Suites admirables des proprietés du mouvement.

CHAPITRE VIII.

Suites admirables des proprietés du mouvement.

AU reste quoi que le mouvement égal & uniforme, & celui qui est uniformement acceleré soient d'une nature si differente: l'on voit neanmoins naître d'eux les mêmes cercles & les mêmes spheres. Car si l'on suppose

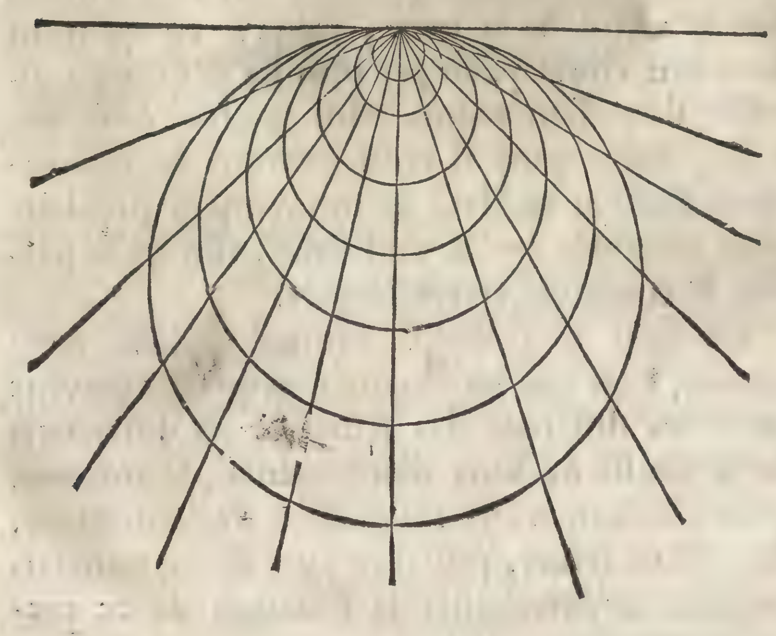


une infinité de lignes droites se coupant toutes en un même point s'étendre de toutes parts, sur lesquelles des mobiles partant du même point en même moment soient entendus se mouvoir

tous d'un mouvement égal & uniforme; Ces mobiles se trouveront toûjours dans la circonference de mêmes cercles qui peuvent être decrits & plus grands & plus grands à l'infini, autour de ce même point comme d'un centre; & dont ces mêmes lignes droites seront les demi-diametres.

LIV. I. CHAP. VIII. Suites admirables des proprietez du mouvement.

Mais si vous entendez que des mobiles, tombant en même moment du même point, soient portés vers le centre avec un mouvement uniformement acceleré au long des mêmes lignes; Ces mobiles se trouveront toujours dans la circonference de mêmes cercles & plus grands & plus grands à l'infini, qui se toucheront tous



LIV. I. CHAP. VIII. Suites admirables des proprietés du mouvement.

à ce même point immobile avec le plan horizontal, que l'on y fera passer ; Et ces droites seront les cordes des arcs de ces cercles.

Au reste comme il est difficile de comprendre qu'un mobile puisse dabord acquerir un degré de vitesse determiné, sans avoir passé par tous les degrez precedens de moindre velocité; On peut ici juger pour quelle raison les Anciens ont été persuadez que les sentimens de Platon avoient quelque chose de divin. Car ce Philosophe dit sur ce sujet que Dieu ayant, peut-être, créé les Astres dans un même lieu de repos, les avoit laissé dans la liberté de se mouvoir en ligne droite & vers un même point, à la maniere des choses pesantes qui sont portées vers le centre de la terre, jusqu'à ce qu'ayant dans leur chûte passé par tous les degrez de vitesse, ils eussent acquis celui qui leur étoit destiné ; aprés quoy il avoit converti ce mouvement droit & acceleré en mouvement circulaire pour le rendre égal & uniforme, afin qu'ils pûssent le conserver éternellement.

Ce qu'il y a deplus admirable dans cette pensée, c'est que les proportions qui se trouvent entre les distances des Astres & les differences de la vitesse de leurs mouvements, se trouvent assez conformes aux suites de ce raisonnement; & qu'il ne seroit, peut-être, pas absolument impossible de determiner la situation de ce pre-

mier lieu de repos, d'où ils auroient tous commencé de se mouvoir.

Liv. I. Chap. VIII. Suites admirables des proprietés du mouvement.

CHAPITRE IX.

Raisonement sur les deux pensées de Galilée.

Chap. IX. Raisonement sur les deux pensées de Galilée.

VOILA donc en peu de discours les deux opinions rapportées par Galilée pour expliquer la nature du mouvement des corps qui tombent, lesquelles sont fondées sur des raisons assés également probables & marchent sur des proportions si prochaines, qu'il est presqu'impossible à l'esprit humain de les discerner par l'experience, ou de les convaincre de faux dans les hauteurs qui sont à nôtre conoissance.

Ce qui se confirme par la proximité des nombres dont on mesure les espaces qui se parcourent en l'une & en l'autre de ces hypotheses dans les même temps. Car si l'on suppose qu'il se fasse un espace au premier moment; il s'en fera 3 moins $\frac{1}{12}$ au second dans la premiere supposition, & seulement 3 dans la derniere; au troisiéme moment il se parcourra 5 moins $\frac{1}{6}$ dans la premiere, & 5 dans l'autre; au quatriéme l'espace sera 7 moins $\frac{1}{4}$ dans l'une, & 7 dans l'autre; au cinquiéme moment il sera 9 moins $\frac{1}{3}$ dans l'une, & 9 dans l'autre; & ainsi consecutivement à l'infini. Où l'on voit que les diffe-

Liv. I. Chap. IX. Raiſonement ſur les deux penſées de Galilée.

rences ſont ſi petites & ſi peu reconoiſſables dans les plus grandes hauteurs où nous pouvons faire les experiences, qu'il eſt moralement impoſſible de juger avec certitude de la verité ou de la fauſſeté de l'une ou de l'autre de ces deux opinions.

Il eſt vray neanmoins que Galilée, aprés avoir parlé de la premiere dans ſes Dialogues du Syſteme du monde, d'une maniere à faire croire que ce fut ſon veritable ſentiment, s'explique affirmativement ſur la derniere dans le livre du Mouvement qu'il a compoſé tout exprés pour ce ſujet; où il aſſure ſans balancer que cette hypotheſe eſt celle qu'il tient pour veritable & par la force de la raiſon & par la conformité de pluſieurs experiences.



LIVRE DEUXIE'ME.

Liv. II.

Theorie du mouvement de projection.

CHAPITRE PREMIER.

Especes differentes du mouvement de projection.

Chap. I. Especes differentes du mouvement projection.

AU reste il a falu dire la plus part des choses que nous avons expliquées sur la nature du mouvement naturel qui convient aux corps pesants qui tombent vers le centre de la Terre, pour bien comprendre ce que nous allons remarquer sur la nature du mouvement violent, qui est le propre des *Corps jettez*, c'est à dire de ceux qui sont portés par l'impression d'une force qui leur est communiquée par une cause externe; & pour faire conoitre Quelle est la ligne que ces corps jettés decrivent dans l'air par leur passage?

Ce mouvement done, que nous pouvons appeller *mouvement de Projection*, se fait perpendiculairement ou vers le haut ou vers le bas, ou bien horizontalement vers les côtez, ou enfin suivant quelque ligne de direction entre la perpendiculaire & l'horizontale.

LIV. II.
CHAP. II.
Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.

CHAPITRE II.

Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.

CELUI qui se fait perpendiculairement vers le haut est continuellement arresté ou retardé par la pesanteur du corps jetté laquelle, entrainant continuellement ce corps en bas, fait que son mouvement va toûjours en diminuant, & qu'il ne dure que tant que la force de l'impression qui le porte en haut, & qu'il a de la cause qui l'a jetté, se trouve superieure à celle de se porter vers le bas, qui lui vient de sa gravité : Car le corps jetté cesse de monter au moment que les deux impressions deviennent égales, & il commence à tomber aussi-tôt que celle de la pesanteur commence à prevaloir sur l'autre.

Où il faut remarquer que les espaces parcourus par le mobile jetté vers le haut, sont en proportion reciproque de ceux qui sont parcourus dans les mêmes temps par le mobile tombant. C'est à dire que les vitesses diminuent en montant en la même proportion inverse qu'elles augmentent en descendant ; D'où il arrive que le même corps passe par les mêmes espaces dans des temps égaux en montant & en descendant.

Car si l'on entend que tout le temps qu'un

mobile employe à monter, eſt diviſé en un certain nombre de parties égales, comme par exemple en cinq ; il eſt conſtant que ſi l'eſpace qu'il parcourt au premier temps contient 9 meſures, celui du ſecond temps en contiendra 7, celui du troiziéme 5, celui du quatriéme 3, & enfin l'eſpace parcouru au cinquiéme ou dernier temps, n'aura que 1 de ces meſures, juſqu'au moment où il ſe trouve en equilibre ſans monter n'y deſcendre : Et qu'auſſi-tôt qu'il deſcend, il parcourt par proportion inverſe les mêmes eſpaces dans les mêmes temps ; c'eſt à dire qu'au premier temps il deſcend 1 meſure, au ſecond 3, au troiſiéme 5, au quatriéme 7, & enfin au cinquiéme ou dernier 9 : mettant par ce moyen autant de temps preciſement à deſcendre qu'il en a employé à monter.

Liv. II. Chap. II. Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.

Le mouvement de projection fait à plomb vers le bas, reçoit une nouvelle impreſſion de viteſſe par l'augmentation de celle que le corps acquiert par ſa ſeule gravité en tombant.

L'une & l'autre de ces projections perpendiculaires, ſoit en haut ſoit en bas, comparée à nous, ſe fait toûjours par une ligne droite, à laquelle la peſanteur du corps jetté n'altere rien quant à la direction ; le changement qu'elle y apporte eſt ſeulement qu'elle accourcit la droite du mouvement vers le haut, & qu'elle allonge celle du mouvement vers le bas.

Liv. II.
Chap. III.
Mouvement de projection horizontale.

CHAPITRE III.

Mouvement de projection horizontale.

IL n'en eſt pas de même du mouvement des corps jettez horizontalement ou a côté ; car la peſanteur apporte beaucoup d'alteration à la ligne de leur direction , laquelle ne peut pas demeurer droite; au contraire elle devient courbe en changeant de route.

Et parce que nous ferons voir dans la ſuite, que cette courbe eſt une eſpece de ligne reguliere, que les Geometres appellent *ligne Parabolique*, qui ſe fait ſur la ſurface d'une Cone coupé par un plan dont l'axe eſt paralel au côté du même Cone; il eſt neceſſaire, avant que de paſſer outre , de donner ici quelque conoiſſance de cette ligne & de quelques unes de ſes proprietez qui font à nôtre ſujet.

CHAPITRE IV.

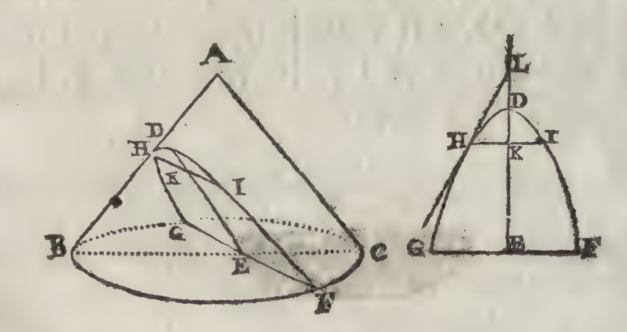
Naiſſance & proprietez de la ligne Parabolique.

Chap. IV. Naiſſance & proprietez de la ligne Parabolique.

SOIT donc un Cone B A C, qui a le point A pour ſommet & le cercle B G C F pour baſe, coupé premierement par le ſommet A ſuivant le diametre de la baſe B C; il eſt conſtant

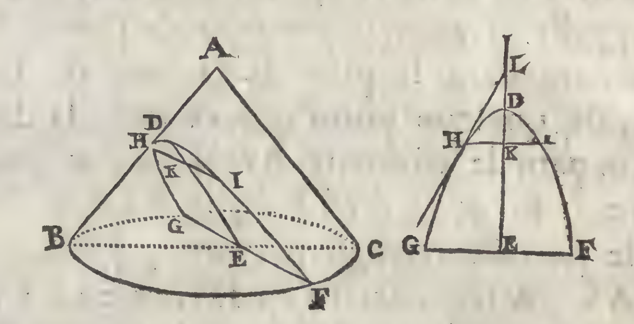
qu'il naitra de cette coupe le triangle A B C que l'on appelle *le triangle par l'axe du Cone*. Soit maintenant dans le plan de la base du Cone mené, de quelque point que ce soit, la droite F G coupant le diametre B C à angles droits, comme au point E; d'où la ligne E D soit élevée dans le plan du triangle par l'axe, parallele au côté A C, & rencontrant en D l'autre côté A D du même triangle; & soit entendu un plan mené par les droites D E : G F, il paroît que ce plan coupera le cone & qu'il tracera par cette section sur sa surface convexe, une ligne courbe G H D I F, qui est celle dont nous parlons, que les Anciens ont appellé *ligne parabolique*; *& Parabole* la figure comprise entre cette ligne courbe & la ligne droite G F; dans laquelle parabole la ligne E D s'appelle *l'axe*, G F; la *base ou l'amplitude*, & les droites comme H K & K I paralleles à la base, s'appellent les *Ordonnées*.

Liv. II. Chap. IV. Naissance & proprietez de la ligne parabolique.



Les principales proprietez de cette figure,

Liv. II.
Chap. IV.
Naiſſance & proprietez de la ligne parabolique.



ſont que les portions de l'axe ſont entr'elles en raiſon doublée des ordonnées qui leur repondent. C'eſt à dire que la partie de l'axe E D eſt à la partie D K en raiſon doublée, ou comme le quarré de l'ordonnée G E au quarré de l'ordonnée HK. D'où vient que ſi G E eſt double de K H, la droite E D ſera quadruple de D K; & ſi G E eſt triple de K H, E D contiendra D K neuf fois, & ainſi des autres.

L'autre proprieté eſt celle-cy : continuant l'axe E D, & prenant en dehors une portion comme D L, égale à D K ; ſi vous joignez les points H & L par une droite H L, elle touchera la ligne parabolique au point H.



Liv. II. Chap. V. La ligne de la projection horizontale est parabolique.

CHAPITRE V.

La ligne de la projection horizontale est parabolique.

CECI posé : pour rechercher Quelle est la ligne des corps jettez horizontalement? Imaginons nous qu'une boule de matiere uniforme, tres dure & parfaitement ronde, est mise sur un plan parfaitement dur & uni, & également éloigné de toutes parts du centre de la Terre. Il est premierement certain que la boule ne touchera le plan qu'en un seul point, qui sera dans la droite venant du centre de la Terre à celui de la boule ; & qu'elle demeurera en repos en cet état, dans lequel il n'y a point de raison qui la fasse plûtôt mouvoir d'un côté que d'autre : car la matiere ètant égale & uniforme, les momens de pesanteur de ses parties autour du centre sont égaux.

Mais si elle reçoit impression de quelque cause externe, qui la determine vers quelque endroit; il est encore vray de dire que cette boule sera muë, parce que cette force imprimée à ôté l'equilibre de ces momens des parties qui sont autour de son centre : & que son mouvement sera perpetuel si l'on suppose qu'il n'ait aucun empechement de dehors ; parce qu'il n'y a rien au dedans qui puisse arrêter ou changer cette di-

LIV. II. CHAP. V. La ligne de la projection horizontale est parabolique.

rection de ses parties vers un endroit determiné, laquelle lui a été une fois imprimée.

Deplus comme il est encore veritable qu'il n'y a rien de defini dans l'extension ou grandeur de cette force d'impression qui a été communiquée à la boule ; Et que cette force à pû être plus grande & plus grande à l'infini : il est aussi constant que la vitesse du mouvement de cette boule à pû être en la même maniere plus grande & plus grande à l'infini ; & qu'elle à pû perseverer toûjours dans un mouvement uniforme , avec ce degré de vitesse.

Et c'est ainsi que l'on peut expliquer avec apparance , l'uniformité , l'égalité , & la durée perpetuelle du mouvement des Corps celestes, qui , peut - être , ont receu dans le temps de leur creation cette impression de vitesse determinée qu'ils conservent toujours également par leur mouvement circulaire , dans lequel il ne trouvent aucun empêchement qui leur resiste.

Maintenant dans le temps que cette boule se meut suivant cette position , avec quelle vitesse que ce soit, sur ce plan horizontal ; si nous concevons que ce plan qui la soutient est ôté tout à coup , & que la boule soit laissée dans une entiere liberté de se mouvoir selon son inclination : Il est vray qu'elle continuera son premier mouvement suivant l'impression qu'elle

avoit

avoit & vers la même part où elle alloit, lors qu'elle se mouvoit sur le plan : Mais qu'à l'arrivée d'une nouvelle impression que sa propre gravité lui communique & dont l'effet ètoit auparavant arrêté par le plan, Elle sera contrainte de se detourner de la droiture de sa direction, & de s'abbaisser insensiblement dans la suite de son mouvement.

La ligne de la projection horizontale est parabolique.

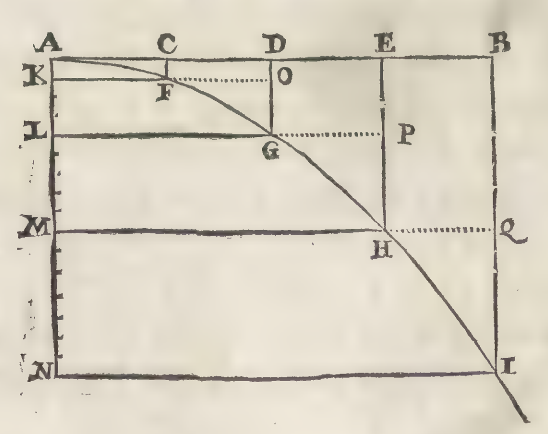
Ainsi elle decrira dans son passage une ligne formée par ces deux mouvements, dont l'un est égal & uniforme qui lui vient de la premiere impression, c'est à dire de l'impulsion du corps qui la poussée; & l'autre est uniformement acceleré qui lui est communiqué par sa propre pesanteur.

Et comme les espaces parcourus dans un mouvement égal sont en même proportion que les temps, au lieu que ceux qui sont parcourus dans un mouvement acceleré sont en raison sous doublée des mêmes temps ; il naît de la composition de ces deux mouvemens la même proportion qui se rencontre, comme nous avons dit cy-devant, entre les portions de l'axe & les ordonnées de la Parabole, qui par consequent est la nature de la ligne courbe que cette boule decriroit dans son passage, ou tout autre mobile qui seroit jetté horizontalement.

Comme si nous comprenons que le corps qui a ètè jettè horizontalement suivant la ligne de

Liv. II. Chap. V. La ligne de la projection horizontale est parabolique.

direction A B, a parcouru dans le premier moment de temps l'eſpace A C par le mouvement égal de l'impulſion, & l'eſpace C F par le mouvement acceleré de ſa peſanteur; il eſt conſtant que dans le ſecond moment, il parcourra l'eſpace C D égal au premier A C par le mouvement égal, & l'eſpace O G triple de C F par l'acceleré; Et que la toute D G ou A L ſera quadruple de C F ou A K. Ainſi dans le troſiéme moment il paſſera l'eſpace D E égal à A C par le mouvement égal, & l'eſpace P H quintuple de C F par l'acceleré; Et la ligne E H ou A M ſera à C F ou A K comme 9 à 1. Enfin dans le quatriéme moment il parcourra l'eſpace E B égal à A C par le mouvement égal, & Q I ſeptuple de C F par l'acceleré; Et B I ou A N ſera à C F ou A K comme 16 à 1. & ainſi des autres.



Et comme le mobile au premier moment ſe trouve par ces deux mouvements au point F,

au point G dans le ſecond, au point H dans le troiſiéme, & au point I dans le quatriéme; il paroît que la courbe AFGHI ſera decrite par ſon paſſage, dans laquelle la ligne AN étant à AK comme 16 à 1; & à AB à AC, c'eſt à dire NI à KF, comme 4 à 1; Le diametre ou l'axe AN, eſt à ſa portion AK en raiſon doublée de celle de l'ordonnée NI à l'ordonnée KF. Ainſi la raiſon de AM à AK qui eſt de 9 à 1, eſt doublée de celle de MH à KF, c'eſt à dire de AE à AC qui eſt de 3 à 1. Et celle de AL à AK qui eſt de 4 à 1, doublée de celle LG à KF, c'eſt à dire de AD à AC qui eſt de 2 à 1. Et partant que la courbe AFGHI decrite par le paſſage du mobile jetté horizontalement, eſt celle que l'on appelle *ligne Parabolique*, dont le ſommet eſt A, l'axe eſt à AN, & les ordonnées ſont KF: LG: MH: NI. &c.

LIV. II. CHAP. V. La ligne de la projection horizontale eſt parabolique.

CHAPITRE VI.

Les lignes des projections obliques ſont auſſi paraboliques.

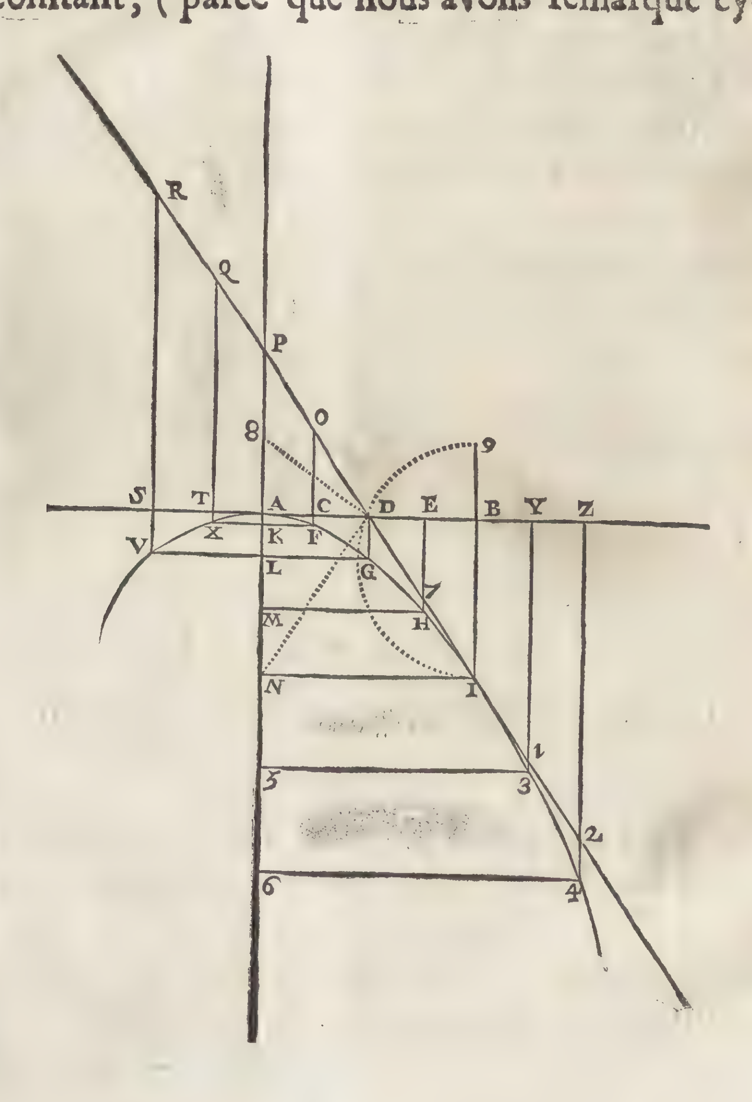
NOus pouvons avec un raiſonnement ſemblable faire voir que les projections qui ſe font obliquement & ſuivant des directions inclinées entre l'horizontale & la perpendiculaire, decrivent des lignes Paraboliques

CHAP. VI. Les lignes des projections obliques ſont auſſi paraboliques.

Liv. II. Chap. VI. Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

aussi bien que les projections horizontales.

Car nous servant de la même figure, si nous menons la droite IP continuée depart & d'autre qui touche la parabole A G I en I, & coupe son axe N A prolongé en P. Il est premierement constant, (parce que nous avons remarqué cy-



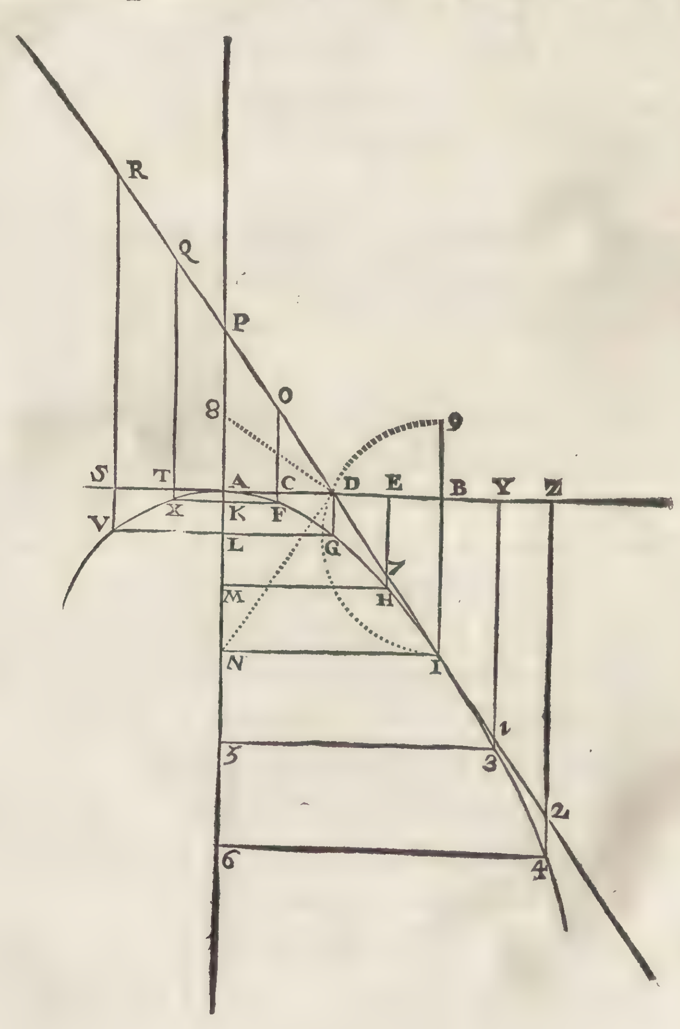
devant pour une des principales proprietez de la ligne Parabolique,) que la ligne AP ſera égale à AN ou BI, & la droite AD égale à DB, & continuant FC en O, la droite IP ſera coupée en portions égales aux points 7 : D : O, comme la droite AB l'eſt aux points C : D : E.

LIV. II. CHAP. VI. Les lignes des projections obliques ſont auſſi paraboliques.

Maintenant ſi nous entendons qu'un mobile ſoit pouſſé ſuivant la direction de la ligne IP par une puiſſance qui ſoit d'autant plus grande que celle qui le pouſſoit ſuivant la direction horizontale AB, que l'inclinée IP eſt plus grande que l'horizontale AB; C'eſt à dire que la viteſſe imprimée à ce ſecond mobile, ſoit à la viteſſe imprimée au premier, comme IP eſt à AB : Il ſera vray de dire, en faiſant abſtraction de la peſanteur, que ce mobile parcourra, d'un mouvement uniforme & égal, toute la longueur IP au même temps que le premier à parcouru la longueur AB, & que le ſecond paſſera par les eſpaces égaux I7 : 7D : DO : OP : dans les mêmes temps que le premier à paſſé par les eſpaces égaux de l'horizontale AC : CD : DE : EB. Mais dans le temps que le premier de ces mobiles à paſſé d'un mouvement égal l'eſpace AC, Il eſt deſcendu par ſa propre gravité, d'un mouvement acceleré, de la longueur de la ligne AK ou CF; Donc, dans le temps que ce ſecond mobile paſſera d'un mouvement égal par l'eſpace I7, il deſcendra d'un mouvement acceleré de la

Liv. II. Chap. VI. Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

même hauteur perpendiculaire AK ou 7 H. Et en deux temps parcourant d'un mouvement égal les deux espaces ID, il descendra, par le mouvement acceleré de sa pesanteur, à la hauteur perpendiculaire AL ou DG. Ainsi en trois temps il passera également les trois espaces IO, & l'es-



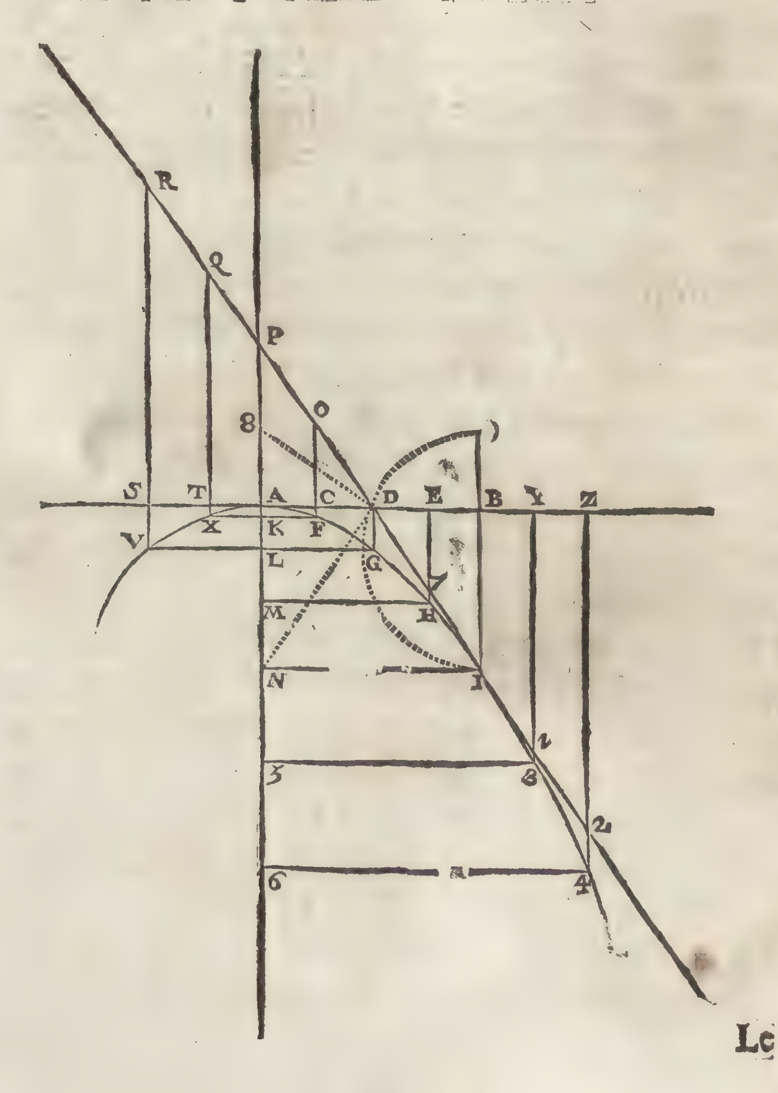
pace AM ou OF par l'acceleré. Et en quatre temps les quatre espaces IP par le mouvement égal, & l'espace AN ou AP par l'acceleré. C'est à dire que l'espace perpendiculaire 7 H égal à AK étant 1; DG égal à AL sera 4; OF égal à AM sera 9; AP égal à AN sera 16; &c. Et partant ce second mobile decrira par ces deux mouvemens la ligne courbe IHGA. Mais cette courbe est la même Parabolique que le premier des mobiles porté horizontalement, à decrite, (ainsi que je vay le faire voir.) Donc la ligne decrite par un mobile jetté suivant une direction oblique entre la perpendiculaire & l'horizontale, comme suivant la direction de la droite IP, est une ligne Parabolique.

Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

Pour conoitre que la Courbe IHGFA est la parabole tracée par le mobile porté suivant l'horizontale AB; il ne faut que considerer que les lignes AC:CD:DE:EB: étant égales, la droite AP ètant de 16 parties, CO sera de p. 8. Mais OF est de p. 9; donc le reste CF sera de p. 1. Ainsi BI égal à AP est aussi de p. 16, & partant E7 est de p. 8; Et 7 H ètant de p. 1; la toute EH est de p. 9. Donc CF ou AK ètant p 1; DG ou AL est p. 4; EH ou AM p. 9; & BI ou AN est p. 16. Comme AC ou KF ètant 1; AD ou LG est 2; AE ou MH est 3; & AB ou NI est 4. Où l'on voit que les portions de l'axe AN sont entr'elles comme les quarrez des

Liv. II. Chap. VI. Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

ordonnées ; Et que la courbe parabolique IHGFA, decrite par le second mobile suivant la direction oblique IP, est la même que la courbe parabolique AFGHI, decrite par le premier des mobiles suivant la direction horizontale AB. Ce qu'il falloit demontrer.



Le

Le ſommet de l'une & de l'autre de ces paraboles étant en A, l'on pourra faire voir que la projection oblique ſuivant I P étant continuée, décrira la même parabole de l'autre part. Car prenant les eſpaces P Q : Q R égaux à P O : O D & menant les droites Q T X : R S V paralleles à l'axe A P ; les portions A T, T S ſeront auſſi égales aux portions A C, C D ; & la droite A P étant de p. 16, Q T ſera de p. 24, & R S de p. 32.

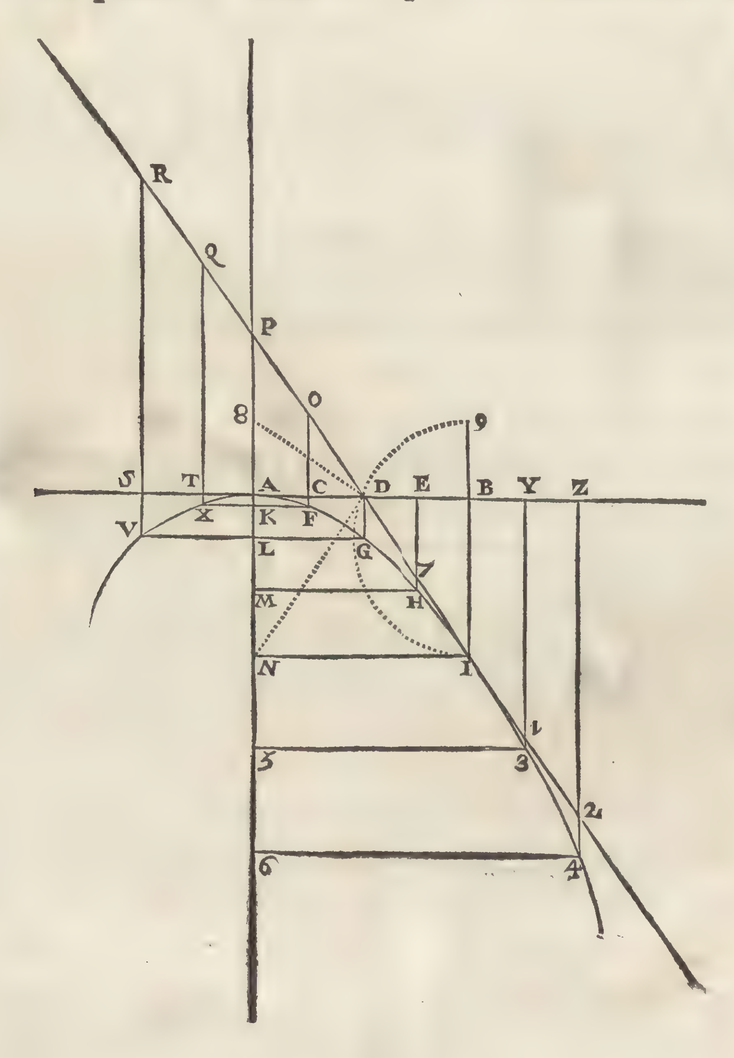
Liv. II. Chap. VI. Les lignes des projections obliques ſont auſſi paraboliques.

Maintenant ſi l'on entend que le mobile partant du point I ait paſſé en quatre temps la droite I P par le mouvement égal, & ſoit deſcendu de toute la longueur perpendiculaire P A de p. 16 par le mouvement acceleré de ſa peſanteur ; il paſſera la droite I Q en cinq temps par le mouvement égal & deſcendra cependant de la hauteur perpendiculaire Q X de p. 25 par l'acceleré ; & en ſix temps il parcourra I R également & la hauteur R V de p. 36 par ſa peſanteur. Otant donc la longueur Q T ou p. 24, de la toute Q X de p. 25, & la longueur R S ou p. 32 de R V ou p. 36 ; il reſtera p. 1 pour T X & p. 4 pour S V ; c'eſt à dire que T X ſera égale à A K ou C F, S V à A L ou D G. Ce qui marque que la courbe qui paſſe par les points X & V decrite par le mobile jetté du point I ſuivant la direction oblique I P R, eſt la même que celle qui paſſe par F & G c'eſt à dire la même parabole continuée.

Liv. II. Chap. VI. Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

Posons maintenant que le mobile partant du point I suivant la direction PI, est porté en bas vers I.2 ; je dis que la ligne courbe I.3.4 qu'il decrira par son passage, est aussi la même parabolique AFGI continuée.

Car prenant dans la ligne PI continuée en



bas les eſpaces I. 1, 1. 2 égaux à I 7, 7 D, & menant les droites 3. 1. Y : 4. 2. Z paralleles à I B c'eſt à dire à l'axe A N, qui couperont l'horizontale A B prolongée, & feront les portions B Y, Y Z égales aux portions B E, E D. Il eſt conſtant que le mobile pouſſé avec la même force en bas, parcourra d'un mouvement égal les eſpaces I. 1, 1. 2 en même temps qu'il a parcouru en haut les eſpaces égaux I 7, 7 D; & que lors qu'il aura paſſé le premier eſpace I 1 par le mouvement égal, il ſera deſcendu par le mouvement acceré de ſa gravité, de la hauteur perpendiculaire 1. 3 égale à 7 H où A K de p. 1, & qu'il deſcendra de la hauteur 2. 4 égale à D G ou A L de p. 4 par le mouvement de ſa peſanteur, quand il aura paſſé en deux temps les deux eſpaces I. 1, 1. 2 par le mouvement égal. Maintenant dans le triangle D 2 Z, la droite I B étant de p. 16, Y 1 ſera de p. 24; & Z 2 de p. 32; Et partant la toute Y 3 ſera de p. 25, & Z 4 de p. 36. C'eſt à dire que les points I : 3 : 4 : ſeront dans la parabole A F G H I continuée, puiſque la droite Z 4 c'eſt à dire la portion du diametre A 6 de p. 36, eſt à la portion A K de p. 1, comme le quarré de A Z ou de l'ordonnée 6. 4, eſt au quarré de A Ç ou de l'ordonnée K F.

LIV. II. CHAP. VI. Les lignes des projections obliques ſont auſſi paraboliques.

LIV. II.
CHAP. VII.
Maniere de mesurer les differens degrez de la force imprimée au mobile jetté.

CHAPITRE VII.

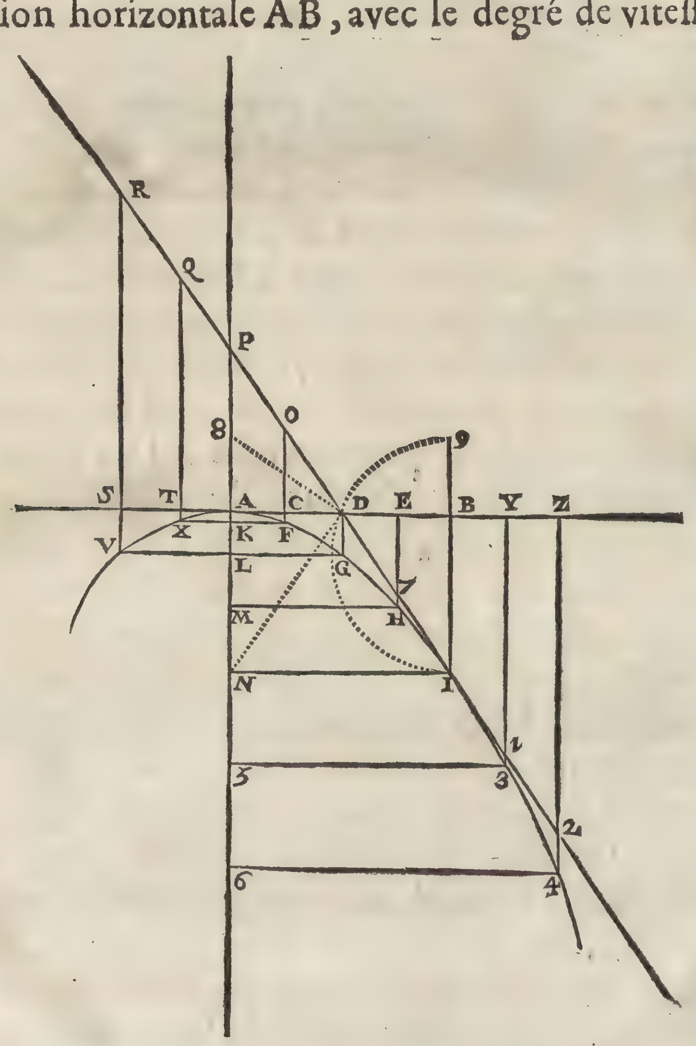
Maniere de mesurer les differents degrés de la force imprimée au mobile jetté.

IL paroît par tout ce raisonnement que les paraboles ont d'autant plus d'étenduë que la force ou la vitesse imprimée au mobile porté suivant une direction horizontale, est plus grande. Et comme cette vitesse peut être plus grande en une infinité de manieres differentes ; Galilée n'a point trouvé de moien plus assûré pour les reduire sous des mesures conuës, qu'en supposant que le mobile a aquis cette force ou ce degré de vitesse en tombant d'une certaine hauteur. Car puis qu'un mobile en tombant aquiert à chaque moment de sa chûte un nouveau degré de vitesse, il n'y a point de vitesse si grande, à laquelle le mobile ne puisse arriver, supposé qu'il n'y ait point d'empêchement du dehors; Ainsi la difference des degrez de vitesse peut-être commodement entenduë par la difference des hauteurs d'où l'on peut supposer que le mobile est tombé.

Pour bien entendre cecy, il faut dans la figure dont nous nous sommes servis, mener les droites ND & D8 ensorte que l'angle ND8 soit droit, afin que AD soit moïenne Geometrique

entre A 8 & AN, & 8 D moïenne entre 8 A & 8 N. Ceci posé Galilée dit que si l'on entend que le mobile soit tombé perpendiculairement du point 8 en A, & que son mouvement soit ensuite converti en mouvement égal suivant la direction horizontale AB, avec le degré de vitesse

LIV. II. CHAP. VII. Maniere de mesurer les differens degrez de la force imprimée au mobile jetté.



LIV. II. CHAP. VII. Maniere de mesurer les differens degrez de la force imprimée au mobile jetté.

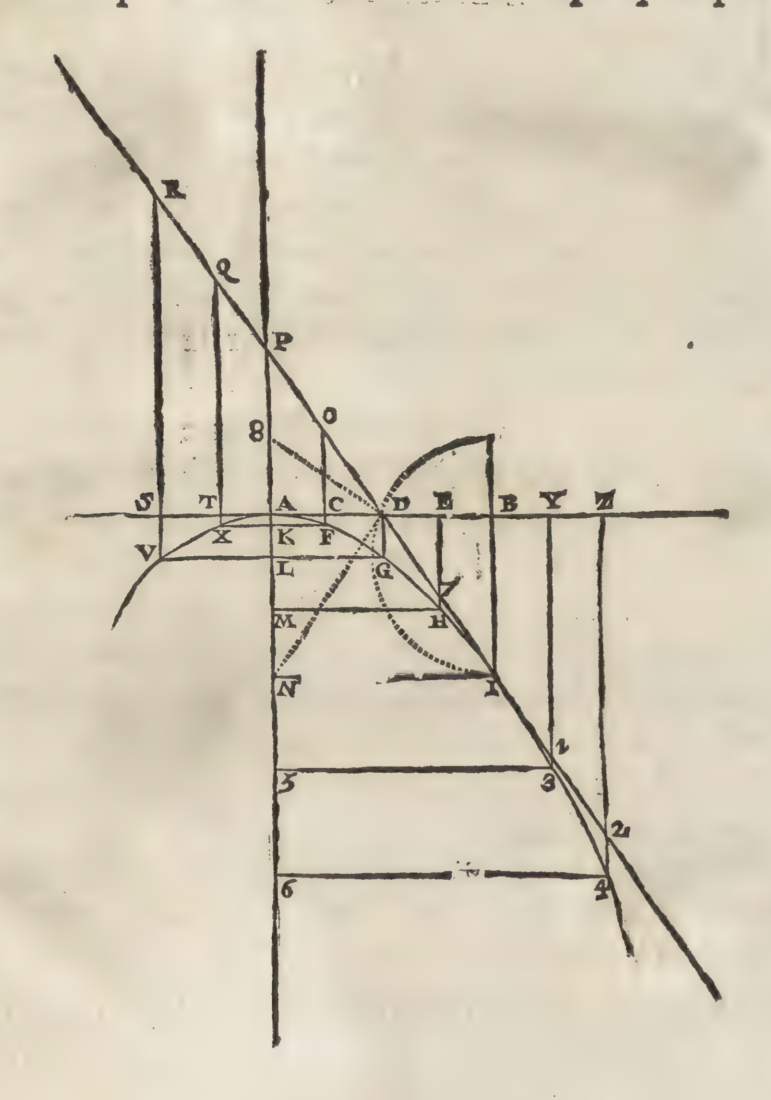
aquis par sa chûte ; il decrira par son passage la parabole AFGHI.

Car comme les espaces parcourus par un mobile tombant sont entr'eux en raison doublée de celle des temps de leur chûte ; Si nous prenons la droite 8 A pour mesure du temps que le mobile à employé à passer l'espace 8 A en descendant du point du repos 8 : Cette ligne sera à celle qui est la mesure du temps que le mobile employera à passer l'espace AN en descendant du point de repos A, en raison doublée de celle que la même ligne 8 A a, à la droite AN : c'est à dire que le quarré de la droite 8 A sera au quarré de cette droite, comme la même 8 A est à AN. Mais comme 8 A est à AN, ainsi le quarré de 8 A est au quarré de AD. ; Donc la la droite AD sera la mesure du temps du passage du mobile par l'espace AN.

Maintenant comme il a été demontré par Galilée, qu'un mobile porté d'un mouvement égal avec un degré de vitesse aquis en tombant de quelque hauteur, parcourt dans un temps égal à celui de sa chûte, un espace double de celui qu'il a parcouru en tombant : c'est à dire que le mobile porté d'un mouvement égal suivant la direction AB, avec le degré de vitesse aquis par sa chûte du point de repos 8 en A, parcourt dans le temps 8 A un espace double de la droite 8 A ; il s'ensuit que dans le temps AD il

parcourra avec la même vitesse un espace double de la droite A D ; c'est à dire l'espace A B où N I. Mais nous venons de faire voir que le même mobile partant du point de repos A, passoit en descendant l'espace A N dans le même temps A D. Donc dans le temps qu'il par-

Liv. II. Chap. VII. Maniere de mesurer les differens degrez de la force imprimée au mobile jetté.



Liv. II. Chap. VII. Maniere de mesurer les differens degrez de la force imprimée au mobile jetté.

courra horizontalement la droite AB d'un mouvement égal, il descendra de toute la hauteur AN du mouvement acceleré; Et par la composition de ces deux mouvemens il decrira la Parabole AFGHI; car on ne sçauroit mener d'autre parabole que celle-la qui passe par les point A & I.

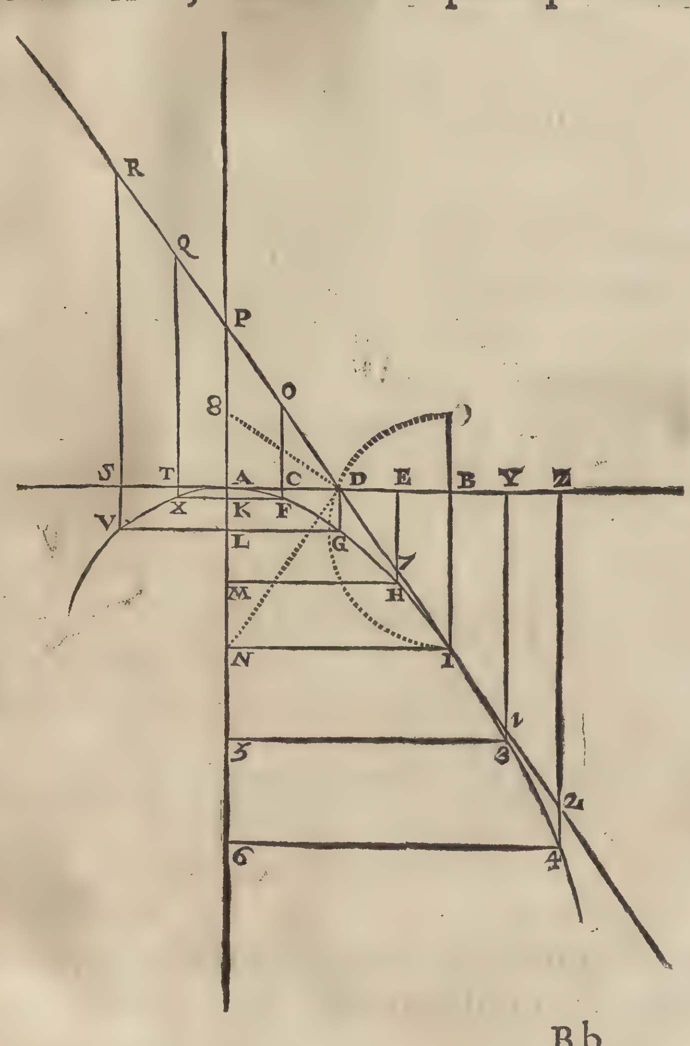
Où l'on voit que les vitesses ou les forces aquises ou imprimées êtant entr'elles en même raison que les temps, la vitesse ou la force aquise par la chûte 8 A, c'est à dire la force ou la vitesse du mouvement horizontal êtant mesurée par la droite A8, la mesure de la force ou de la vitesse aquise au point N par la chûte AN sera la droite AD.

Nous avons dit cy-devant qu'une force ou vitesse qui seroit à la force ou vitesse horizontale comme la touchante IP est à la touchante AB ou NI; c'est à dire comme DP est à DA; porteroit le mobile en montant ou en descendant suivant la direction IP par les points de la même parabole AFGHI. Pour determiner Quelle est cette force, supposé que l'horizontale AB soit mesurée par la droite A8; il faut raisonner en cette maniere.

La droite AN êtant égale à AP, les deux DP & DN sont aussi égales; & partant AD est à DN, comme la vitesse horizontale AB est à la vitesse suivant la touchante IP; Mais comme

me AD est à DN, ainsi A 8 est à 8D; Donc A 8 est à 8 D, comme la force horizontale est à l'inclinée par IP. Maintenant posant la droite A 8 pour mesure de l'espace que le mobile à parcouru en tombant pour acquerir la force horizontale A 8, elle sera à l'espace qu'il faudra

LIV. II. CHAP. VII. Maniere de mesurer les differens degrez de la force imprimée au mobile jetté.



Liv. II. Chap. VII. Maniere de mesurer les differens degrez de la force imprimée au mobile jetté.

qu'il parcoure pour aquerir la force inclinée 8 D, en raison doublée de la ligne A 8 à 8 D, c'est à dire comme A 8 est à 8 N ; Et partant l'étenduë 8 N sera celle de la chûte du mobile pour aquerir la force ou la vitesse 8 D. Donc la force horizontale A B ayant été aquise par la chûte 8 A, la force inclinée I P sera aquise par la chûte 8 N.

Galilée appelle dans cette parabole A F G H I, la droite A N *la hauteur*, N I *la moitié de son amplitude*, & 8 A *la sublimité* : Où l'on voit que la hauteur & la sublimité jointes ensemble font la mesure de l'espace qu'il faut que le mobile parcoure en tombant pour aquerir la force qu'il doit avoir pour decrire la même parabole suivant la tangente menée à l'extremité de son amplitude. L'on voit deplus que la moïenne Geometrique entre la hauteur & la sublimité d'une parabole est égale au quart de son amplitude.

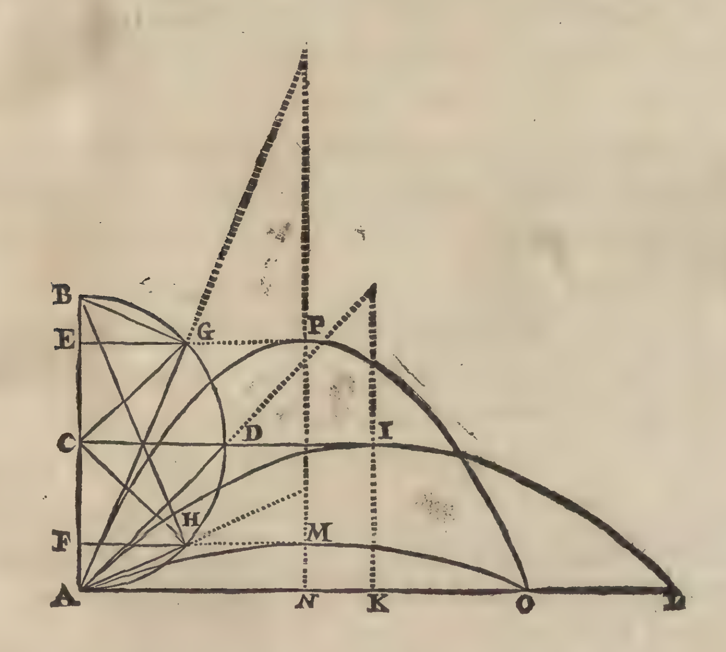
Ainsi continuant la droite I B jusqu'en 9, ensorte que B 9 soit égale à A 8 comme B D est égale à A D ; la droite B D sera moïenne entre I B & B 9 ; Et le demi cercle fait sur le diametre I 9, passera par le point D ; & dans ce demi-cercle, B 9 sera la sublimité de la même parabole, decrite suivant la direction horizontale, B I sera la hauteur, & B D le quart de l'amplitude. Et le diametre entier I 9 sera la sublimité de la même parabole décrite suivant la direction de la touchante I P.

Proportion des amplitudes des Paraboles & des Sinus du double des angles de leurs touchantes.

CHAPITRE VIII.

Proportion des amplitudes des paraboles & des sinus du double des angles de leurs touchantes.

CECI posé : soit un demi cercle ADB, sur le diametre perpendiculaire AB, dont le centre est C ; lequel soit touché en A par la



ligne horizontale AL. Et soient menées dans le demi-cercle les droites AH : AD : AG du point A ; & les droites HF, DC, EG perpendiculaires au diametre AB. Ensuite soit decrite la parabole AMO dont la hauteur NM soit

Liv. II. Chap VIII. Proportion des amplitudes des Paraboles & des Sinus du double des angles de leurs touchantes.

égale à la droite A F & l'amplitude A O soit, quadruple de la droite FH ; la parabole AIL, dont la hauteur KI soit égale à AC, & l'amplitude AL quadruple de la droite DC ; & enfin la parabole APO, dont la hauteur NP soit égale à AE, & l'amplitude AO quadruple de la droite EG. Puis soient menées dans le demi-cercle les lignes HC : HB : & GC : GB.

Il est manifeste parce que nous avons demontré cy-devant que la ligne BF est la sublimité & AF ou NM la hauteur de la parabole AMO ; c'est à dire qu'un mobile porté d'un mouvement égal du point M horizontalement avec une force aquise par la chûte BF decrira la parabole AMO. Ainsi la sublimité de la parabole AIL est BC & sa hauteur à AC ou KI ; comme la sublimité de la parabole APO est BE & sa hauteur AE ou NP. D'où il s'ensuit que les mêmes paraboles seront decrites par des mobiles portés également avec une force aquise par la chûte BA suivant les differentes inclinations des touchantes AH : AD : AG. C'est à dire que la parabole AMO sera decrite par le mobile porté également suivant la touchante AH avec la vitesse qu'il aura aquise en tombant du point B en A. Et la parabole AIL sera decrite par le mobile porté également suivant la touchante AD avec la même vitesse BA. Et enfin la parabole APO par le mobile suivant la tou-

chante AG, avec la même force ou vitesse BA.

Et comme les amplitudes de chacune des paraboles sont quadruples des droites FH : CD : EG :, il s'ensuit

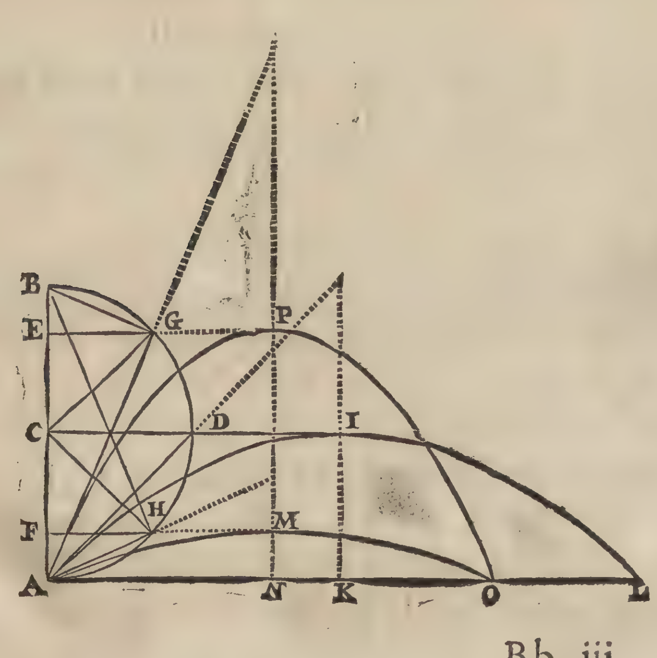
Liv. II. Chap. VIII. Proportion des amplitudes des Paraboles & des sinus du double des angles de leurs touchantes.

CHAPITRE IX.

Suites de cette Proportion.

Chap. IX. Suites de cette proportion.

1. QUE de toutes les paraboles faites avec une même impression de vitesse, la plus grande est celle dont le mobile est porté suivant la direction d'un angle demy droit ou de 45 degrez ; Ce qui a été premierement remar-



Liv. II. Chap. IX. Suites de cette proportion.

qué par Tartaglia, ainsi que nous l'avons dit cy-devant. Car si nous supposons que l'angle L A D, qui est l'inclination suivant laquelle la parabole A I L a été faite, est de 45 degrez ; la ligne D C perpendiculaire au diametre A B, sera égale au demi diametre du même Cercle A D B ; Et par consequent elle sera plus grande qu'aucune autre perpendiculaire au même diametre comme H F ou G E ; d'où il arrive que le quadruple de C D, c'est à dire l'amplitude A L de la Parabole A I L, sera plus grande que le quadruple d'aucune autre perpendiculaire comme F H ou G E, c'est à dire que l'amplitude d'aucune autre Parabole comme A M O ou A P O.

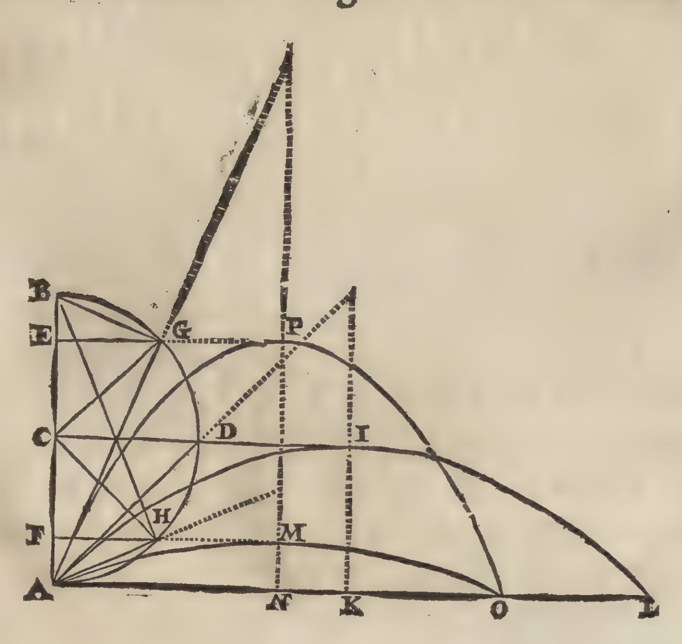
2. Que les Paraboles decrites suivant des inclinations également élognées au dessus ou au dessous de l'angle de 45 degrez sont égales d'amplitude. Ce qui a êté remarqué par plusieurs & particulierement par Diego Ufano, comme nous l'avons fait voir cy-devant. Car supposant que les arcs D H & D G soient égaux, les droites H F & G E seront aussi égales, & leurs quadruples A O ; c'est à dire l'amplitude de la Parabole A M O & de la parabole A P O faites sur les inclinations A H & A G.

3. Comme les perpendiculaires sur le diametre du cercle vont toûjours en augmentant depuis le point A jusqu'en D, & que dela elles vont toujours en diminuant jusqu'au point B ; il s'ensuit

que les Paraboles produites par les mobiles portés d'une même vitesse suivant les inclinations depuis l'horizontale A L jusqu'à celle de l'angle demi droit A D, vont toujours en augmentant d'amplitude ; comme au contraire celles qui se font suivant les inclinations depuis l'angle demi droit A C, jusqu'à la perpendiculaire A B vont toûjours en diminuant.

LIV. II. CHAP. IX. Suites de cette proportion.

4. La droite H F est le sinus de l'angle au centre A C H, double de l'angle à la circonference A B H qui est égal à celui de l'inclination L A H. Ainsi la droite C D est le sinus de l'angle droit double de celui de l'inclination L A D. Et la droite G E est le sinus de l'angle au centre A C G double de l'angle à la circonference



Liv. II. Chap. IX. Suites de cette proportion.

ABG qui eſt égal à celui de l'inclination LAG. Et comme les amplitudes AO, AL, des Paraboles AMO, APO, AIL, ſont entr'elles comme les lignes FH, CD EG dont elles ſont quadruples ; il s'enſuit que les amplitudes des Paraboles faites par un mobile porté d'une égale impreſſion de viteſſe, ſuivant des angles differents d'inclination, ſont entr'elles comme les ſinus du double des mêmes angles. Ainſi l'amplitude AL de la Parabole AIL faite ſuivant l'angle demi droit LAD, eſt à l'amplitude AO dela parabole AMO faite avec la même impreſſion de force ſuivant l'angle LAH ; comme la droite CD ſinus de l'angle droit, double du demi droit LAB, eſt à la droite FH ſinus de l'angle ACH, double de l'angle LAH. Et la même amplitude AL de la Parabole AIL eſt à l'amplitude AO de la parabole APO, comme la droite CD ſinus du double de l'angle LAD, eſt à la droite EG ſinus du double de l'angle LAG, & ainſi des autres.



LIV. III.

LIVRE TROISIE'ME.

LIV. III.

Demonstration des pratiques de l'Art de jetter les Bombes. Et premierement pour les jets dont l'étenduë est au niveau des Batteries, & par le moïen des sinus.

CETTE proposition est le fondement de la plûpart des Pratiques que nous avons expliquées dans la deuxiéme partie de ce Livre, & que nous allons maintenant examiner l'une aprés l'autre.

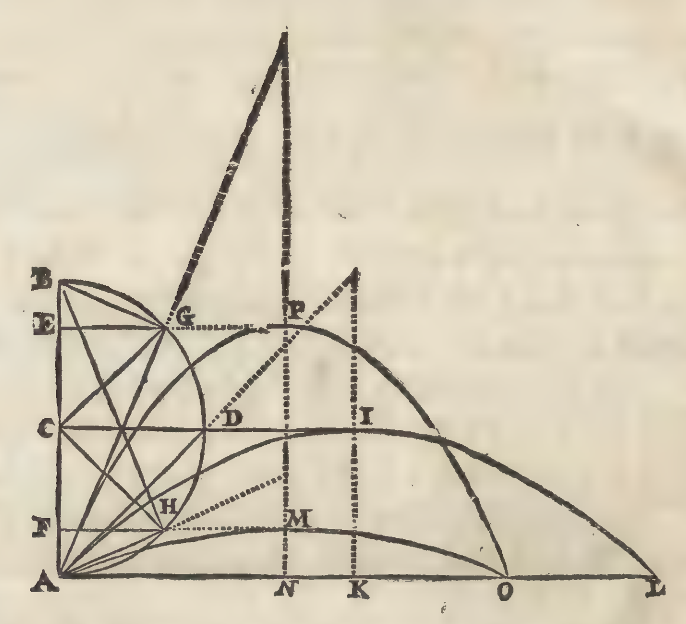
CHAPITRE PREMIER.

Pour trouver l'étenduë d'un coup sur une élevation donnée.

CHAP. I. Pour trouver l'étenduë d'un coup sur une élevation donnée.

LA premiere de toutes est claire d'elle-même : Car supposant que l'on ait fait l'épreuve d'une piece ou d'un mortier sous un angle d'élevation conuë, & conoissant exactement sa portée ; pour conoître celle de la même piece ou du même mortier avec la même charge sous un autre élevation ; Il ne faut, suivant la pratique expliquée au premier Chapitre du premier Livre de la seconde Partie, que faire une regle

LIV. III. CHAP. I Pour trouver l'étenduë d'un coup sur une élevation donnée



de Trois dont le premier terme soit le sinus du double de l'angle de l'élevation sur laquelle on a fait l'épreuve, le second soit le sinus du double de l'angle de l'élevation proposée, & le troisiéme soit la portée conuë par l'épreuve; Et par la regle, le quatriéme proportionel sera l'étenduë de la portée que l'on demande. Comme si l'épreuve ayant été faite sous l'angle de l'inclination LAH de 30 degrez vous avez 1000 toises ou 1000 autres mesures pour la portée de vôtre piece, c'est à dire pour l'amplitude AO de la parabole AMO; Pour sçavoir quelle sera la portée de la même piece élevée à l'angle LAD de 45 degrez, c'est à dire pour conoître l'amplitude AL de la parabole AIL; Il ne faut que

prendre pour premier terme le ſinus du double de l'angle L A H c'eſt à dire le ſinus de l'angle A C H ou la droite F H qui eſt de 8660 parties, ſuppoſé que le ſinus total ſoit C D de 10000 parties ; pour ſecond terme la droite C D de 10000 parties c'eſt à dire le ſinus du double de l'angle L A D ; Et l'amplitude A O de 1000 toiſes pour troiſiéme ; afin d'avoir pour quatriéme terme proportionel l'amplitude A L de 1155 to. ou meſures ; Et cela parce que l'amplitude A O eſt à l'amplitude A L comme le ſinus H F eſt au ſinus C D.

Liv. III. Chap. I. Pour trouver l'étenduë d'un coup ſur une élevation donnée.

Si l'angle de l'inclination propoſée eſt plus grand que le demi droit, il ne faut pas le doubler pour avoir le ſinus, mais il faut prendre le ſinus du double de ſon complement à l'angle droit. Comme ſi l'on a propoſé l'élevation de la piece ou du mortier à l'angle L A G de 50 degrez : il faut prendre E G ſinus de 80 degrez double de 40 deg. complement à l'angle droit du propoſé de 50 degrez.

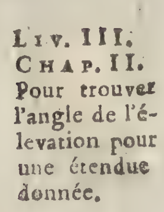


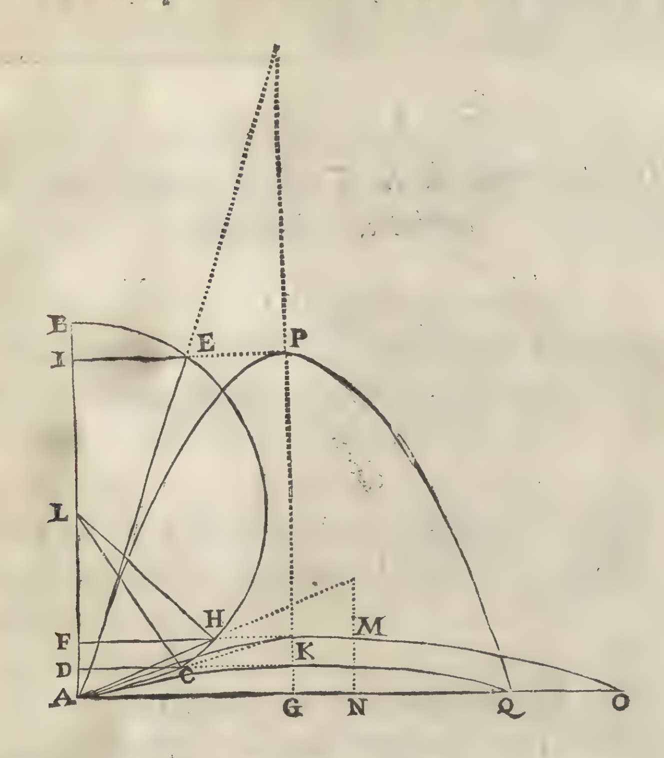
Liv. III.
Chap. II.
Pour trouver l'angle de l'élevation pour une étendue donnée.

CHAPITRE II.

Pour trouver l'angle de l'élevation pour une étenduë donnée.

SI l'on propose une étenduë qui ne soit pas plus grande que celle de la piece élevée à 45 deg. ; il faut, comme il a été dit au second Chapitre du premier livre de la seconde partie, prendre pour premier terme de la regle de Trois l'étenduë de la portée conuë par l'épreve, pour second terme l'étenduë que l'on demande, & pour troisiême le sinus du double de l'angle de l'inclination sur laquelle l'épreuve a été faite ; afin d'avoir pour quatriéme proportionel le sinus du double de l'angle qu'il faudra donner à la piece. Ainsi pour avoir la portée, c'est à dire l'amplitude A Q de 800 mesures ; il faut prendre pour premier terme l'amplitude A O de la parabole A M O de 1000 mesures faite suivant l'angle O A H de 30 degrez, pour second terme l'amplitude A Q de 800 mesures que l'on demande ; la droite F H sinus du double de l'angle O A H de 8660 parties pour troisiéme terme ; afin d'avoir pour quatriéme proportionel, la droite C D de 6928 parties sinus de l'angle A L C de 43. 52′ double de ce que l'on demande Q A C de 21. 56′, ou de son


LIV. III.
CHAP. II.
Pour trouver l'angle de l'élevation pour une étendue donnée.



complement à l'angle droit Q A E de 68 4'. Car la piece ou le mortier élevé en l'un ou en l'autre de ces deux angles donnera la même amplitude proposée A Q des Paraboles A K Q ou A P Q. Et par tout l'on voit que ces amplitudes A O & A Q sont entr'elles comme les droites FH & DC.



CHAPITRE III.

Demonstration de la Table des Sinus servants au jet des Bombes.

LA Table qui suit, & qui est rapportée au troiziéme Chapitre du premier Livre de la seconde partie, n'est que pour soulager ceux qui auroient peine à rechercher en toutes rencontres les sinus du double des angles proposés pour l'élevation du mortier ou de la piece; puis qu'elle contient les mêmes sinus qui repondent aux angles proposés, sans qu'il soit besoin de rien doubler. Ce qui a été nettement expliqué dans le discours de la construction de la table, ou j'ay dit que les nombres qui y repondent à chaque degré êtoient ceux qui se trouvent dans la table ordinaire des sinus au droit des angles doubles de ceux-ci; & que le nombre par exemple de 349 repondant au premier degré dans cette Table, étoit celui qui repondoit à 2 degrez dans celle des sinus; Et le nombre 698 repondant dans celle-ci à 2 deg., êtoit le sinus de 4 degrez; Ainsi le nombre 6428 repondant à 20 degrez est le sinus de 40 degrez, & ainsi des autres.

Ce qui fait que proposant un angle & prenant le nombre qui lui repond dans cette ta-

ble, vous prenez tout d'un coup le ſinus de ſon double. Ce qui ſe conoît par les exemples rapportés ſur ce ſujet, dans leſquels les nombres ſont par tout les mêmes que ceux qui ſont trouvés par la pratique des ſinus. Ce qui n'a point be- de plus longue explication.

LIV. III. CHAP. III. Demonſtratioe de la Table des ſinus ſervans au jet des Bombes.

Il en eſt de même de la table qui repond à celle que j'ay expliquée dans la premiere partie de ce Traitté ſur la doctrine de Diego Uſano; car j'ay calculé cette table ſur celle-ci, enſorte que tous les nombres de l'une ſont proportionels aux nombres de l'autre.

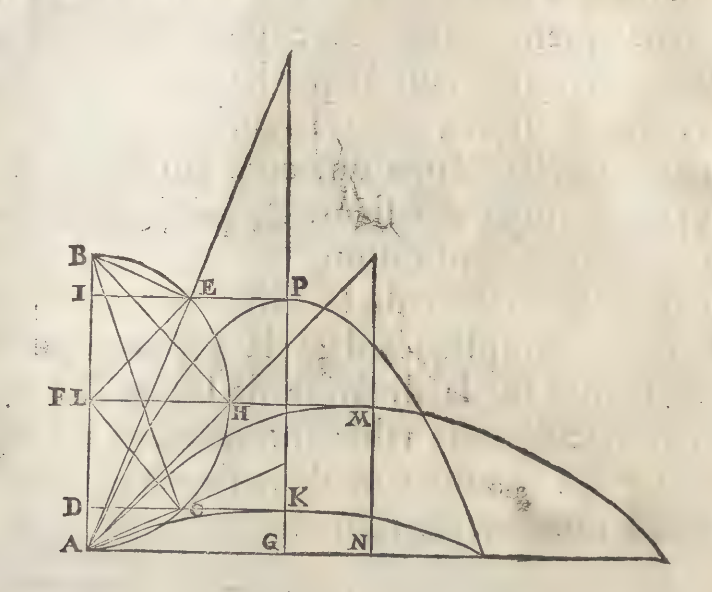
CHAPITRE IV.

Demonſtration de la Table des hauteurs des jets pouſſez d'une même force.

IL n'eſt pas plus malaiſé de demontrer la Conſtruction & l'uſage de la Table que nous avons rapportée au ſixiéme Chapitre du premier Livre de la ſeconde partie ſous le nom de *Table des hauteurs des jets pouſſez d'une même force dont la plus grande portée eſt* 10000; & dont les nombres ſont, ainſi que nous avons dit, chacun égal au quart des ſinus verſes du double des angles de l'inclination du mortier. Car ſi dans cette figure, nous conſiderons que la hauteur NM de la demiparabole AM, faite ſous

CHAP. IV. Demonſtration de la Table des hauteurs des jets pouſſés d'une même force.

LIV. III. CHAP IV. Demonstration de la Table des hauteurs des jets poussés d'une même force.



l'angle de l'inclination N A H & avec la force aquise par la chûte depuis le point B, est égale à la droite A F, qui dans le demi-cercle fait sur le diametre A B est le sinus verse l'angle au centre A L H double de l'angle à la circonference A B H égal à celui de l'inclination N A H : Que la hauteur G K de la demi-parabole A K faite sous l'inclination G A C avec la même force aquise par la chûte du point B, est égale à la droite A D qui dans le même demi-cercle est le sinus verse de l'angle A L C double de celui de l'inclination G A C : Et qu'enfin la hauteur G P de demi-parabole A P faite sous l'inclination G A E avec la même force, est égale à la droite A I sinus

ſinus verſe de l'angle au centre A L E double de celui de l'inclination G A E, & ainſi des autres. Nous pouvons dire que *les hauteurs des jets pouſſez de même force ſont entr'elles comme les ſinus verſes du double des angles de leur inclination* ; Et comme nous avons ſuppoſé que la plus grande portée eſtoit 10000, il s'enſuit que la plus grande hauteur A B moitié de la même portée n'eſt que de 5000 ; Et partant A L rayon ou ſinus total de cette Table ſeulement de 2500, c'eſt à dire le quart de 10000 que l'on donne au même rayon dans la Table ordinaire des ſinus. Ce qui fait que nous avons eu raiſon de dire que tous les nombres de la Table des hauteurs ſont chacun le quart de ceux des ſinus verſes du double des angles de l'inclination du mortier.

LIV. III. CHAP. IV. Demonſtration de la Table des hauteurs des jets pouſſez d'une même force.

CHAPITRE V.

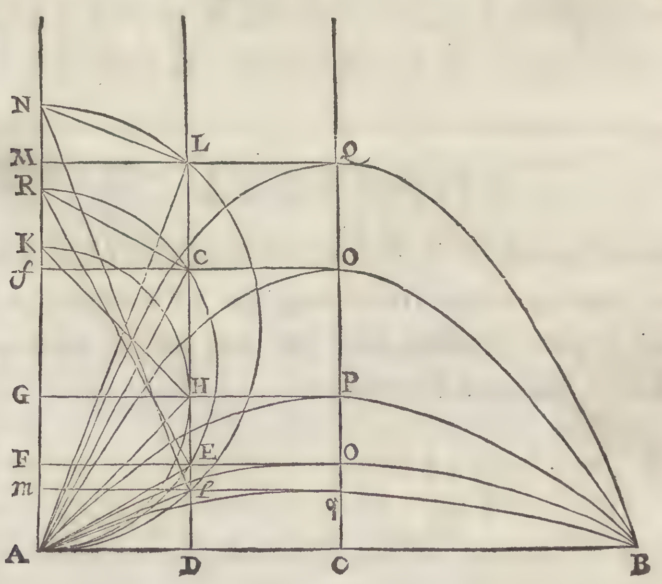
Demonſtration de la Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étenduë, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes ſortes d'élevation.

CHAP. V. Demonſtration de la Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étendue, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes ſortes d'élevation.

POUR bien entendre la conſtruction de l'autre Table que nous avons raportée dans le même Chapitre ſous le nom de *Table des hauteurs & des ſublimitez des jets dont l'étenduë en toutes ſortes d'élevation eſt toujours la même*, *poſée de*

Liv. III. Chap. V. Demonstration de la Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étendue, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étendue en toutes sortes d'élevation.

10000 *parties* ; & dont les nombres sont, ainsi que nous avons dit, pour les hauteurs chacun égal au quart des Tangentes des angles d'élevation marquées dans la Table ordinaire des sinus, & pour les sublimitez chacun égal au quart des Tangentes de complement des mêmes angles. Il faut premierement dans cette figure, ou l'étenduë horizontale donnée A B est partagée également en C, & A C aussi également en D, mener des points A, D, C, des droites comme A N, D L, C Q, perpendiculaires à A B. Puis ayant pris sur A N la droite A G égale à A D, faire du centre G & intervalle G A, le cercle K H A qui touchera la ligne D C au bout H du rayon



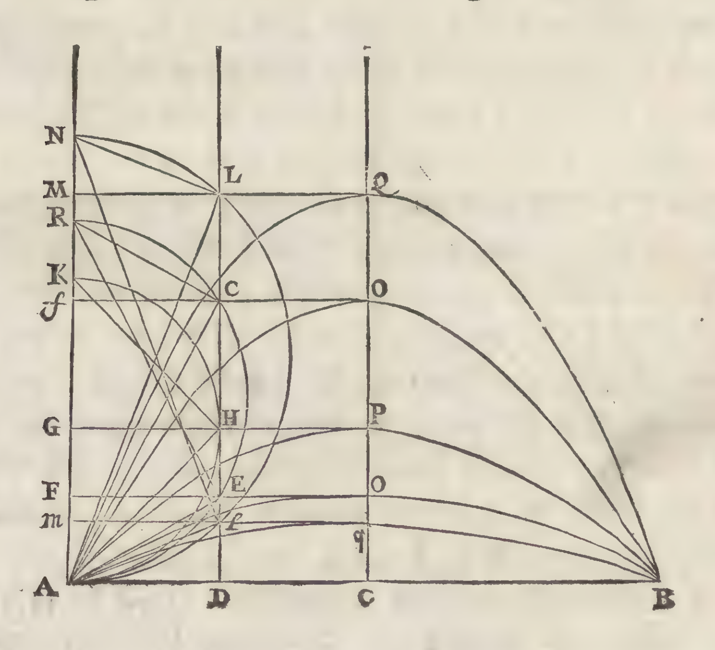
GH parallele à AC ; Et si l'on mene la droite AH, l'angle CAH sera de 45 deg., & la parabole du point A suivant la direction AH avec la force mesurée par AK aura la droite AB pour amplitude, AG ou CP pour sa hauteur & KG pour sa sublimité ; Car toutes ces choses ont été demontrées ci-devant. Par la même raison si menant du point A une autre droite AE faisant l'angle de l'inclination BAE, je tire la droite ER perpendiculaire à AE & coupant AN en R ; j'aurai AR diametre du cercle AER qui passera par le point E, d'où menant FEO parallele à AB, l'amplitude de la parabole decrite par le mobile poussé du point A suivant l'inclination BAE & avec la force imprimée par la chûte du point R, sera la même AB quadruple de AD, sa hauteur sera AF ou CO, & sa sublimité RF. Ainsi faisant une autre inclination BAL & menant la droite LN perpendiculaire à AL, nous aurons AN diametre d'un cercle qui passera par le point L, d'où menant la ligne MLQ, nous pouvons dire que la parabole decrite par un mobile poussé suivant l'inclination BAL avec la force imprimée par la chûte du point N, aura la même amplitude AB, la droite AM ou CQ pour sa hauteur, & NM pour sa sublimité ; & ainsi des autres.

LIV. III. CHAP. V. Demonstration de la Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étendue, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étendue en toutes sortes d'élevation.

Il faut maintenant considerer dans le triangle rectangle AHK, que posant la droite GH

LIV. III. CHAP. V. Demonstration de la Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étendue, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étendue en toutes sortes d'élevation.

ou AD pour sinus total, la ligne AG hauteur de la parabole APB sera la Tangente de l'angle GHA qui est celui de l'inclination; Et la ligne KG sublimité de la même, sera la tangente de l'angle GHK complement de celui de l'inclination GHA, ou BAH. Ainsi dans le triangle rectangle AER, posant la droite EF égale à AD pour sinus total, la ligne AF ou CO hauteur de la parabole AOB sera la tangente de l'angle de l'inclination AEF ou BAE; Et la ligne RF sublimité de la même, sera la tangente de l'angle REF complement de celui de l'inclination AEF. Enfin dans le triangle rectangle ALN, posant la droite LM égale à AD pour



ſinus total, la droite AM ou CQ hauteur de la parabole AQB eſt la tangente de l'angle ALM ou de ſon égal l'angle de l'inclination BAL; Et la droite NM ſublimité de la même, eſt la tangente de l'angle MLN complement de MLA ou BAL. Et comme on peut faire le même raiſonnement ſur tous les Angles d'inclination poſſibles ; il eſt aiſé de faire voir que, la même droite AD pouvant toujours eſtre poſée pour ſinus total, toutes les hauteurs des paraboles de même amplitude ſeront les tangentes de tous les angles égaux à ceux de l'inclination; Et toutes les ſublimitez des mêmes paraboles ſeront les tangentes de complement des mêmes angles.

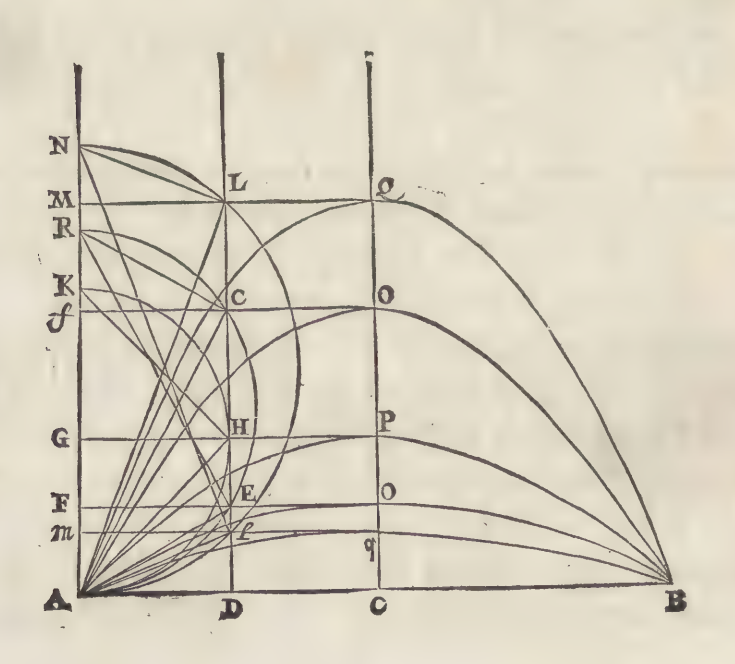
LIV. III. CHAP. V. Demonſtration de la Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étendue & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étendue en toutes ſortes d'élevation.

Deſorte que ſi nous avions pris la droite AD égale au ſinus total de la Table ordinaire des ſinus, tangentes & ſecantes qui eſt de 10000 parties, nous aurions pû nous ſervir pour les nombres de nôtre Table des hauteurs & ſublimitez, de ceux des Tangentes des angles de la Table ordinaire des ſinus pour les hauteurs; & de ceux des tangentes de complement des mêmes angles pour les ſublimitez de nos paraboles. Mais comme la droite AD ne peut eſtre que de 2500 parties, dans la ſuppoſition que nous avons faite que l'amplitude AB, dont AD eſt le quart, eſt de 10000 parties; Il paroit que toutes les tangentes des angles d'inclination, c'eſt à dire tou-

Liv. III. Chap. V. Demonstration de la Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étendue & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étendue en toutes sortes d'élevation.

tes les hauteurs des paraboles, & les tangentes de leurs complements, c'est à dire toutes les sublimitez des mêmes, doivent estre ici chacune un quart de celles de la Table ordinaire des sinus ; ainsi que nous l'avons pratiqué dans la Table des mêmes hauteurs & sublimitez, ou celle de l'angle de 45 deg. égale au sinus total, n'est que de 2500 parties.

Au reste comme l'arc NL dans le cercle ALN est égal à l'arc A *l*, la droite NM est aussi égale à A *m*, & AM à N *m*; Où l'on voit que AM ou CQ hauteur de la parabole AQB, est égale à N *m* ou Q *q* sublimité de la parabole A *q* B ; Et NM sublimité de la parabole AQB égale à A *m*



hauteur de la parabole A q B. Par la même raison nous ferons voir que AF ou CO hauteur de la parabole AOB est égale à R f sublimité de la parabole A o B & RF sublimité de la parabole AOB égale à A f hauteur de la parabole A o B. Mais les paraboles AQB, A q B; aussi-bien que les paraboles AOB, A o B, sont celles que l'on peut appeller *reciproques*, étant faites sous des directions également élognées de celle de 45 deg., & dont la force de l'impulsion & l'amplitude sont égales : l'on peut donc conclure, ce que nous avons dit ci-devant, *Qu'aux paraboles de même étenduë sous même force, les hauteurs & les sublimitez sont reciproquement égales.*

Liv. III. Chap. V. Demonstration de la Table des hauteurs & sublimitez des jets de meme étendue & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de meme étendue en toutes sortes d'élevation.

Enfin comme la hauteur CP ou AG de la parabole APB, jointe à sa sublimité KG fait la toute AK mesure de la force qui l'a décrite : Que la hauteur CO ou AF de la parabole AOB & sa sublimité RF font ensemble la toute AR mesure de la force qui l'a pû décrire : Que la hauteur CQ ou AM de la parabole AQB & sa sublimite NM font ensemble la toute AN d'où le mobile tombant auroit par sa chûte aquis assez de force pour porter le même mobile suivant la direction AL par la parabole AQB à la distance AB. Nous pouvons inferer *qu'en toutes les paraboles, la hauteur & la sublimité font ensemble la mesure de la force qu'il faut pour les decrire.* Et ceci est le fondement de la derniere Ta-

Liv III. Chap. V. Demonstration de la Table des hauteurs & sublimitez des jets de meme étendue & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de meme étendue en toutes sortes d'élevation.

ble que nous avons rapportée au septiéme Chapitre du premier Livre de la seconde partie, sous le nom de *Table de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes sortes d'élevation*; cequi n'a point besoin de plus grande explication.



LIV. IV.

LIVRE QUATRIE'ME.

Liv. IV.

Demonſtration des pratiques pour les jets dont l'étenduë eſt au niveau des batteries & par le moïen des inſtruments.

CHAPITRE PREMIER.

Demonſtration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

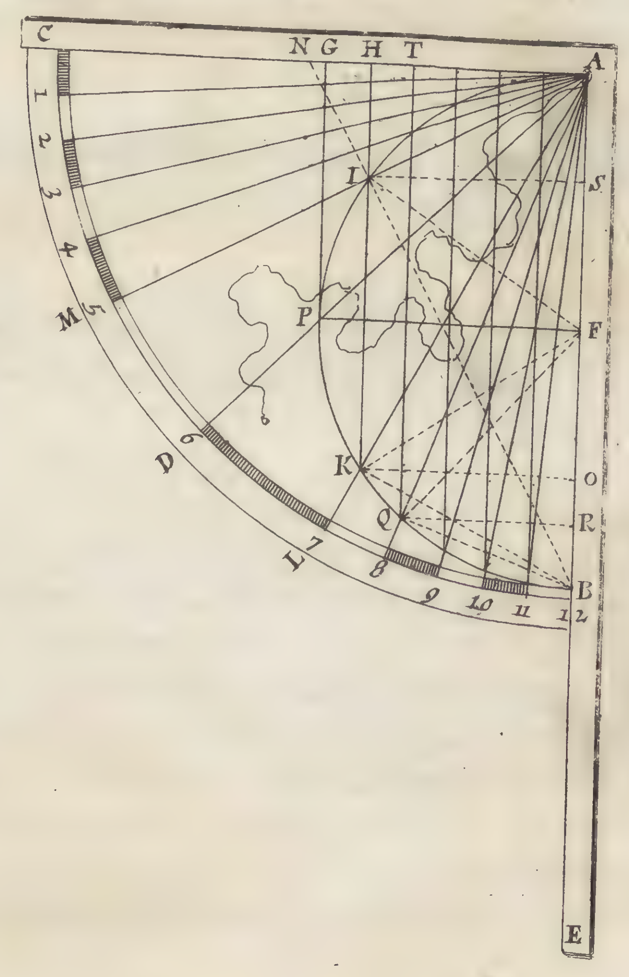
Chap. I. Demonſtration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

L'EQUERRE de douze points faite à l'imitation de celle de Tartaglia raportée au premier Chapitre du ſecond livre de la ſeconde partie à un peu plus de difficulté, quoy qu'elle ſoit ſur un même principe. Pour la bien entendre il faut ſe ſouvenir de ce que nous avons expliqué dans la pratique, tant au ſujet de la conſtruction que de l'uſage, dont je raporteray ſeulement ici, que les points de l'Equerre y ont entr'eux la même proportion que les portées d'une piece élevée ſuivant les angles qu'ils font ſur l'Equerre. C'eſt à dire que la portée d'une piece élevée au quatriéme point eſt double de la portée de la même piece êlevée au ſecond, & quadruple de la portée au premier point, comme le nombre 4 eſt double du nombre 2,

LIV. IV. CHAP. I. Demonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

quadruple de 1. Et ainsi des autres.

Voila les termes dont je me suis servi dans la seconde partie de ce Livre. Et par la disposition de la figure on voit que le bras A E de l'Equerre étant mis dans la piece, si le plomb attaché par le filet en A tombe sur le point 6, on peut dire que la piece est êlevée suivant l'angle 6 A C; ainsi le plomb tombant sur le



point 5, la piece sera élevée suivant l'angle 5 A C; Et suivant l'angle 8 A C si le plomb tombe sur le point 8. Et ainsi du reste.

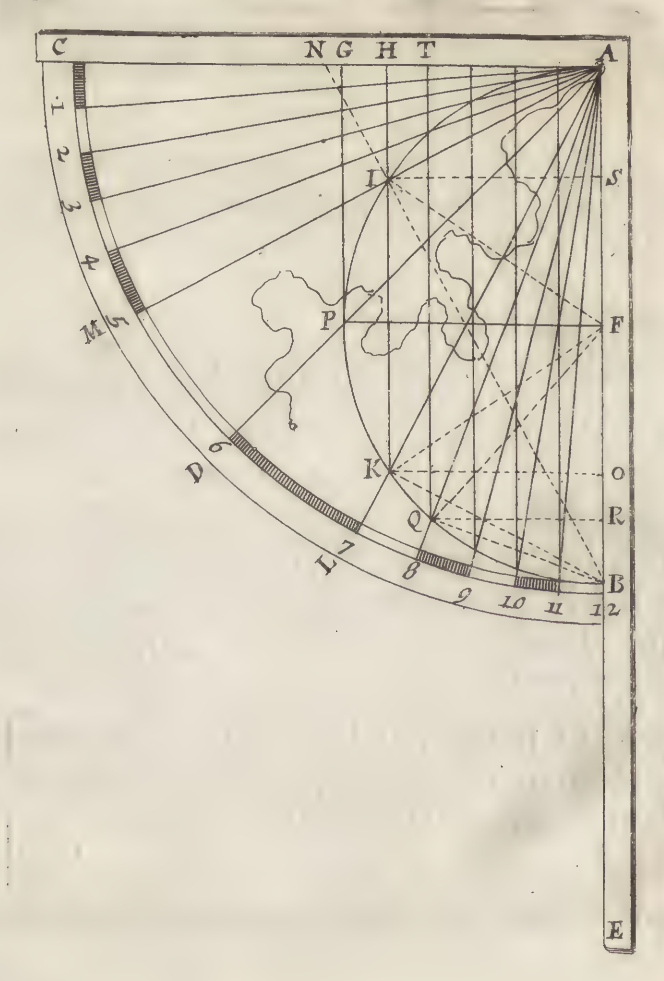
LIV. IV. CHAP. I. Demonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

Pour faire donc voir que la portée, c'est à dire que l'amplitude de la parabole faite au point 6, ou suivant l'angle 6 A C, est à l'amplitude de la parabole faite au point 5, ou suivant l'angle 5 A C, comme le nombre 6 est au nombre 5; Et ainsi des autres; il suffit de demontrer que le sinus du double de l'angle 6 A C est au sinus du double de l'angle 5 A C, comme 6 à 5; car par ce moyen les mêmes amplitudes êtant entr'elles comme les sinus du double des angles, elles seront aussi entr'elles comme les mêmes nombres des points.

Or pour demontrer que le sinus du double de l'angle 6 A C est au sinus du double de l'angle 5 A C comme 6 est à 5; il faut prendre garde qu'aprez avoir tiré les droites B P & B I N, l'angle 6 A C est égal à A B P, & l'angle 5 A C égal à l'angle A B I; car dans le triangle rectangle B A N la droite A I tirée de l'angle droit A, perpendiculaire à la baze B N, fait les triangles A B I, I A N semblables, & les angles A B I, I A N égaux. Et partant si l'on mene la droite F I du centre du demi cercle, & I S parallele à F P, posant la même F P pour sinus total, c'est à dire sinus du double de l'angle demi-droit A B P, la droite I S ou son égale A H sera le sinus de l'an-

L'iv. IV. Chap. I. Demonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

gle A F I double de l'angle A B I. Mais F P ou ſon égale A G eſt à A H comme 6 à 5 : Et partant le ſinus du double de l'angle A B P ou de ſon égal 6 A C, eſt au ſinus du double de l'angle A B I ou de ſon égal 5 A C, comme 6 à 5. Nous pouvons faire le même raiſonnement à l'égard des autres angles 4 A C, 3 A C, &c., & demontrer que le ſinus du double de l'angle 4 A C eſt au



ſinus du double de l'angle 3 A C, comme 4 à 3. Et ainſi des autres.

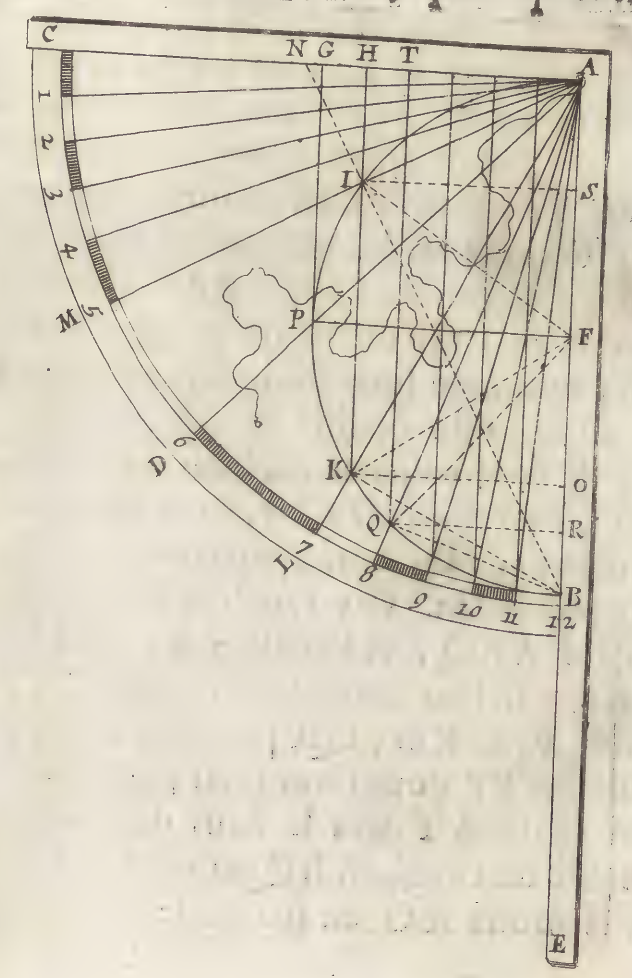
Liv. IV. Chap. I. Demonſtration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

Nous avons fait remarquer dans la pratique que les portées faites ſur des inclinations au deſſus du ſixiéme point, n'étoient pas entr'elles comme les nombres de leurs points, mais bien comme ceux qui ſont également élognez au deſſous du ſixiéme: C'eſt à dire que la portée au huitiéme point, n'eſtoit pas à la portée du ſeptiéme comme 8 eſt à 7 ; mais bien comme 4 à 5, qui ſont nombres poſez au deſſous du ſixiéme point en même diſtance que 8 & 7 le ſont au deſſus. La raiſon en eſt manifeſte par cette demonſtration : car l'amplitude au huitiéme point c'eſt à dire ſuivant l'angle 8 A C, étant à l'amplitude au ſeptiéme point ou ſuivant l'angle 7 A C, comme le ſinus du double de l'angle 8 A C, eſt au ſinus du double de l'angle 7 A C ; il eſt aiſé de faire voir que ces ſinus ne ſont pas entr'eux en raiſon de 8 à 7, mais bien en celle des nombres 4 à 5 correſpondans au deſſous du ſixiéme point. Car l'angle 8 A C étant égal à l'angle A B Q, & l'angle 7 A C égal à l'angle A B K ; ſi l'on mene les droites F K, F Q du centre F, & K O, Q R paralleles à P F ; prenant toujours F P pour ſinus total, la droite R Q ou ſon égale A T ſera le ſinus de l'angle A F Q double de l'angle A B Q ou de ſon égal 8 A C ; Et la droite K O ou ſon égale A H, ſera le ſi-

Liv. IV. Chap. I. Demonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

nus de l'angle AFK double de l'angle ABK ou de son égal 7AC. Mais AT par la construction est à AH comme 4 à 5: Donc le sinus du double de l'angle au huitiéme point est au sinus du double de l'angle au septiéme comme 4 à 5.

Je ne parleray point des minutes, car c'est par tout le même raisonnement, puis qu'elles se



marquent ſur le bord du Quart de cercle en diviſant chacune des portions GH, HT &c. de la droite AG, en 12 parties égales, & tirant de chaque point de la diviſion des droites paralleles au diametre AB, qui couperont le demicercle chacune en deux points, par où l'on tire du centre A du quart du cercle, des droites qui traçent les minutes ſur ſon bord en la même maniere que les 12 points principaux y ont eſté marquez.

LIV. IV. CHAP. I. Demonſtration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

CHAPITRE II.

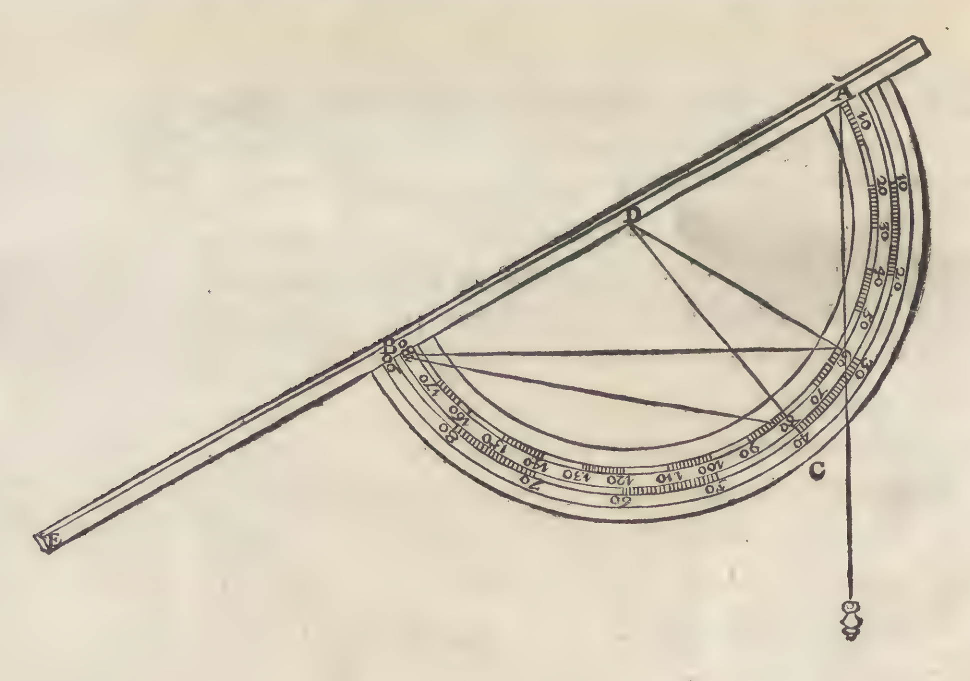
Demonſtration du demi cercle de Torricelli.

LE demi cercle dont nous avons décrit l'uſage au ſecond Chapitre du ſecond Livre de la ſeconde partie, eſt fondé ſur le même principe. Pour le comprendre il faut ſe ſouvenir que la demi circonference ACB contenant 180 degrez, & n'eſtant diviſée ſur ſon limbe exterieur qu'en 90 parties; il paroît que chacune de ſes parties contient deux degrez, & que les nombres marquez ſur chacun des arcs ſont égaux à la moitié de ceux des degrez contenus dans le même arc. Ainſi l'arc marqué A30, c'eſt à dire l'angle AD30 eſt de 60 degrez; l'arc A40, c'eſt à dire l'angle AD40 eſt de 80 degrez: Et ainſi des autres.

CHAP. II. Demonſtration du demicercle de Torricelli.

Liv. IV. Chap. II. Demonstration du demi-cercle de Torricelli.

Maintenant ſi l'on poſe le bras AE dans la piece, le plomb pendant en A marquera ſon élevation, Qui ſera par exemple de 30 degrez, ſi le plomb tombe ſur le point 30 du limbe exterieur; comme elle ſera de 40 deg., s'il tombe ſur le nombre 40. Car cet angle de l'élevation de la piece lors que le plomb tombe ſur le nombre 30, n'eſt autre choſe que l'angle A B 30; comme l'angle A B 40 eſt celui de l'élevation lors que le plomb ſe trouve ſur le nombre 40. Et comme l'angle à la circonference AB 30, n'eſt que la moitié de l'angle au centre AD 30, & l'angle AB 40 moitié de l'angle AD 40; il



paroît

Demonstration du demi-cercle de Torricelli.

paroît que l'angle A D 30 étant de 60 degrez, celui de l'inclination A B 30 ne sera que de 30 degrez ; Ainsi l'angle au centre A D 40 étant de 80 deg., l'angle de l'êlevation ne sera que de 40 degrez. Et ainsi du reste.

Quant à l'usage il est tout a fait conforme à la Theorie que nous avons établie. Il ordonne de faire les portées proportionelles aux sinus des degrez marqués sur le limbe interieur, dont les nombres étant partout doubles de ceux qui leur repondent sur l'exterieur : Il paroît que c'est toûjours faire les amplitudes des Paraboles proportionelles aux sinus du double des angles de leurs inclinations. Ainsi la portée de la piece étant élevée de 30 degrez, lors que le plomb tombe sur le nombre 30 du bord exterieur, sera à la portée de la piece élevée à 40 degrez, lors que le plomb tombera sur le nombre 40 du même bord, comme le sinus de 60 degrez double de l'angle de la premiere élevation, est au sinus de 80 deg. double de la seconde. Et ainsi des autres.



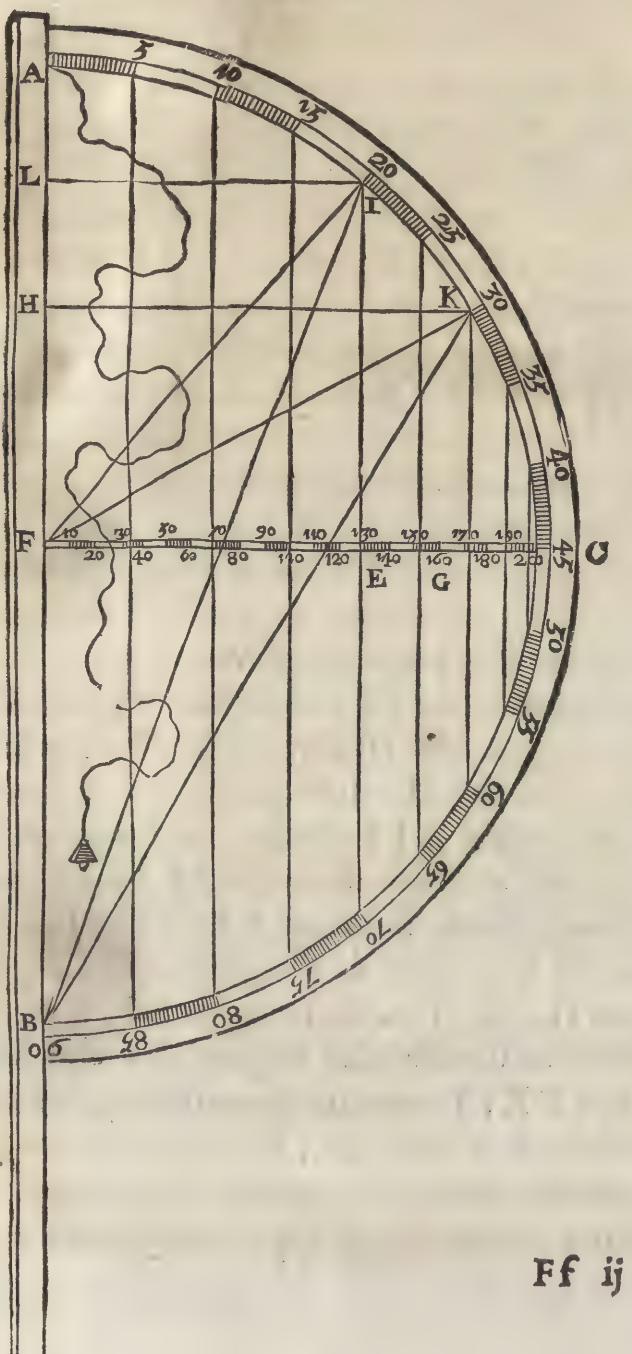
Liv. IV.
Chap. III.
Demonstration d'un autre instrument sans le besoin des sinus.

CHAPITRE III.

Demonstration d'un autre instrument sans le besoin des Sinus.

ENFIN pour avoir une conoissance parfaicte de la derniere Equerre ou pour mieux dire du dernier demi-cercle de Torricelli dont nous avons cy-devant expliqué la construction & l'usage au troisiéme Chapitre du second livre de la premiere partie, sous le nom d'un *instrument sans le besoin de sinus*. Il faut se souvenir qu'aprés avoir divisé son demi-cercle seulement en 90 parties égales comme le precedent, de chacune lesquelles il mene des lignes paralleles au diametre qu'il appelle des Guides ; & aprés avoir partagé le demi-diametre perpendiculaire en un tres grand nombre de parties ; il dit que les amplitudes des Paraboles tirées sous les angles repondans aux degrez marquez dans le limbe, sont entr'elles comme les nombres des parties du demi-diametre perpendiculaire comprises entre le centre du cercle & les Guides qui viennent des degrez de l'élevation. C'est à dire que l'amplitude de la Parabole tirée sous l'angle de 20 degrez est à l'amplitude de celle qui est faite sous l'angle de 30 deg., comme 128 $\frac{1}{2}$, qui est le nombre des

Liv. IV.
Chap. III.
Demonstration d'un autre instrument sans le besoin des finus.



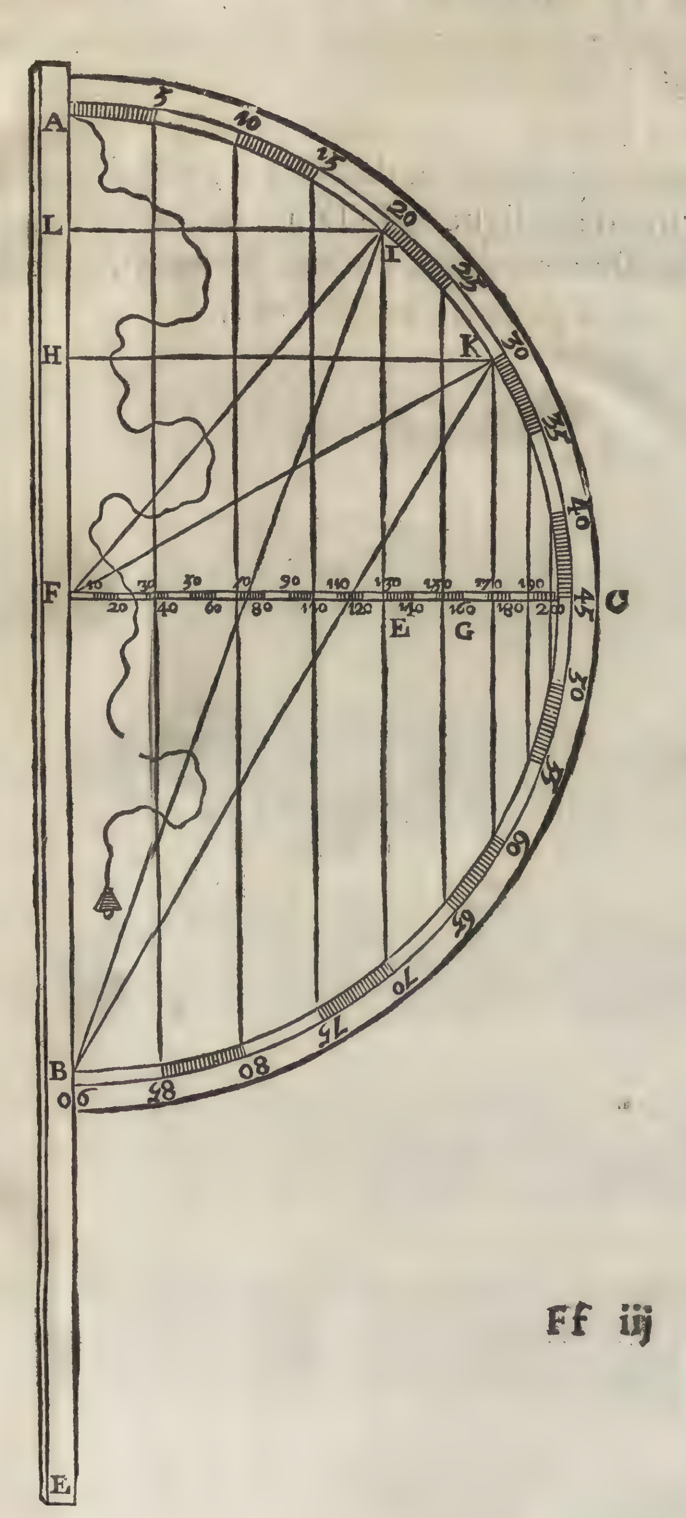
Liv. IV. Chap. III. Demonstration d'un autre instrument sans le besoin des sinus.

parties du demi-diametre F C divisé en 200, comprises entre I E guide des 20 degrez du limbe & le centre F, est à 172 nombre des mêmes parties comprises entre K G guide des 30 degrez du même limbe & le même centre F.

Maintenant si nous faisons voir que les parties contenuës dans l'étendue E F sont aux parties contenuës dans l'étenduë G F, comme le sinus du double de l'angle de l'élevation de 20 deg. est au sinus du double de celui de 30 degrez ; Nous pourrons dire que les amplitudes seront comme les sinus du double des angles de leur élevation.

Pour le demontrer il ne faut que considerer que le plomb tombant du point A sur I où il y a 20 deg., la piece est êlevée suivant l'angle A B I ; Ainsi lors qu'il tombe sur le point K où il y a 30 degrez, elle est êlevée selon l'angle A B K. Et que la droite I L tirée parallele à F C est le sinus de l'angle A F I double de l'angle A B I, supposé que le demi-diametre A F ou F C soit le sinus total ; Ainsi la droite K H est le sinus de l'angle A F K double de l'angle A B K. Ces droites donc I L ; K H ou leurs égales E F, G F, sont les sinus du double des angles des élevations A B I & A B K ; Et partant les parties égales comprises dans la droite E F, sont aux parties égales contenuës dans G F, comme les mêmes sinus. Mais nous avons supposé que l'amplitude de la

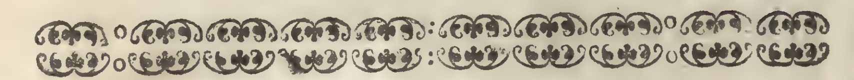
LIV. IV.
CHAP. III.
Demonstration d'un autre instrument sans le besoin des sinus.



LIV. IV. CHAP. III. Demonstration d'un autre instrument sans le besoin des sinus.

Parabole faite sur l'angle ABI de 20 degrez, estoit à l'amplitude de la Parabole faite sur l'angle ABK de 30 degrez, comme le nombre des parties égales de la droite EF, est à celui des parties de la ligne GF: Donc ces mêmes amplitudes sont entr'elles comme les sinus du double des angles de leurs inclinations.





LIVRE CINQUIEME.

Demonstration des pratiques pour les jets dont l'étenduë n'est pas au niveau des batteries.

Liv. V. Demonstration des pratiques pour les jets dont l'étendue n'est pas au niveau des batteries.

IE ne m'arrêteray point d'avantage sur ce sujet; Car ce principe êtant une fois bien entendu, tout ce qui se dit dans les pratiques sur le sujet des portées horizontales en toutes sortes de cas, lui peut estre facilement rapporté : Mais pour celles qui se font sur des plans inclinez au dessus ou au dessous de l'horizon, il faut y faire d'autres raisonements, avant que d'entrer dans l'explication des pratiques que nous avons enseignées dans la seconde partie de ce Livre.

CHAPITRE I.

Pour la portée sur un plan incliné d'une piece pointée sous un angle donné.

Chap. I. Pour la portée sur un plan incliné d'une piece pointée sous un angle donné.

GALILÉE n'a rien dit de particulier sur cette matiere ; Mais Torricelli considerant que l'on a quelque fois besoin pour l'usage de l'Artillerie, de sçavoir à quelle distance un coup peut porter sur un plan incliné ? ou à Quel

Liv. V. Chap. I. Pour la portée ſur un plan incliné d'une piece pointée ſous un angle donné.

point d'une hauteur perpendiculaire, un coup de Canon ou de Bombe peut arriver ſuivant une élevation determinée ? à raiſonné de cette maniere.

Soit, dit-il, A D l'amplitude horizontale d'une Parabole A C D decrite par un boulet ou par une Bombe tirée ſuivant l'angle de l'inclination D A B; Et ſoit le plan incliné ſur l'horizon A E. Pour ſçavoir à quel point le boulet rencontrera le plan incliné comme en C, & conoître la longueur A C & la hauteur perpendiculaire C F; il faut du point D êlever la perpendiculaire D H, à laquelle la ligne F C B doit être parallele, paſſant par le point C, où l'on propoſe que le plan incliné A E eſt rencontré par la ligne parabolique A C D; puis mener la droitte E F, laquelle par ce qui a eſté demontré par Archimede, ſera parallele à A H tangente de la Parabole au point A. Et partant A D ſera à D F, comme H D à D E; Mais les trois lignes A D, H D, D E ſont conuës; car A D eſt l'amplitude de la Parabole donnée A C D; H D & D E ſont les tangentes des angles donnés D A H qui eſt celui de l'inclination du mortier ou de la piece, & D A E qui eſt celui de l'inclination du plan A E; Et partant la droite D F ſera auſſi donnée, auſſibien

bien que la ligne A F. Et partant dans le triangle rectangle A F C le côté A F & l'angle aigu F A C étant conûs, tout le reſte eſt auſſi conû : car A F eſt à F C comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle F A C ; Et A F à A C comme le même ſinus total eſt à la ſecante du même angle.

Liv. V. Chap. I. Pour les portées ſur un plan incliné, d'une piece pointée ſous un angle donné.

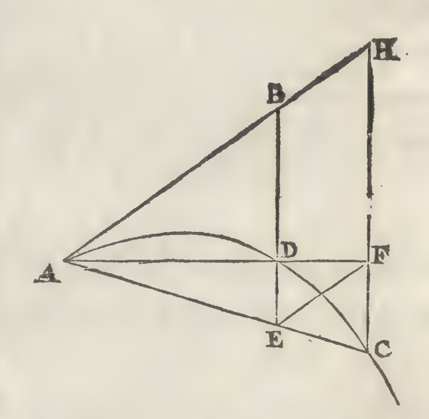
Où l'on voit la raiſon des pratiques que nous avons enſeignées au ſecond Chapitre du troiſiéme livre de la ſeconde partie, lors que pour trouver la longueur inclinée A C ou la hauteur perpendiculaire F C à laquelle le boulet arriveroit pouſſé ſuivant l'inclination D A B, nous avons fait deux regles de Trois. Dans la premiere le premier terme étoit la tangente de l'angle de l'inclination de la piece D A H c'eſt à dire D H, le ſecond étoit la tangente de l'angle de l'inclination du plan D A E c'eſt à dire D E, le troiſiéme étoit l'amplitude A D de la Parabole donnée ; Et pour quatriéme nous avons eu la longueur D F, laquelle étant ôtée de la toute A D, nous a fait conoître le reſte A F. L'autre regle de Trois avoit pour premier terme le ſinus total, pour ſecond la ſecante de l'angle de l'inclination du plan, & la longueur horizontale A F pour troiſiéme ; afin d'avoir pour quatriéme la longueur du plan incliné A C que nous demandions.

Si au lieu de la ſecante de l'angle de l'inclination du plan F A C, nous avions pris pour ſecond t erme de nôtre ſeconde regle de Trois,

Liv. V. Chap. I. Pour la portée ſur un plan incliné d'une piece pointée ſous un angle donné.

la tangente du même angle, nous aurions eu pour quatriéme terme la hauteur perpendiculaire F C, à laquelle la bombe ou le boulet ſeroit arrivé.

C'eſt preſque le même raiſonnement pour les coups qui portent ſur des plans inclinez au deſſous de l'horizon. Comme ſi A D eſt l'amplitude de la parabole faite ſous l'inclination D A B & continuée en C où elle rencontre le plan A E incliné ſous l'horizon A D ; il ne faut que mener par les points D & C des perpendiculaires à l'horizon B D E coupant A E en E, & H F C coupant A D continuée en F ; & joindre la droite E F, laquelle



ſera parallele à A H tangente de la Parabole A D C parce qui a été demontré par Archimede ; Et partant dans les triangles ſemblables A D B & E D F la droite B D tangente de l'angle donné D A B qui eſt celui de l'inclination de la piece, eſt à D E tangente de l'angle auſſi donné D A E de l'inclination du plan A E, comme A D qui eſt l'amplitude horizontale de la Parabole donnée A D C & par conſequent auſſi donnée, eſt à D F, laquelle ajoutée à A D don-

ne la toute A F. Maintenant A F êtant à A C comme le ſinus total eſt à la ſecante de l'angle donné F A C : & A F à F C comme le même ſinus total eſt à la tangente du même angle ; il paroît que la longueur A C du plan incliné à laquelle le boulet ou la bombe arrivera, eſt donnée, auſſi bien que la profondeur perpendiculaire F C.

LIV. V. CHAP. I. Pour la portée ſur un plan incliné d'une piece pointée ſous un angle donné.

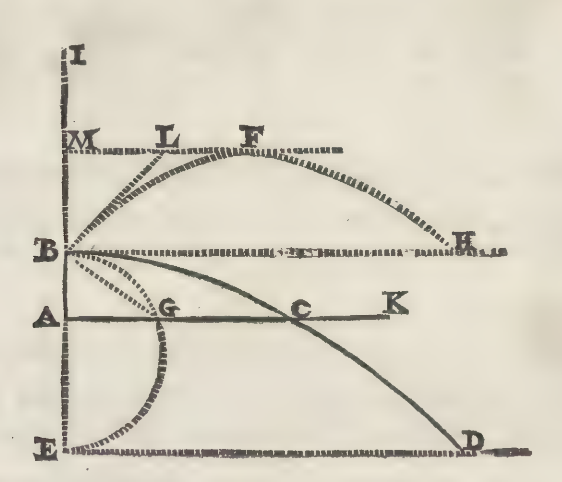
Ce raiſonnement eſt le fondement de nôtre pratique dans laquelle : Pour trouver les mêmes longueurs, nous avons fait deux regles de Trois, la premiere pour trouver la droite A F ; en faiſant que comme la tangente de l'angle de l'inclination de la piece ou du mortier eſt à la tangente de l'angle de l'inclination du plan, ainſi l'amplitude horizontale de la parabole eſt à une autre : car cette quatriéme quantité étant ajoutée à la même amplitude, nous donne la longueur horizontale A F. Dans la ſeconde regle de Trois, nous avons fait que comme le ſinus total eſt à la ſecante de l'angle de l'inclination du plan, (pour trouver la longueur du plan incliné ;) ou à la tangente du même Angle, (pour avoir ſa profondeur perpendiculaire ;) Ainſi la longueur horizontale A F eſt à une autre : car au premier cas il vient la longueur A C, & au ſecond cas la hauteur perpendiculaire F C, pour quatriéme terme.

Liv. V.
Chap. II.
Pour la portée du but en blanc d'une piece élevée au dessus du plan horizontal.

CHAPITRE II.

Pour la portée de but en blanc d'une piece élevée au dessus du plan horizontal.

LA pratique nous avons enseignée au premier Chapitre du troisiéme Livre de la seconde partie, pour conoître la portée sur le niveau d'une piece plus haute que l'horizon, & pointée comme on dit de but en blanc, laquelle n'est autre par cette methode que le double



de la moïenne Geometrique entre la moitié de la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire de la piece, depend de cette proposition.

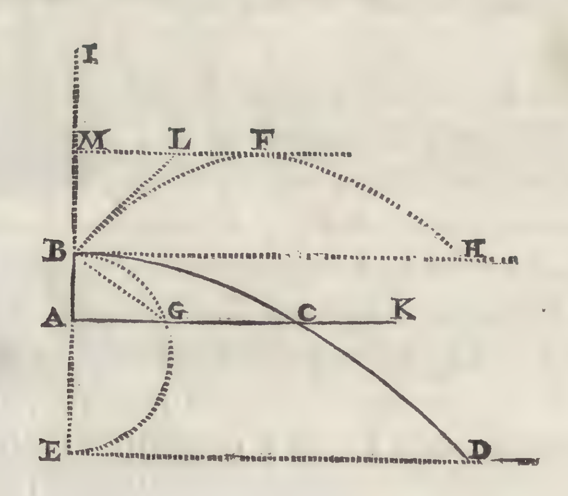
Soit la piece en B au dessus de l'horizon A K

à la hauteur perpendiculaire AB, & pointée suivant la direction horizontale BH. Si nous concevons que la force de l'impulsion du boulet soit mesurée par une perpendiculaire comme BI, ensorte que cette force soit la même que celle que le boulet auroit aquise en B en tombant du point I; l'on sçait par ce qui a été demontré par Galilée que le boulet tombé du point I en B, changeant le mouvement perpendiculaire & acceleré de sa chûte en mouvement horizontal & égal comme par la droite BH, fera au long de cette droite, avec le degré de vitesse aquise en B, un chemin comme BH double de BI dans un temps égal à celui qu'il a mis à parcourir BI en tombant du point de repos I. Ainsi si nous prenons BE au dessous de B égale à BI, nous verrons que dans le temps que le boulet sortant, de la piece en B descendra perpendiculairement par le mouvement de sa pesanteur au long de la droite BE, il parcourra par le mouvement de la force imprimée l'espace BH ou ED double de la même BE; Et que par le mouvement composé des deux impresspressions, il decrira la ligne Parabolique BCD, dont l'ordonnée ED sera double de l'axe EB. Et cette Parabole coupant l'horizontale AK au point C, le Quarré de l'ordonnée ED sera au quarré de l'ordonnée AC, comme EB, c'est à dire la moitié de ED, est à hauteur perpendicu-

LIV. V. CHAP. II. Pour la portée de but en blanc d'une piece élevée au dessus du plan horizontal.

Liv. V. Chap. II. Pour la portée de but en blanc d'une piece êlevée au dessus du plan horizontal.

laire A B. Mais prenant B G moïenne Geometrique entre E B & B A, le quarré E B est au quarré B G, comme la même E B est à A B; Donc le quarré E D est au quarré A C comme le quarré E B est au quarré G B, & la ligne E D à A C comme E B à B G & en permutant; c'est à dire que E D êtant double de E B; A C sera aussi double de B G. Mais E D est égale à la plus grande portée de la piece; Car si l'on êleve la piece posée en B suivant l'angle demi droit H B L, la portée sera B H double de B I ou B E. Et partant pour avoir la longueur horizontale A C, il ne faut que decrire un cercle sur le diametre B E égal à la moitié de la plus grande portée, & mener B G au point G ou le cercle coupe l'horizontale A K; car le double de B G sera la droite A C que l'on demande. Pour avoir la même longueur



en nombres, il faut multiplier la moitié de la plus grande portée par la hauteur perpendiculaire de l'ame de la piece au dessus du niveau de la campagne, & prendre le double de la racine quarrée.

Liv. V. Chap. II. Pour la portée de but en blanc d'une piece élevée au dessus du plan horizontal.

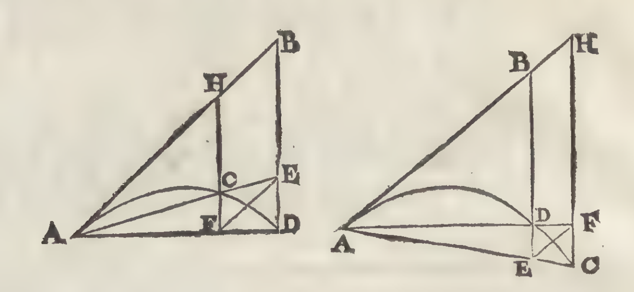
CHAPITRE III.

Sentiment du R. P. de Challes pour les portées sur des plans inclinez.

VOILA tout ce que Torricelli nous enseigne sur cette matiere. Mais le R. P. de Challes Jesuite raisonant dans sa Pyrotechnie sur la doctrine de ce Geometre que nous venons d'expliquer au sujet des portées qui se font sur des plans inclinez, dit avec raison qu'en fait d'Artillerie la proposition de Torricelli n'est pas d'un usage si necessaire ni si frequent que sa converse. C'est à dire que l'on a bien plus souvent besoin de sçavoir Quelle êlevation l'on doit donner à la piece ou au mortier pour tirer dans des lieux plus hauts ou plus bas que le niveau des batteries & dont les distances sont conuës? que l'on n'a de sçavoir à Quelle hauteur ou à Quelle distance d'un plan êlevé ou abaissé sous le même niveau, un boulet ou une bombe tirée suivant une inclination donnée peut fraper? Ainsi dans les mêmes figures de Torricelli,

Chap. III. Sentiment du R.P. de Challes pour les portées sur des plans inclinés.

Liv. V.
Chap. III.
Sentiment du R. P. de Challes pour les portées sur des plans inclinés.



il eſt ſouvent à propos de ſçavoir Quel doit être l'angle de l'êlevation de la piece ou du mortier D A B pour faire paſſer la bombe ou le boulet par le point C élevé ou abaiſſé ſous l'horizon A D dans une diſtance conuë. Ce qui au raport du R. P. de Challes eſt tres facile.

Car ſuppoſant que l'on conoiſſe les lignes A F : F C : & l'angle F A C. Il ne faut, dit-il, que prendre pour l'élevation de la piece ou du mortier tél angle que l'on jugera par l'eſtime être le plus approchant de celui que l'on demande; Et ſur cette poſition rechercher par la regle de Torricelli, c'eſt à dire par les proportions des tangentes, quelle eſt la longueur de la ligne A D ? Qui ſe trouvant conforme à l'amplitude de la Parabole qui ſe fait ſous l'angle de l'inclination que l'on a priſe, & que l'on trouve dans les tables de Galilée ou de Torricelli; fait voir que c'eſt juſtement ſous cet angle que la piece ou le mortier doit être êlevé. Mais ſi cette longueur ſe trouve plus grande ou moindre que cette amplitude, il faut augmenter ou diminuer cet

cet angle d'inclination tant de fois que la longueur A C par le calcul des tangentes devienne à la fin la même que l'amplitude de la Parabole faite sous l'angle supposé.

Liv. V. Chap. III. Sentiment du R. P. de Challes pour les portées sur des plans inclinez.

CHAPITRE IV.

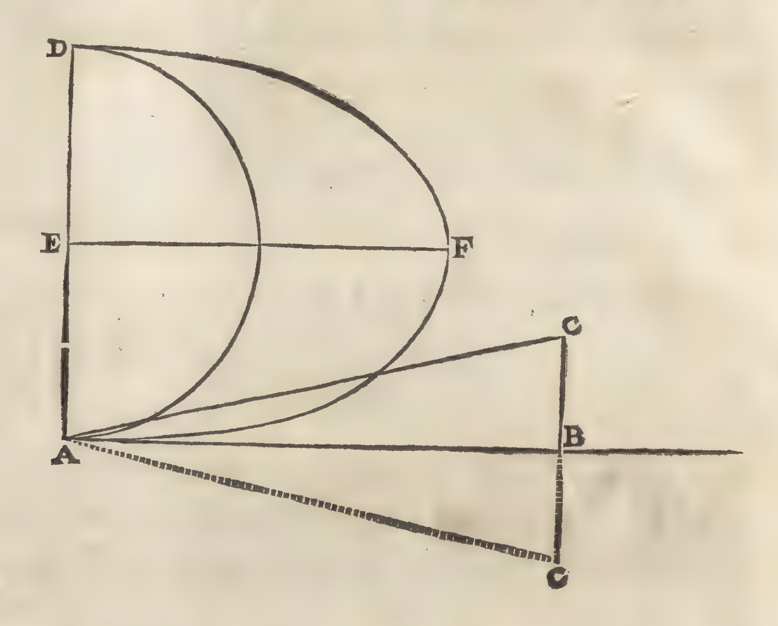
Probleme proposé pour les portées sur les plans inclinez.

Chap. IV. Problemes proposés pour les portées sur les plans inclinés.

MAIS comme cette maniere de chercher en tatonant est peu Geometrique, j'ay travaillé moy-même sur ce probleme: Et quoy que j'en aye trouvé assez facilement la resolution par l'analyse; Parce neanmoins qu'il y a des manieres plus élegantes les unes que les autres, j'ay bien voulu le proposer dans nôtre Academie Royalle des Sciences en ces termes.

Le Triangle A B C, dont la base AB est parallele à l'horizon, étant donné, & la demi ellipse A F D donnée, dont le petit Axe A D perpendiculaire à AB est égal à la moitié du grand axe E F. Trouver la Parabole qui passe par les points donnez A & C, & dont le sommet soit dans la ligne elliptique A F D, C'est à dire qu'ayant à jetter une bombe du point A sur le point C élevé sur l'horizon A B ou abaissé au dessous; il faut trouver l'angle de l'inclination du mortier qui, la chassant, lui fasse decrire une parabole qui passe

LIV. V.
CHAP. IV.
Probleme proposé pour les portées sur les plans inclinés.



par le point C. Et comme l'on ſupoſe que la charge du mortier eſt toûjours la même, & qu'il a été demontré ailleurs que toutes les paraboles, partant d'un même point avec même force en toutes ſortes d'êlevation, ont leur ſommet dans une ellipſe dont le grand axe eſt quadruple du petit; l'on voit la raiſon que j'ay euë de propoſer ce probleme comme il eſt dans la ſimplicité de ſes conditions.

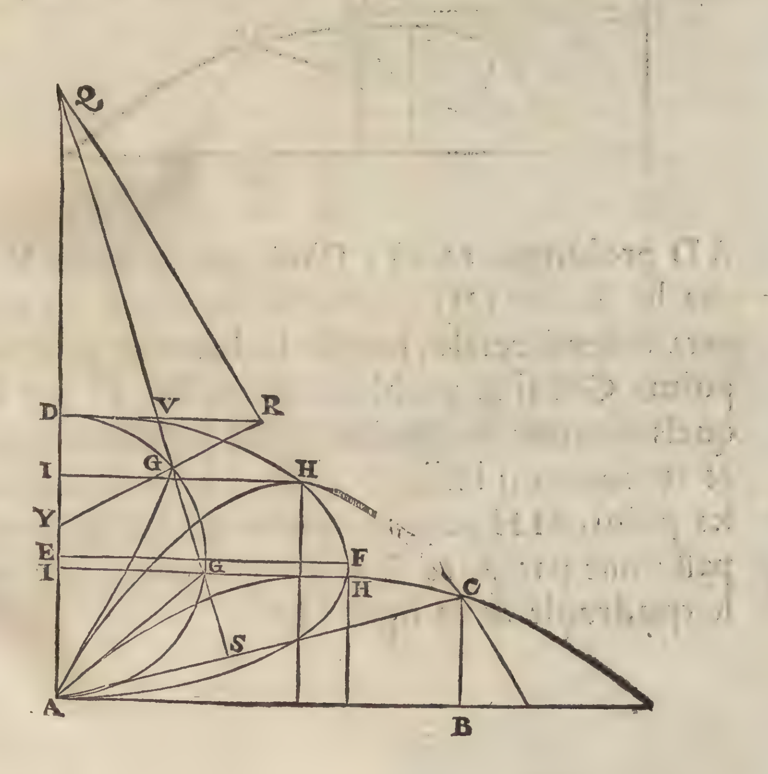


Liv. V.
Chap. V.
Resolution du probleme par Mr Buot.

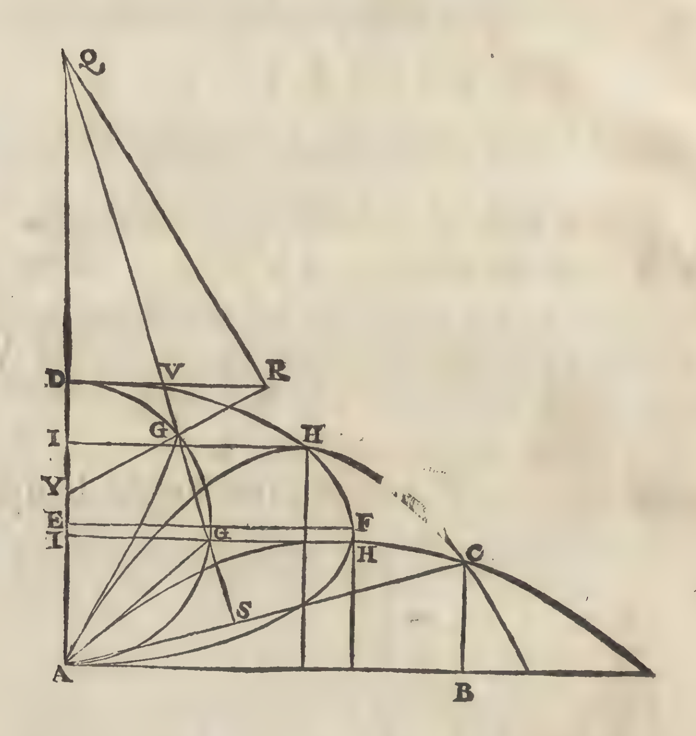
CHAPITRE V.

Resolution du probleme par Monsieur Buot.

MONSIEUR Buot à le premier apporté cette resolution. Ayant mené du point D la droite DR, parallele & égale à la moitié de AB & partagée en deux également en V; Et pris sur AD la portion DY égale à BC & mené YR; Il êleve au point R la droite RQ perpendiculaire à YR qui rencontre la ligne



LIV. V.
CHAP. V.
Resolution du probleme par Mr Buot.



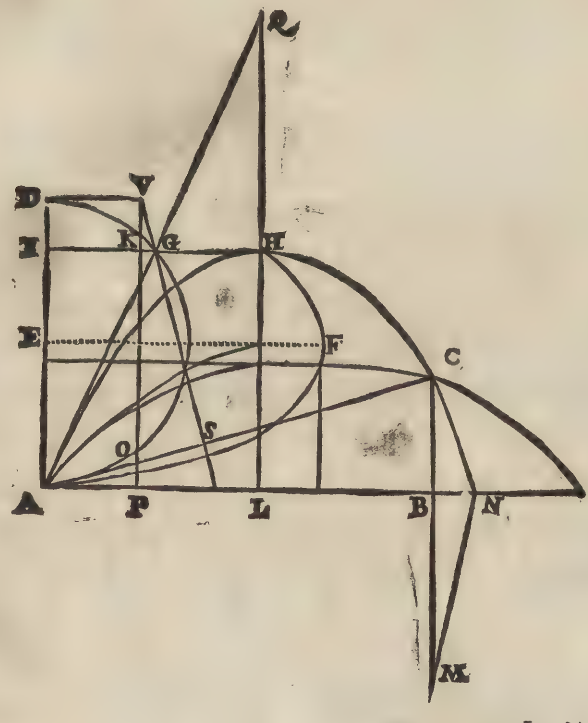
AD prolongée en Q; D'où par le point V, il tire la droite QGS laquelle touchera ou coupera le demi-cercle, fait sur le diametre AD, aux points GG si le probleme est possible, par lesquels menant les droites IGH paralleles à AB & rencontrant l'Ellipse en H; Elles donneront les points HH pour Sommets des Paraboles qui passeront par A & C & dont le parametre sera le quadruple de la ligne ID.

Resolution du probleme par Mr Rômer.

CHAPITRE VI.

Resolution du probleme par Monsieur Rômer.

MONSIEUR Rômer voïant par cette figure que la droite DV est le quart de AB, & VS perpendiculaire à AC; en a de beaucoup abregé la construction. Car il ne fait que mener du point D la droite DV parallele & égale au quart de la ligne AB, & du point V abaisser la droite VS perpendiculaire sur AC;



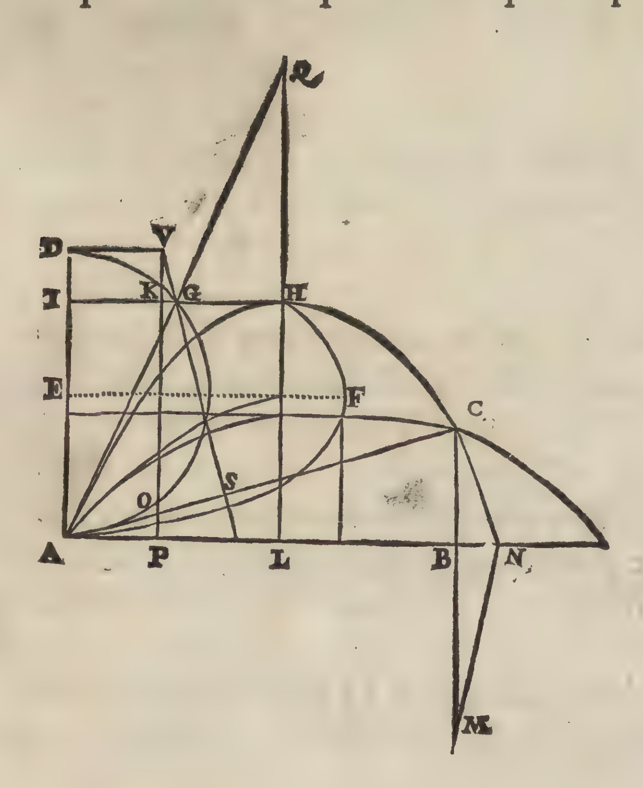
LIV. V. CHAP. VI. Resolution du probleme par Mr Rômer.

Car cette droite touchera ou coupera le demi-cercle dont le diametre est A D en des points comme G, par lesquels en menant des paralleles à A B jusqu'à l'Ellipse, elles y marqueront en H le sommet des Paraboles.

Sa demonstration est fort aisée ; supposant la Parabole decrite A H N dont le sommet est H & l'axe HL, auquel du point V il mene V P paralele coupant I G H en K, A C en O & A B en P ; Et continuant la droite C B, il prend B M, égale au quadruple de I D & mene la ligne M N. Puis il dit, l'axe de l'ellipse E F êtant double du demi-diametre du cercle E D, la droite I H ou A L sera aussi double de I G ; & le quarré de A L quadruple du quarré de I G, c'est à dire du rectangle A I D ; Et partant le quarré de A L sera égal au rectangle sous A I ou H L & B M quadruple de I D. Maintenant les deux triangles rectangles V S O : V K G : ayant l'angle V commun, sont semblables ; aussi bien que les deux triangles rectangles V S O : A P O qui ont les angles égaux au sommet O ; Et partant les deux V K G, A P O ou A B C sont aussi semblables : Deplus comme la toute A N est quadruple de I G, ainsi que la retranchée A B quadruple de D V ou I K ; le reste B N sera aussi quadruple du reste K G. Et comme B M est aussi quadruple de I D ou K V : dans les deux triangles rectangles M B N, V K G, la droite B M sera à B N comme

VK à KG. Mais comme VK eſt à KG, ainſi AB eſt à BC; Donc AB eſt à BC comme BM eſt à BN. Et partant les deux rectangles ABN, CBM ſont égaux. Mais nous avons fait voir que le quarré AL c'eſt à dire le rectangle ALN eſtoit auſſi égal au rectangle HL, BM: Donc en permutant le rectangle ALN ſera au rectangle ABN, comme le rectangle HL, BM eſt à CBM, c'eſt à dire comme la droite HL eſt à CB; Et partant, comme il a êté demontré par Archimede, la parabole AHN dont le ſommet eſt dans l'Ellipſe en H & le parametre quadruple de

Reſolution du probleme par Mr Rômer.



Liv. V. Chap. VI. Resolution du probleme par Mr Rômer.

la ligne I D, passera par le point donné C.

L'on peut voir que A G est la touchante en A de la même Parabole A G N. Car étant continuée en Q, où elle rencontre l'axe L H prolongé, H G étant égale à I G dans les triangles semblables Q H G, A I G; A I ou H L sera aussi égale à H Q.

CHAPITRE VII.

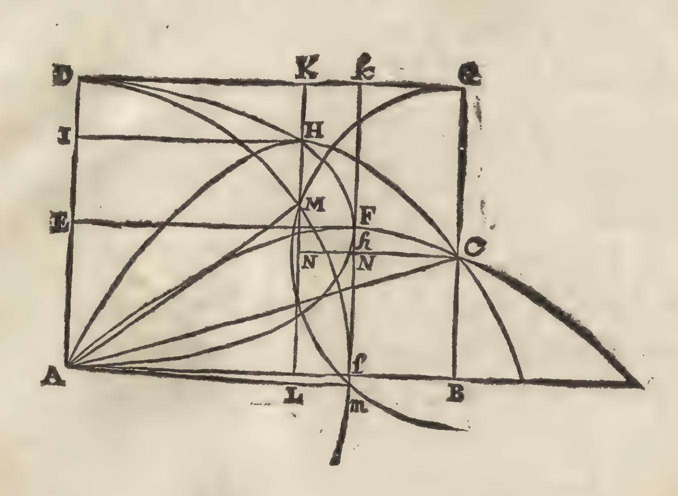
Resolution du probleme par Monsieur de la Hire.

Chap. VII. Resolution du problême par Mr de la Hire.

MONSIEUR de la Hire aprés avoir vû par les termes de la proposition que la droite donnée A D est égale à l'axe H L ou A I de la Parabole que l'on cherche & au quart de son parametre, a envoyé cette élegante & facile solution à l'Academie.

Ayant du point D, mené la droite D G parallele à A B & rencontrant la droite B C prolongée en G, puis du point A & de l intervalle A D decrit un arc de cercle D M *m*, & du point C & de l'intervalle C G un autre arc G M *m*, (qui se couperont en deux points comme M *m* si le probleme à deux solutions, ou se toucheront s'il n'en a qu'une, ou ne se rencontreront point s'il est impossible) Il dit que les points de leur rencontre M *m*, seront les foyers des Paraboles que l'on demande; Ensorte que menant

LIV. V.
CHAP. VII.
Resolution du probleme par Mr de la Hire.



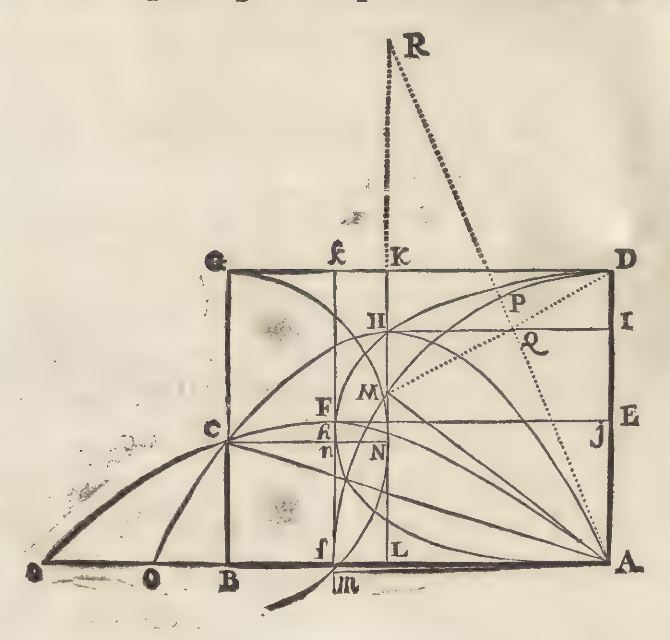
nant par ces points les droites KML, *kml* paralleles à AD, & coupant KM, *km* en deux également en H, *h*; ces points seront les sommets des paraboles AHCO, A*h*C*o* qui du point A passeront par C & auront le quadruple de KH: *kh*: pour parametres.

Quoy que cette proprieté de la Parabole ait été demontrée par d'autres; à cause neanmoins que la demonstration peut donner une conoissance plus parfaite de cette matiere, j'ay bien voulu la raporter en cet endroit. Parce que la droite tirée du point A en M, où les cercles se coupent, est égale à AD, leurs quarrez seront aussi égaux; Mais le quarré AD où KL est égal aux deux quarrez KM, ML, & à deux fois le rectangle KML; & le quarré AM est égal aux deux quarrez AL, ML. Otant le quarré ML

Liv. V. Chap. VII. Resolution du probleme par Mr de la Hire.

commun ; le quarré AL ſera égal au quarré KM , c'eſt à dire à quatre quarrez HM , & à deux rectangles KML c'eſt à dire à quatre rectangles HML ; Mais quatre quarrez HM & quatre rectangles HML ſont égaux à quatre rectangles LHM ou LHK ; Donc le quarré AL eſt égal à quatre rectangles LHK. Par la même raiſon nous demontrerons que le quarré de l'ordonnée CN au même axe HL eſt égal à quatre rectangles NHK ; Et partant dans la Parabole dont le ſommet eſt H , l'axe HL égal à AI, & les ordonnées AL & CN : Le parametre eſt quadruple de KH ou ID.

Je dis deplus que coupant l'arc DM en deux



Liv. V
Chap. VII.
Resolution du probleme par Mr de la Hire.

également en P, la droite APR sera la tangente en A de la Parabole AHO. Car ayant mené la corde du meme arc DM elle sera coupée en deux également en Q tant par la droite HI, (à cause des triangles semblables DQI, HQM & de l'égalité des côtez DI ou KH & HM,) que par la droite AP: & partant AP passera par le point Q où elle coupera HI en deux parties égales: & dans les triangles semblables AQI: RQH, la droite AI ou HL sera égale à HR.



Liv. VI.

LIVRE SIXIE'ME.

Demonſtration des pratiques par les Sinus.

CHAPITRE PREMIER.

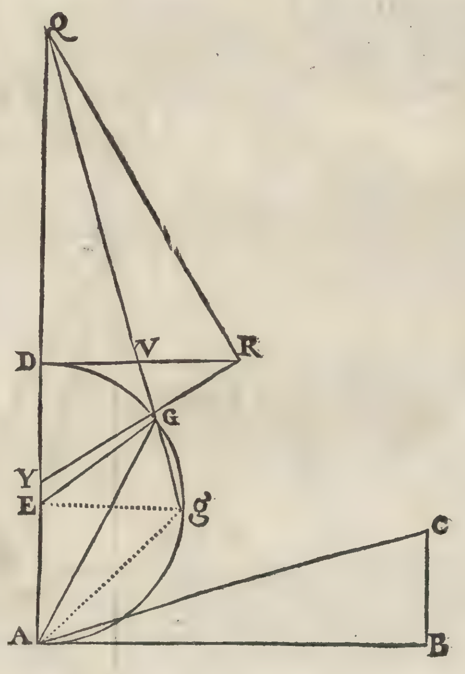
Demonſtration de la premiere pratique par les ſinus.

Chap I. Demonſtration de la premiere pratique par les ſinus.

POur venir maintenant à l'explication des pratiques que nous avons enſeignées dans la ſeconde partie de ce Livre au ſujet des portées qui ſe font ſur des plans inclinez au deſſus ou au deſſous du niveau des Batteries ; Nous dirons que la premiere de toutes, raportée au quatriéme Chapitre du troiſiéme livre de la ſeconde partie, eſt celle qui ſe fait en diviſant le quarré de la moitié de la diſtance horizontale par la hauteur perpendiculaire & ajoutant au quotient le quart de la plus grande portée, pour faire enſuite par une regle de Trois que comme ce quart eſt à cette ſomme, ainſi le ſinus de l'inclination du plan eſt à une autre ; laquelle nous donnera le ſinus d'un angle, auquel ſi nous ajoutons le même angle de l'inclination du plan ; la moitié de la ſomme des deux nous donnera l'angle de la poſition du mortier que nous demandions.

Liv. VI. Chap. I. Demonstration de la premiere pratique par les sinus.

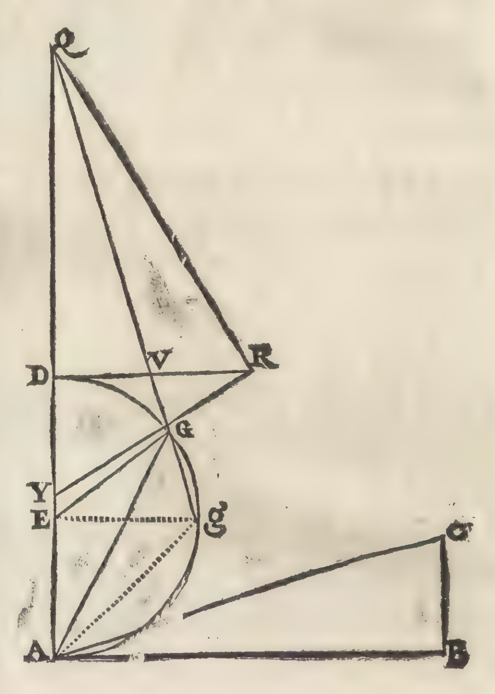
Cette premiere pratique, dis-je, est fondée sur la figure de Mr Buot dont nous avons parlé cy-devant, dans laquelle la droite DR étant la moitié de la distance horizontale AB, & DV moitié de DR; la ligne DV est le quart de AB; Et le rectangle ABDV est égal au quarré DR : Mais l'angle YRQ étant droit, le même quarré DR est égal au rectangle YDQ, c'est à dire au rectangle QD : BC :, (car DY a êté prise égale à BC;) Donc les deux rectangles AB, DV, & QD, BC sont égaux, & partant AB est à BC comme QD est à DV; Et les angles aux points D & B étant droits, les triangles ABC : QDV sont semblables, & l'angle DQV égal à l'angle du plan BAC.



Maintenant le quarré DR étant égal au rectangle QD, BC; si je divise le quarré DR moitié de la longueur horizontale AB par la hauteur perpendiculaire BC; j'auray la droite QD;

Liv. VI. Chap. I. Demonstration de la premiere pratique par les sinus.

A quoy si j'ajoute la longueur E D, qui est le quart de la plus grande portée, il me viendra la toute E Q ; & faisant dans le triangle Q E G que comme E G le quart de la plus grande portée est à la toute E Q, ainsi le sinus de l'angle E Q G égal à l'angle du plan est à un autre, j'auray le sinus de l'angle E G Q, qui avec l'angle du plan E Q G est égal à l'angle A E G ; Et celui-ci, étant au centre, est double de l'angle à la circonference A D G ou de son égal B A G ; il paroit donc qu'il ne faut que prendre la moitié de la somme des deux angles D Q G & E G Q pour avoir l'angle B A G qui est celui de la position du mortier que l'on recherche.





Liv. VI. Chap. II. Demonstration de la seconde pratique par les sinus.

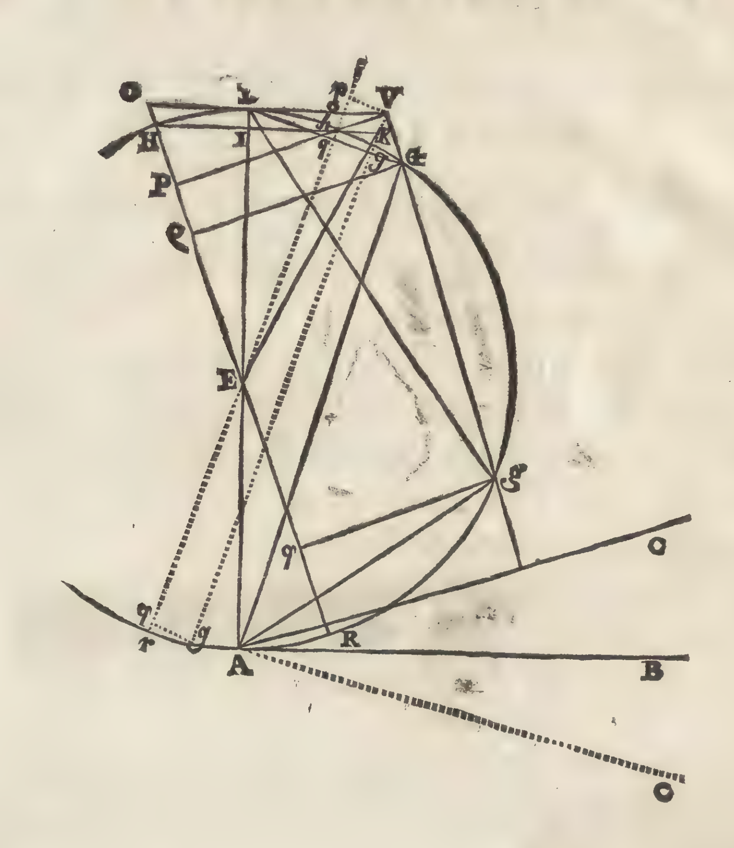
CHAPITRE II.

Demonstration de la seconde pratique par les sinus.

LA seconde est de M[r] Rômer raportée au cinquiéme Chapitre du troisiéme livre de la seconde partie. Elle ordonne que l'on fasse que comme la moitié de la plus grande portée est à la moitié de la distance horizontale, ainsi le sinus total soit à un autre; Auquel il faut ajouter la tangente de l'angle du plan lors que l'inclination est sur l'horizon. Puis faire que comme le sinus total est au sinus du complement de l'angle du plan, ainsi cette somme soit à une autre, qui sera le sinus d'un autre angle; auquel si l'on ajoute l'angle du plan, l'on aura le double de celui de la position du mortier que l'on demande. Si l'inclination est au dessous il faut ôter ce que l'on ajoute lors qu'elle est au dessus.

La demonstration s'en voit dans cette figure, dans laquelle A D diametre du cercle perpendiculaire à l'horizon est toûjours la moitié de la plus grande portée, D V le quart de la distance horizontale, & V G coupe le cercle en G, desorte que l'angle B A G est celui de la position du mortier. Il faut mener le diametre O R faisant avec D A l'angle O E D égal à celui du plan

LIV. I. CHAP. II. Demonstration de la seconde pratique pour les sinus.



B A C & continuer la droite V D en O, & mener V P, G Q perpendiculaires à O R. Cela posé E D est à D V comme A D moitié de la plus grande portée est au double de D V c'est à dire à la moitié de la distance horizontale: Si donc l'on fait que comme la moitié de la plus grande portée est à la moitié de la distance horizontale, ainsi le sinus total E D est à un autre; Nous aurons la droite D V en parties égales à celles des

des ſinus, & ajoutant la droite D O c'eſt à dire la tangente de l'angle du plan, l'on a en parties des ſinus la toute O V. Maintenant les deux triangles rectangles O P V, O D E ayant un angle commun au point O ſont ſemblables, & l'angle O V P eſt égal à O E D c'eſt à dire à l'angle du plan. Deplus ſi dans le triangle rectangle V P O nous prenons V P pour ſinus total, V O ſera la ſecante de l'angle O V P : mais comme la ſecante d'un angle eſt au ſinus total, ainſi le ſinus total eſt au ſinus du complement du même angle ; Si donc nous faiſons que comme le ſinus total eſt au ſinus du complement de l'angle du plan ; ainſi O V eſt à un autre, nous aurons la droite V P & ſon égale G Q ſinus de l'angle G E R ; auquel ajoutant l'angle du plan A E R, il vient l'angle du centre A E G double de l'angle à la circonference A D G ou de ſon égal B A G qui eſt celui que l'on recherche.

LIV. VI. CHAP. II. Demonſtration de la ſeconde pratique par les ſinus.

Si le plan étoit incliné ſous l'horizon, il faudroit mener la droite *o* E *r* de l'autre part, & lui tirer les perpendiculaires V*p* : & *gq* : Puis ayant trouvé la droite D V en ôter D*o* tangente de l'angle du plan D E*o*, & par le moïen du reſte *o* V trouver la droite V *p* ou *g q* ſinus de l'angle *r* E *g* ; d'où ôtant le même angle du plan A E *r*, il reſte l'angle A E *g* double de B A*g* : que l'on recherche pour la poſition du mortier.

Liv. VI.
Chap. III.
Demonstration de la troisiéme pratique par les sinus.

CHAPITRE III.

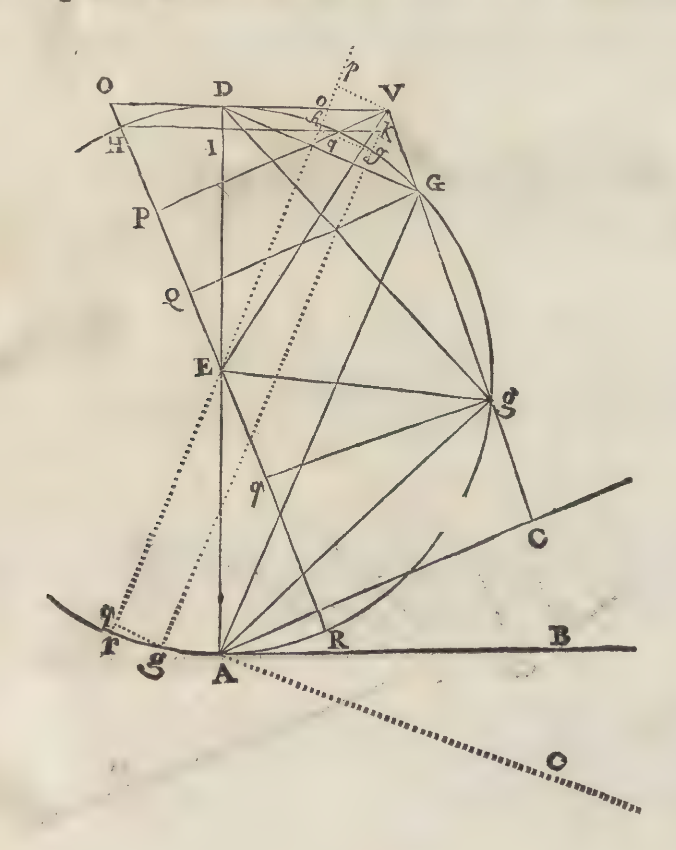
Demonstration de la troisiéme Pratique par les sinus.

LA troisiéme est aussi de Mr. Rômer raportée au sixiéme Chapitre du troisiéme livre de la seconde partie. Par laquelle il faut multiplier le sinus du complement de l'angle du plan par la distance horizontale, & diviser le produit par la plus grande portée, pour avoir au quotient un certain nombre; Puis ajoutant à ce nombre le sinus du même angle du plan s'il est incliné sur l'horizon, ou l'ôtant s'il est au dessous, l'on aura le sinus d'un angle; aprés quoi il faut à cet angle ajouter ou ôter l'angle du plan, pour avoir le double de celui de la position du mortier que l'on demande.

En voici la demonstration dans la même figure; Aprés avoir mené la droite HIK parallels à VO, si l'on pose ED sinus total, HI sera le sinus de l'angle du plan HEI, & EI le sinus de son complement. Et comme ED est un quart de la plus grande portée, ainsi que DV le quart de la distance horizontale; Il paroit que DE est à DV comme la plus grande portée est à la distance horizontale; Mais comme DE est à DV, ainsi EI est à IK, il s'ensuit que la plus grande portée, la distance horizontale, le sinus du com-

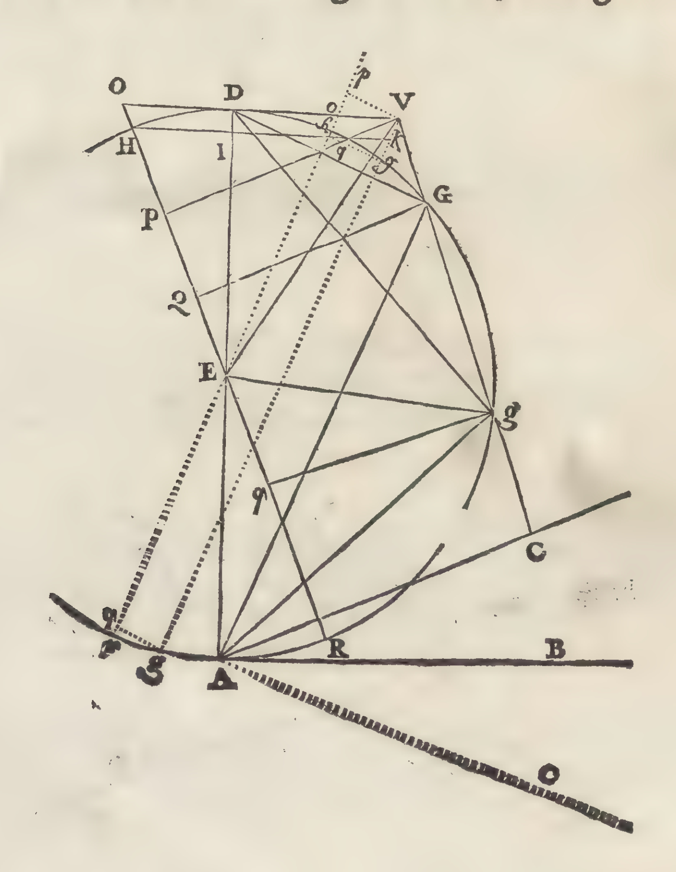
plement de l'angle du plan, & la droite I K en parties égales à celles des ſinus, ſont quatre quantitez continuellement proportionelles ; Et pour avoir I K, il ne faut que multiplier la diſtance horizontale par le ſinus du complement de l'angle du plan, & diviſer le produit par la plus grande portée. Deplus ſi l'on ajoute à I K la droite I H, c'eſt à dire le ſinus du même angle du plan (ſi l'inclination eſt ſur l'horizon,)

LIV. VI. CHAP. III. Demonſtration de la troiſiéme pratique par les ſinus.



Liv. VI. Chap. III. Demonstration de la troisiéme pratique par les sinus.

l'on aura la toute HK; laquelle est égale à VP, car OV est à HK comme DE ou HE est à EI; Mais comme HE est à EI, ainsi OV est à VP, à cause que les triangles HEI ou OED & OVP sont semblables; Donc OV a même raison à HK & à VP; Et partant HK est égale à VP c'est à dire à GQ: gq: sinus de l'angle REG: REg: auquel angle si l'on ajoute l'angle du plan AER, l'on aura l'angle AEG, AEg double



de BAG, BAg qui eſt celui de la poſition du mortier que l'on demande. C'eſt la même demonſtration lors que l'inclination du plan eſt au deſſous de l'horizon.

LIV. VI. CHAP. III. Demonſtration de la troiſiéme pratique par les ſinus.

CHAPITRE IV.

Demonſtration de la quatriéme pratique par les ſinus.

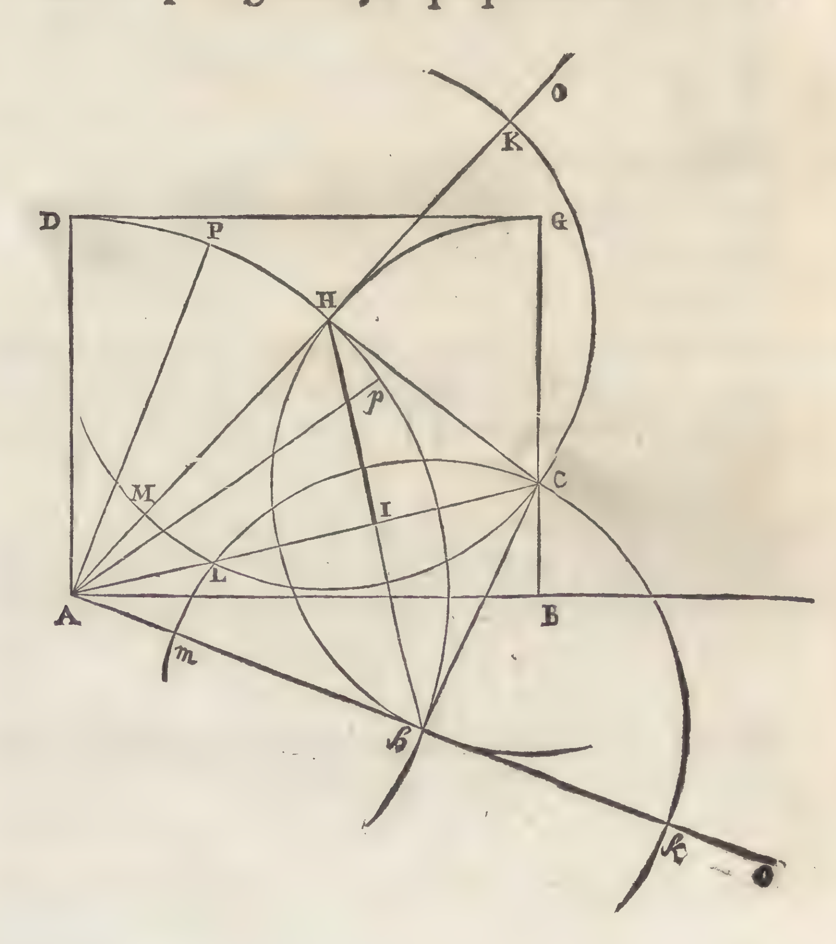
CHAP. IV. Demonſtration de la quatriéme pratique par les ſinus.

LA quatriéme pratique raportée au ſeptiéme Chapitre du troiſiéme Livre de la ſeconde partie veut, lors que le plan eſt incliné ſur l'horizon, que l'on multiplie la difference entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire par la même hauteur, & que le produit ſoit diviſé par la longueur du plan incliné; Puis ôtant le Quotient de la même longueur, il faut ajouter la moitié du reſte au même quotient, & faire que comme cette ſomme eſt à la moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total eſt à un autre; Qui ſera la ſecante d'un angle, auquel ajoutant ou ôtant l'angle du plan, il vient un autre angle; lequel ajouté ou ôté de l'angle droit, produit le double du complement de celui de la poſition du du mortier que l'on demande.

Elle eſt fondée ſur la propoſition de Monſieur de la Hire. Soit dans ſa figure prolongée

Liv. VI. Chap. III. Demonstration de la quatriéme pratique par les sinus.

la droite A H jusqu'en O, ensorte que H O soit égale à A H; Puis du point H comme centre & de l'intervalle H C, soit fait le cercle K C L M qui coupera A C en L & A O en M & K; Puis du point H soit menée H I perpendiculaire à A C. Cela posé : comme A O est double de A D ou B G, & M K double de H C ou C G; les droites AM, K O sont chacune égale à B C. Deplus A D étant le plus grand jet perpendiculaire, A O

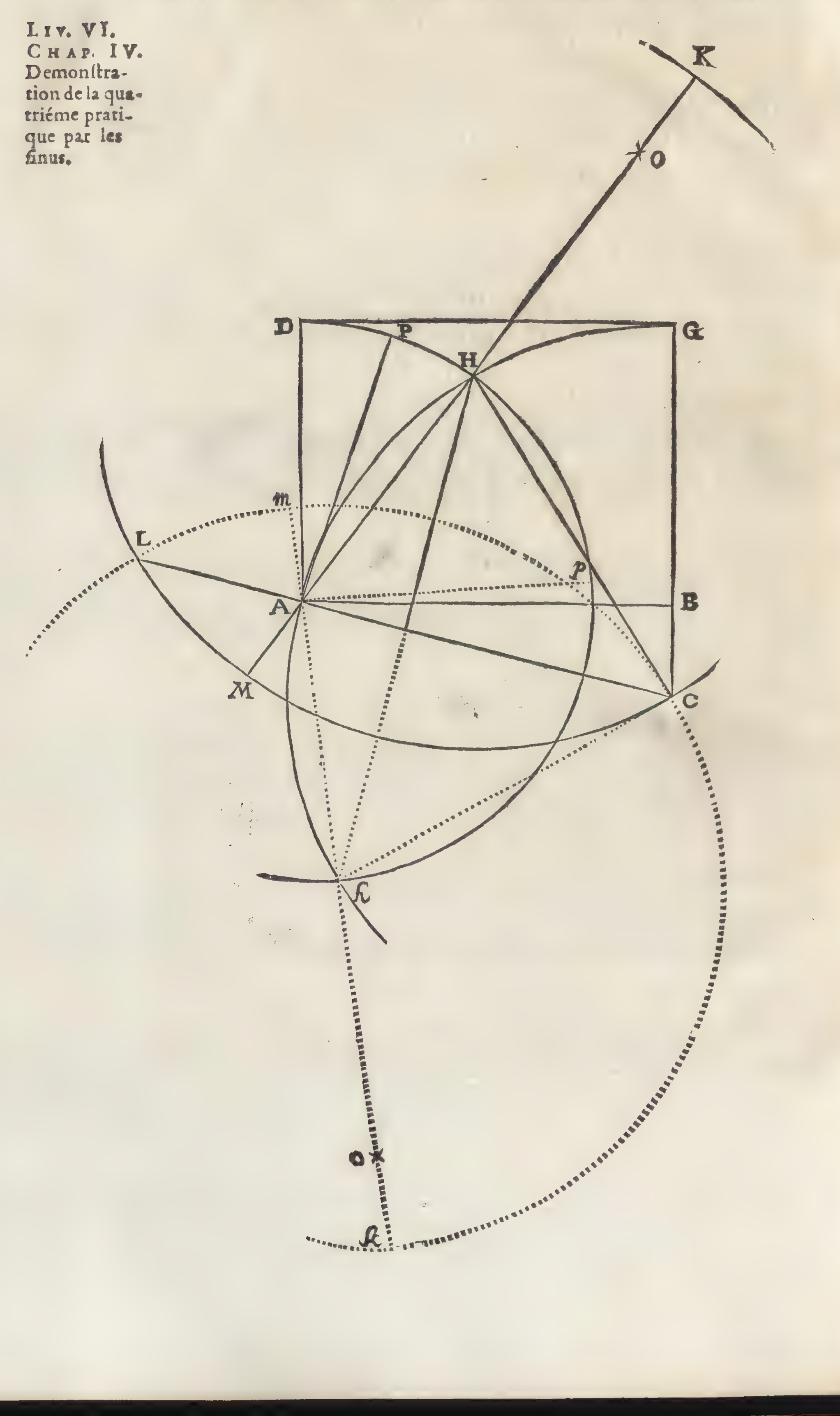


double de AD ſera égale à la plus grande portée, & AK la difference entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire BC. Mais comme les deux rectangles KAM CAL ſont égaux, CA eſt à AK comme AM où ſon égale BC eſt à AL ; Et partant multipliant KA difference entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire, par la même hauteur perpendiculaire AM ou BC, & diviſant le produit par AC longueur du plan incliné ; Nous aurons la droite AL, laquelle étant ôtée de la même longueur AC, donne le reſte LC ; dont la moitié LI ajoutée à la même AL, nous fait conoître la droite AI. Maintenant ſi dans le triangle IAH nous prenons AI pour ſinus total, AH ſera la ſecante de l'angle IAH ; Et partant ſi nous faiſons que comme AI eſt à AH ou AD moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total eſt à un autre ; Nous aurons cette ſecante, & par ſon moïen l'angle IAH, auquel ajoutant ou ôtant l'angle du plan BAC, il vient l'angle BAH, qui ſouſtrait ou ajouté au droit BAD, laiſſe HAD, dont la moitié DAP eſt le complement de l'angle BAP de la poſition du mortier que l'on demande.

LIV. VI. CHAP. IV. Demonſtration de la quatriéme pratique par les ſinus.

Si le plan étoit incliné ſous l'horizon, il faudroit, comme nous avons dit, multiplier la ſomme de la plus grande portée & de la hauteur perpendiculaire par la même hauteur, & diviſer

Liv. VI.
Chap. IV.
Demonstration de la quatriéme pratique par les sinus.

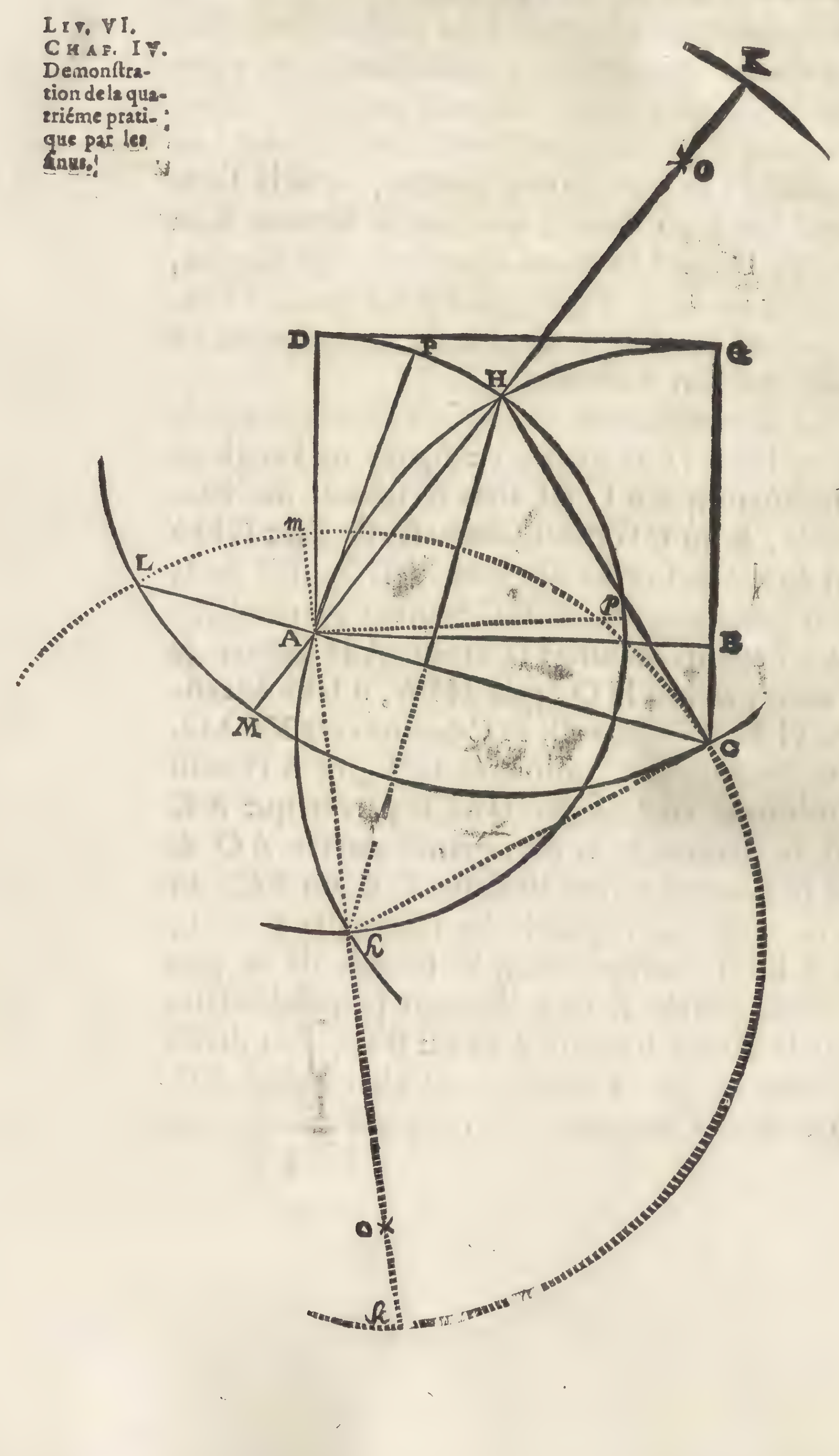


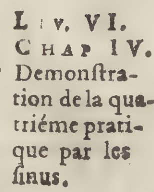
le produit par la longueur du plan incliné ; Puis ajoutant le quotient à la même longueur, prendre la moitié de leur ſomme & en ôter le même quotient ; Et faire que comme le reſte eſt à la moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total ſoit à un autre, qui ſera la ſecante d'un angle ; Duquel ôtant ou ajoutant l'angle du plan, il vient un autre angle, qui ôté ou ajouté à l'angle droit produit le double du complement de celui que l'on recherche.

LIV. VI. CHAP. IV. Demonſtration de la quatriéme pratique par les ſinus.

La demonſtration eſt preſque la même que la precedente ; Car dans cette figure où l'angle de l'inclination B A C eſt ſous le niveau des batteries, & où C G demi-diametre de l'arc G H *h* eſt égal à la ſomme des deux A D moitié de la plus grande portée & B C hauteur perpendiculaire : ayant prolongé la droite A H depart & d'autre, & pris H O égale à H A, il faut du centre H & de l'intervalle H C decrire l'arc K C M L qui coupera C A prolongée en L, & A H auſſi prolongée en M & K. D'où il paroît que A K eſt la ſomme de la plus grande portée A O & de la hauteur perpendiculaire O K ou B C ; Et qu'à cauſe de l'égalité des rectangles K A M, C A L : ſi multipliant A K ſomme de la plus grande portée & de la hauteur perpendiculaire par la même hauteur A M ou B C, l'on diviſe le produit par la longueur du plan incliné A C, l'on aura la longueur A L ; laquelle ajoutée à la

Liv. VI.
Chap. IV.
Demonstration de la quatriéme pratique par les sinus.




LIV. VI. CHAP IV. Demonstration de la quatriéme pratique par les sinus.

même AC donne CL, dont la moitié est LI; D'où ôtant la même AL, il reste AI qui, dans le triangle AIH, étant prise pour le sinus total, AH ou AD moitié de la plus grande portée sera la secante de l'angle IAH; duquel ôtant ou ajoutant l'angle du plan BAC, le reste où la somme est BAH, qu'il faut ôter ou ajouter à l'angle droit BAD pour avoir l'angle DAH, dont la moitié DAP est le complement de l'angle BAP de la position du mortier que l'on demande.



Liv. VII. Demonstration des pratiques par les instruments.

LIVRE SEPTIE'ME.

Demonstration des pratiques par les instruments.

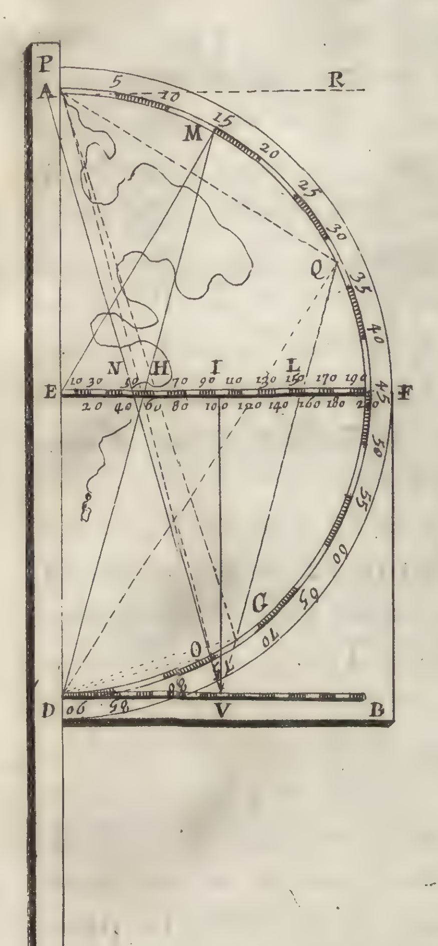
CHAPITRE PREMIER.

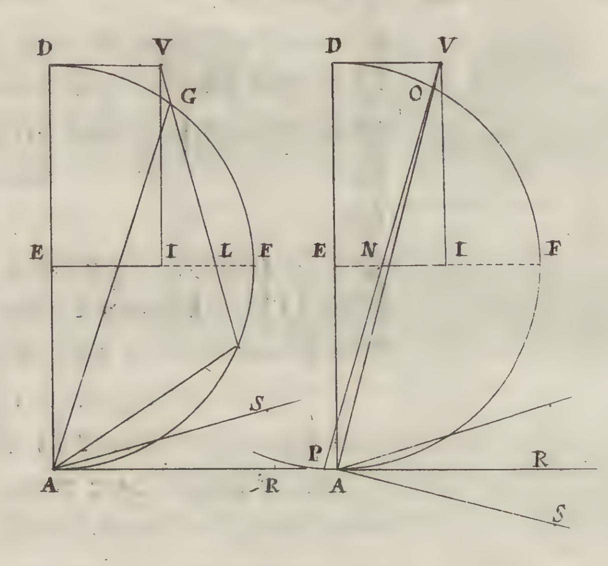
Demonstration de la premiere pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

Chap. I. Demonstration de la premiere pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

LA cinquiéme pratique, raportée au huitiéme Chapitre du troisiéme livre de la seconde partie est l'usage du demi-cercle de Torricelli, auquel Mr Rômer à seulement ajouté au point inferieur du diametre D, une regle DB égale, semblablement divisée, & parallele au demi-diametre EF, avec un filet qui coulant au long de la même DB, puisse s'étendre par tout le demi-cercle. L'usage est tel; il faut du point A conter sur le limbe le nombre de degrez contenus dans l'angle donné de l'inclination du plan, comme l'arc AM, & apliquant le filet du point D en M, voir qu'il coupe le demi-diametre EF comme en H, & conter le nombre des parties contenuës depuis le centre E jusqu'en H. Ensuite il faut prendre sur DB la longueur DV, ensorte que comme la plus grande portée est à la distance horizontale proposée, ainsi EF

LIV. VII.
CHAP. I.
Demonstration de la premiere pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.



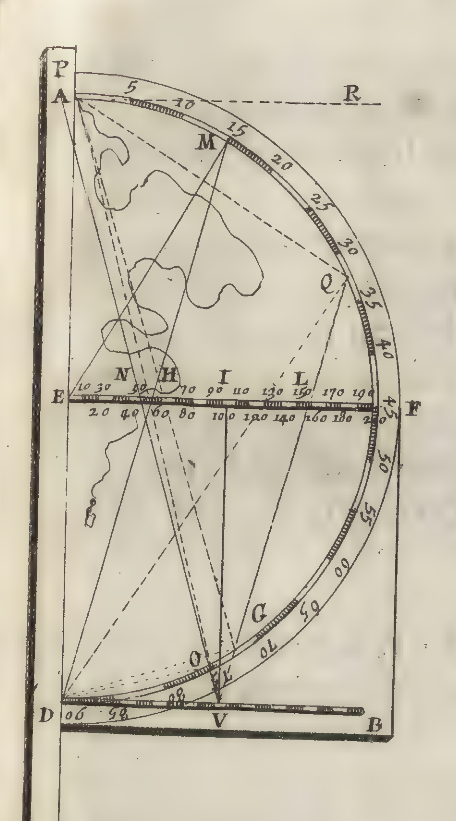


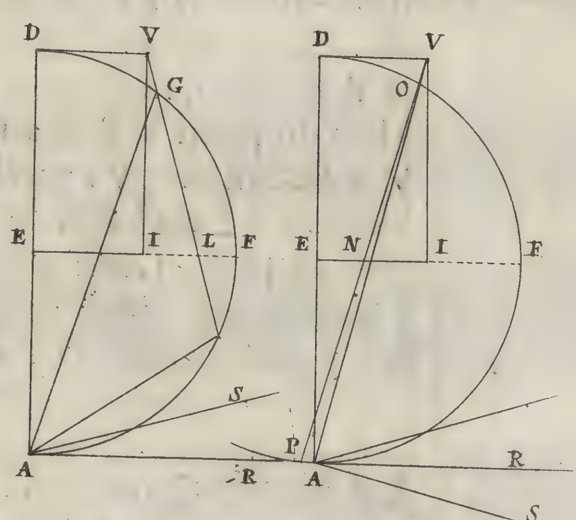
LIV. VII. CHAP. I. Demonstration de la premiere pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

ou DB soit à DV, & ayant pris sur EF la longueur EI égale à DV, y ajouter la longueur IL égale à EH pour avoir la toute EL, (si l'inclination du plan est sur l'horizon,) ou en ôter la même longueur IN pour avoir le reste EN (si elle est sous l'horizon.) Enfin du point V il faut faire passer le filet par les points L ou N & l'étendre sur le limbe du demi-cercle, qu'il coupera en des points comme en G, Q, (lors que l'inclination est au dessus,) ou en O, P, (lors qu'elle est au dessous;) qui sont ceux où il faut que le plomb pendant en A tombe, quand le bras DC est dans l'ame du mortier pour le faire porter au lieu ordonné.

Pour l'intelligence de cette pratique, il ne faut que comparer la figure de la proposition de Mr Rômer que nous avons expliquée cy-devant avec ce demi-cercle de Torricelli; Dans lequel comme il n'y a que 90 degrez marquez dans toute la circonference AFD qui en contient 180, il paroît que chacun en vaut deux, c'est à dire que l'angle AEM à deux fois plus de degrés qu'il n'y en a de marquez dans l'arc AM: Mais l'angle ADM est la moitié de AEM; Et partant les degrés marqués dans l'arc AM sont ceux de l'angle ADM, Qui par ce moïen est égal à celui de l'inclination du plan proposé. Et comme dans les deux triangles semblables DEH, VIL ou VIN, les deux côtez DE, EH sont

LIV. VII. CHAP. I. Demonstration de la premiere pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.





Liv. VII. Chap. I. Demonstration de la premiere pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

égaux au deux VI, IL ou VI, IN; il s'ensuit que les angles EDH, IVL ou IVN sont égaux.

Maintenant comme DV est quatriéme proportionelle à ces trois quantités sçavoir, La plus grande portée, la distance horizontale, & le demi-diametre EF; si nous supposons, que FE soit égale au quart de la plus grande portée, DV sera le quart de la distance horizontale: Mais du point V l'on a mené la droite VL ou VN faisant avec VI parallele au diametre AD, l'angle IVL ou IVN égal à celui de l'inclination du plan; Donc par la proposition de Mr Rômer, cette ligne coupera le demi-cercle en des points comme G, Q ou O, P, par lesquels si on mene les droites AG, AQ ou AO, AP & la droite AR parallele à EF, les angles RAG, RAQ, ou RAO: RAP: sont ceux de la position du mortier que l'on recherche. Mais dans le demi-cercle de Torricelli les angles RAG, RAQ, ou RAO, RAP sont égaux respectivement aux angles ADG, ADQ, ou ADO, ADP qui sont ceux de l'inclination du mortier, lors que le plomb tombe du point A sur les points G, Q, ou O, P; Et partant le mortier disposé de cette maniere chassera la bombe au lieu ordonné.

CHAP. II.

LIV. VII.
CHAP. I.
Demonstration de la premiere pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

Liv. VII.
Chap. II.
Demonstration des pratiques par un instrument pour toutes sortes de jets.

CHAPITRE II.

Demonstration des pratiques par un instrument pour toutes sortes de jets.

LA sixiéme pratique raportée au premier Chapitre du Quatriéme Livre de la seconde partie est d'un autre instrument dont nous avons decrit la construction & l'usage tant pour les portées qui se font sur le niveau des batteries, que pour celles qui se doivent faire au dessus ou au dessous du même niveau. Elle est fondée sur la proposition de Mr de la Hire que nous avons expliquée cy-devant.

CHAPITRE III.

Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

Chap. III. Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

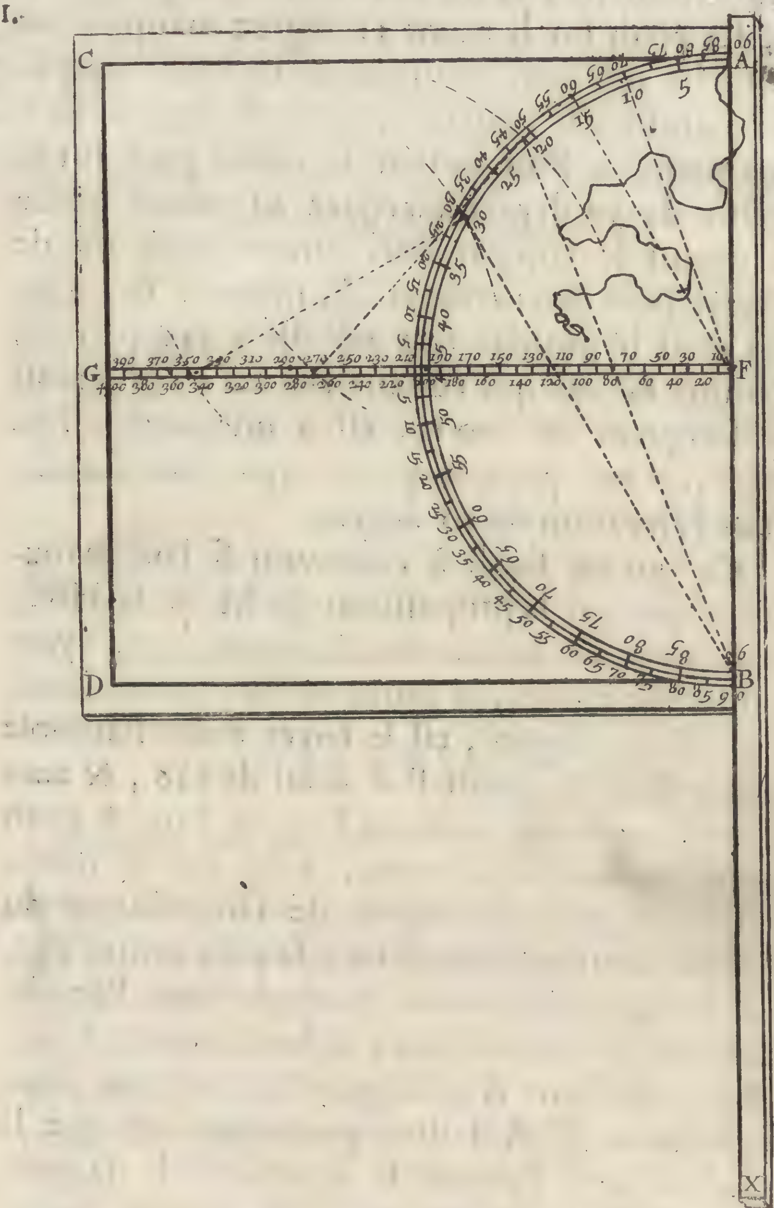
POUR la bien entendre nous parlerons premierement des coups étendus sur le niveau des batteries rapportés au second Chapitre du même livre: Comme si conoissant la portée d'une piece ou d'un mortier, par exemple, de 400 toises sur l'élevation de 21 degrez; l'on veut sçavoir Quelle sera la portée sous l'êlevation d'un autre angle, comme sous celle de 30 deg.? il faut ouvrir le compas commun de la grandeur du

demi-diametre F A du demi-cercle, & posant un de ses pieds sur le point 21 degrez marquez sur le limbe interieur, voir où de l'autre il coupera la droite FG, qui sera, par exemple, où elle a 266 parties; Puis posant le même pied sur le point de 30 degrez marquez au même limbe & tenant le compas ainsi ouvert, voir où de l'autre pied il rencontrera la même F G, (Qui sur cette hypothese sera où elle a 346 parties.) Ensuite faisant que comme 266 est à 346, ainsi la longueur de 400 to. est à une autre, l'on aura 520 to. pour la portée que l'on cherche sous l'élevation de 30 degrez.

Liv. VII. Chap. III. Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

Ce qui est facile à concevoir si l'on se souvient que par la proposition de M[r] de la Hire, le demi-cercle & l'arc fait du centre 346, ayant un même rayon, le point de leur intersection, qui est 30 degrez, est le foyer d'une Parabole qui passera du point F à celui de 346, & aura pour Touchante la droite F 15, ou l'arc A 30 est divisé en deux également; Ainsi par la même raison le point 21 degrez de l'intersection du même demi cercle & de l'arc fait du centre 266, est le foyer d'une autre Parabole dont l'amplitude est la droite F 266, & la touchante F 10 $\frac{1}{2}$ deg., où l'arc A 21 deg. est divisé en deux également. C'est à dire que supposant que le mortier posé suivant la direction de la touchante F 10 $\frac{1}{2}$ degrez qui est suivant l'angle

Liv. VII.
Chap. III.
Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

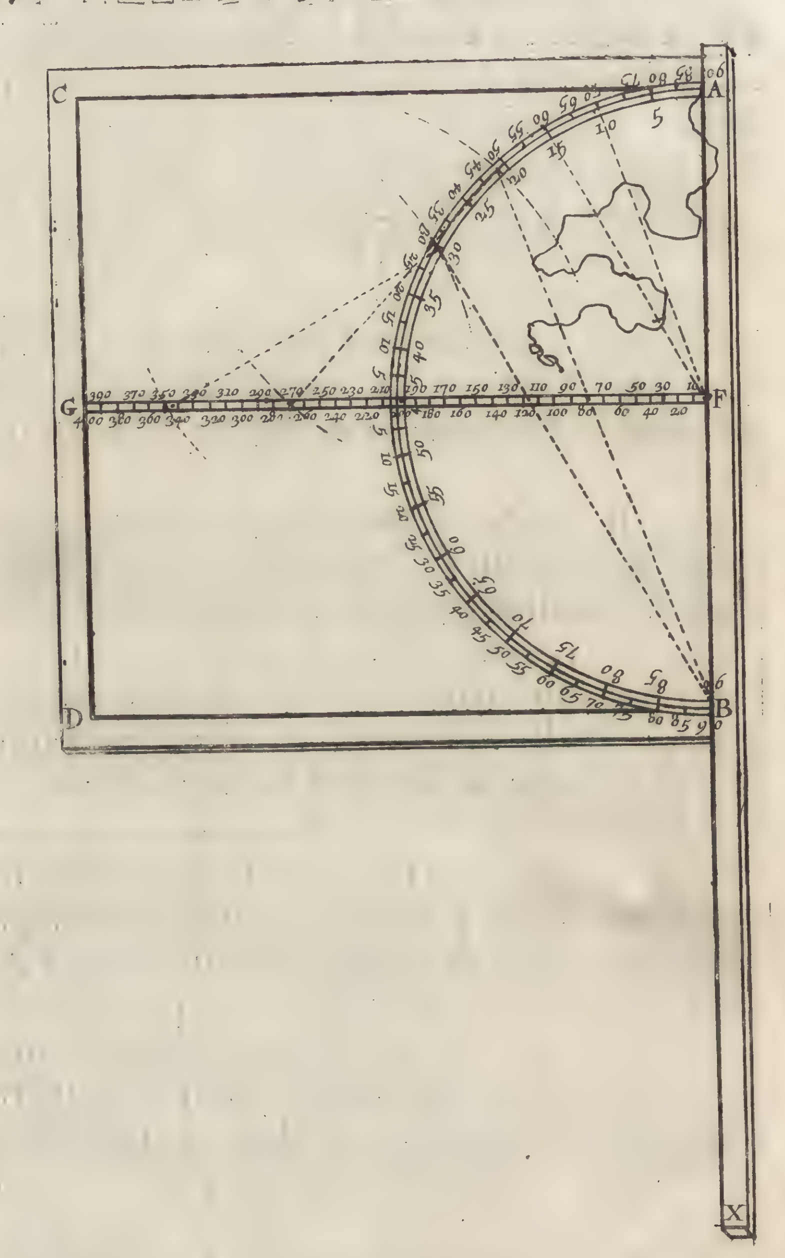


AB 21 degrez, a chassé à la distance de 266; il chassera à celle de 346, quand on le disposera suivant la direction de la touchante F 15, c'est à dire suivant l'angle AB 30: Mais comme 266 est à 346, ainsi 400 est à 520 to.; Donc s'il a chassé à 400 to. sous l'angle AB 21, c'est à dire de 21 degrez, il portera à 520 toises sous AB 30, c'est à dire de 30 degrez; où lors que le bras BX étant dans l'ame du mortier, le plomb tombe du point A sur celui de 30 degrez du bord interieur.

LIV. VII. CHAP. III. Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

Mais si posant la portée de 400 toises sous l'angle de 21 degrez, l'on vouloit sçavoir à quel angle il faudroit poser le mortier pour chasser à 520 toises? Aprés avoir posé la pointe du compas ouvert du rayon du demi-cercle sur 21 degrez du limbe interieur, & vû que de l'autre pointe il coupe la droite FG au point 266; il faut faire que comme 400 est à 266, ainsi 520 à une autre, qui sera 346, qu'il faut prendre sur la même FG, & y mettre la pointe du compas toûjours ouvert de la grandeur du rayon FA, pour voir où il coupera de l'autre pointe le demi-cercle, qui sera au point 30 du limbe interieur; Ce qui marque que le mortier doit être posé suivant l'angle de 30 deg. pour le faire chasser à 520 toises. Car les deux points du bord interieur 21:30: sont les foyers de deux Paraboles dont les amplitudes sont les longueurs

LIV. VII.
CHAP. III.
Pour les jets qui sont au niveau des batteries.



F 266 : F 346 : & les tangentes F 10 $\frac{1}{2}$, F 15; D'où il s'enſuit que le mortier poſé ſuivant la direction de la ligne F 10 $\frac{1}{2}$ c'eſt à dire êlevé ſelon l'angle AB 21 où de 21 degrez, ayant chaſſé à la longueur de 266 parties ; il chaſſera à celle de 346 s'il eſt poſé ſuivant la direction de la droite F 15, c'eſt à dire êlevé ſelon l'angle AB 30 ou de 30 degrés ; Mais comme 266 eſt à 346 ainſi 400 to. eſt à 520 to.; ſi donc il a chaſſé à 400 to. à 21 deg.; il faut l'êlever à 30 degrez pour le faire chaſſer à 520 toiſes, ainſi qu'il eſt ordonné. Ce qui arrive ſi le bras BX étant parallele à l'ame du mortier, le plomb tombe du point A ſur les points marquez 21 & 30 du bord interieur du demi-cercle.

LIV. VII. CHAP. III. Pour les jets qui ſont au niveau des batteries.

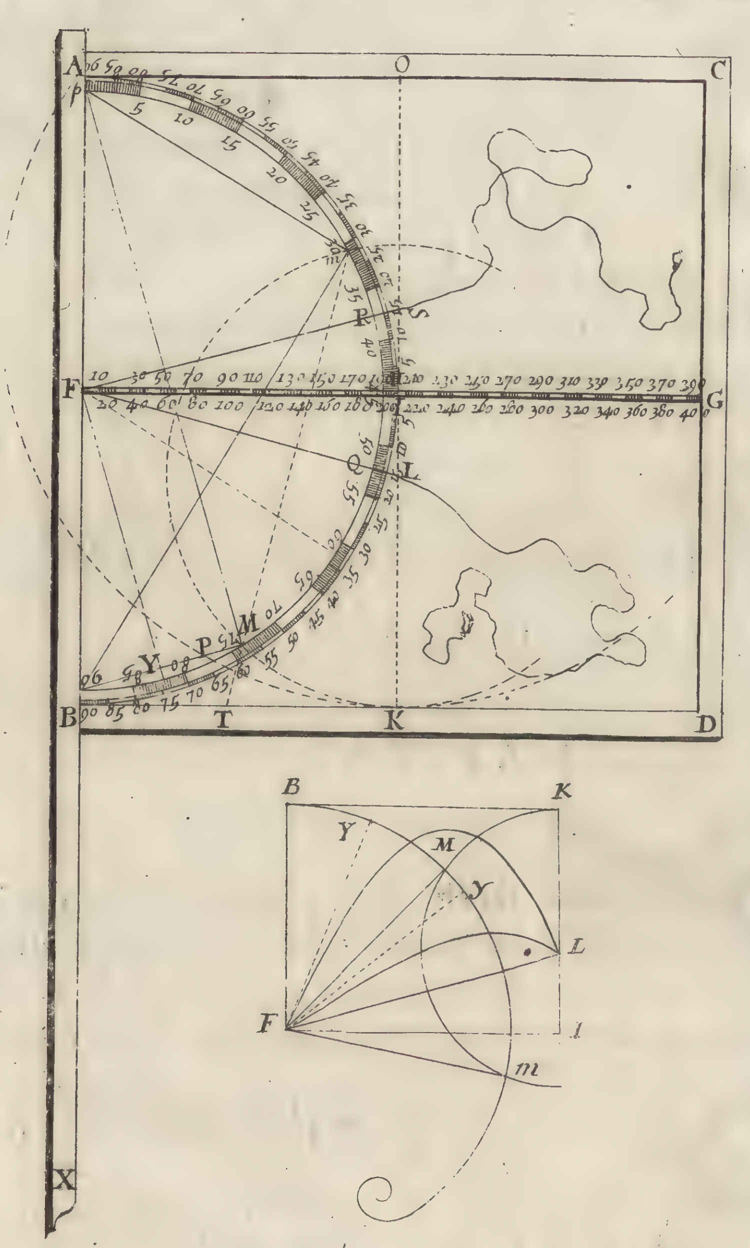
CHAPITRE IV.

Pour les jets qui ne ſont pas au niveau des batteries.

POUR s'en ſervir à la determination des portées ſur les plans inclinez raportées au troiſiéme Chapitre du quatriéme Livre de la ſeconde partie ; Il faut, ainſi que nous avons dit, lors que conoiſſant la plus grande portée comme de 600 toiſes, l'angle du plan de 15 degrez, & la diſtance horizontale de 310 to., l'on veut conoître à Quel angle il faut êlever la piece ou le mortier pour le faire porter au lieu ordon-

CHAP. IV. Pour les jets qui ne ſont pas au niveau des batteries.

Liv. VII.
Chap. IV.
Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.

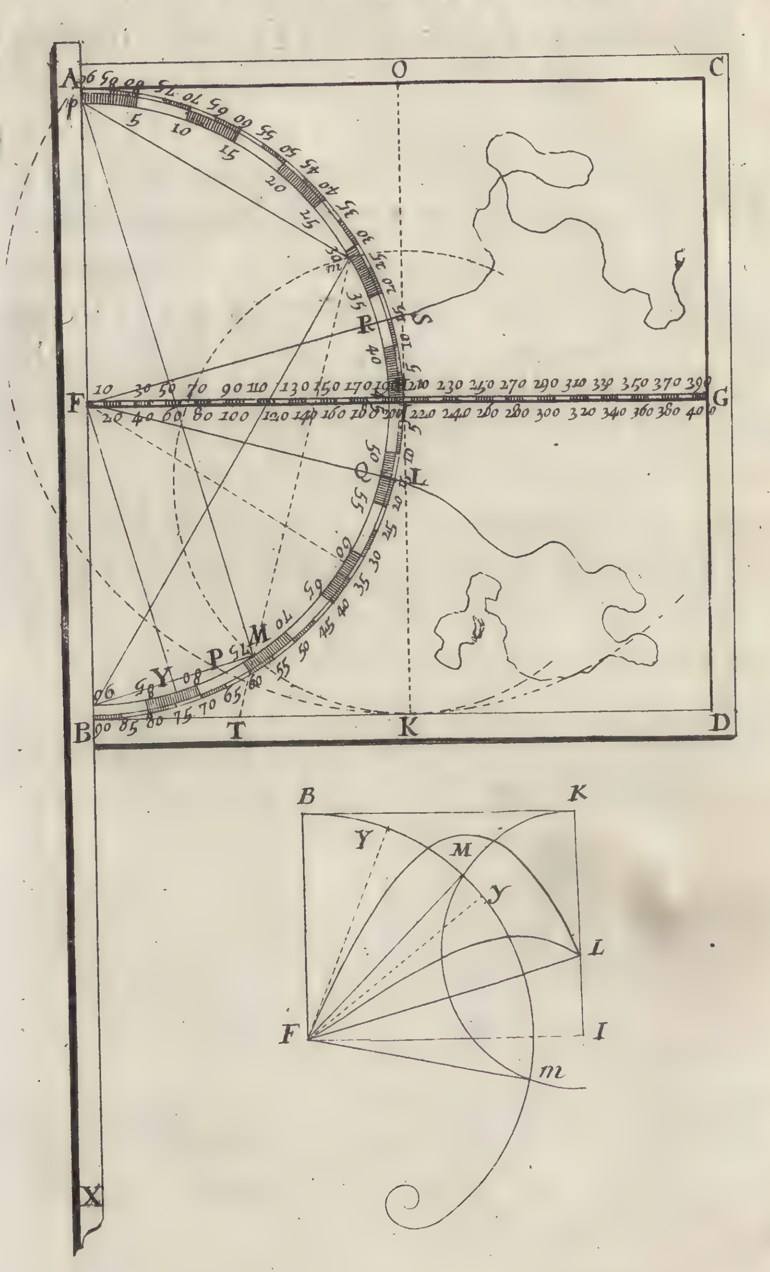


née

ne? faire ainsi que nous avons fait au quatriéme chapitre du même livre, que comme 600 to. est à 310, ainsi 400 qui est le plus grand nombre des parties contenuës dans la droite FG est à un autre, qui sera 206 repondant au point I; Puis faisant passer le filet du centre F par le point Q ou les 15 degrez sont marquez sur le bord exterieur du demi-cercle à conter du point H vers B, (si l'inclination est sur l'horizon,) marquer où il coupe la guide OIK passant par le point I, qui est au point L; lequel doit servir de centre à l'arc KM*m* dont le rayon est LK égal à la difference du demi-diametre FB ou IK & de la hauteur perpendiculaire IL: car les points M*m* où cet arc coupera le demi-cercle, seront les foyers des Paraboles qui dans la figure de M[r] de la Hire passeront du point F en L, & dont les touchantes sont FY: F*y*: ainsi qu'il a été demontré cy-devant. Où l'on voit qu'un mortier élevé suivant la direction de l'angle IFY, IF*y*, c'est à dire dans le demi-cercle OAM, OA*m* ou de leurs égaux ABM, AB*m* portera sur un lieu élevé de 15 degrez sur l'horizon à la distance horizontale FI de 206 parties, lors que la plus grande portée FG est de 400 parties; Et partant à celle de 310 to., si la plus grande portée est de 600 to. Mais le mortier est élevé suivant la direction de ces angles, lors que le bras BX étant parallele à l'ame, le plomb tombe du

LIV. VII. CHAP. IV. Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.

LIV. VII.
CHAP. IV.
Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.

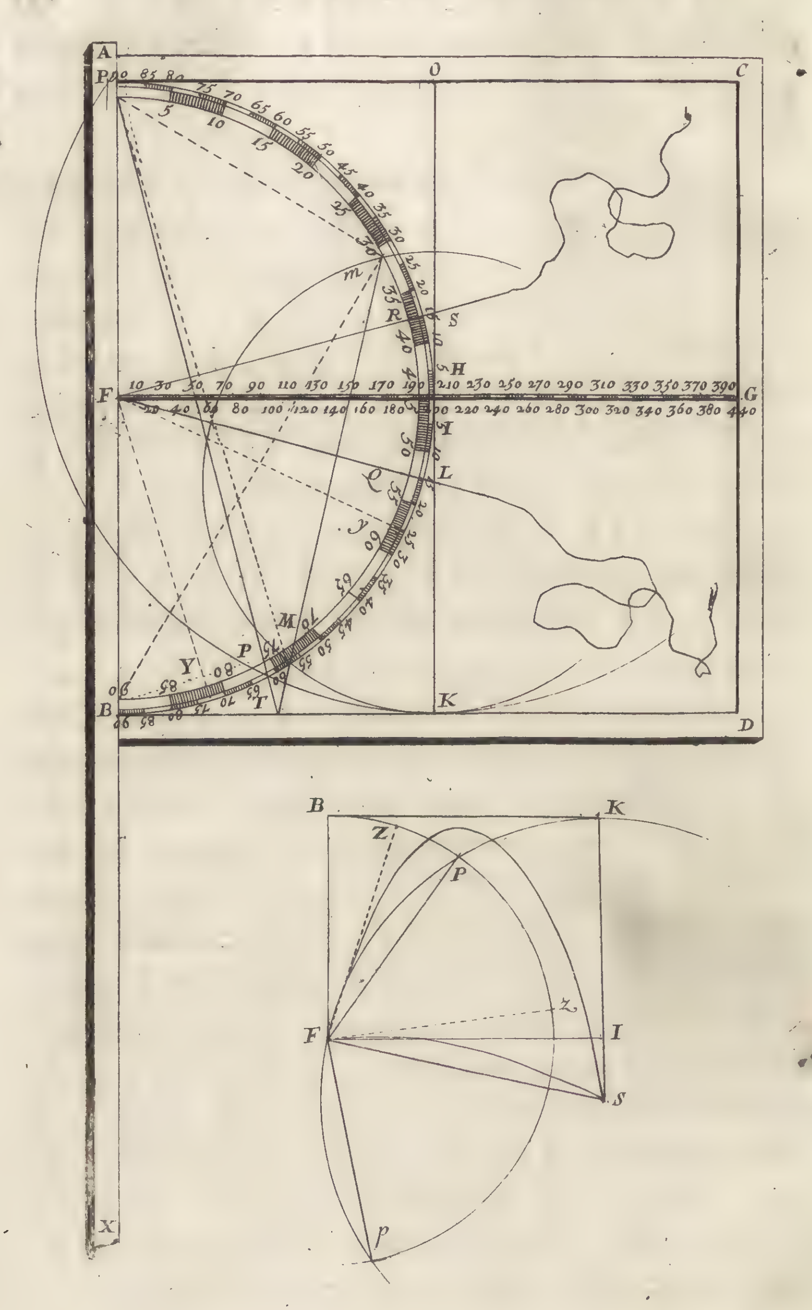


point A ſur les points M ou *m* ; L'on a donc la poſition recherchée pour le faire chaſſer au lieu que l'on demande.

Liv. VII. Chap. IV. Pour les jets qui ne ſont pas au niveau des batteries.

Si l'inclination eſt ſous l'horizon, comme en la pratique raportée au cinquiéme Chapitre du quatriéme livre de la ſeconde partie ; le filet du point F doit paſſer par R où les 15 deg. du plan ſont marquez du point H vers A ; & le point S, où il coupe la Guide OK paſſant par le point I, doit être le centre de l'arc KP*p*, dont le rayon eſt SK égal à la ſomme du demi-diametre FB ou IK & de la hauteur perpendiculaire IS : & les deux points P : *p*, où cet arc coupe le demi-cercle, ſont les foyers des Paraboles qui du point F, dans la figure de M[r] de la Hire, paſſeront par le point S abaiſſé de 15 degrez ſous l'horizon des batteries, ainſi qu'il a été demontré cy-devant ; & leurs touchantes ſeront FZ : Fz. Deſorte qu'un mortier poſé ſuivant la direction des angles IFZ, IFz ou de leurs égaux dans le demi-cercle OAP, OA*p* : c'eſt à dire ABP, AB*p* ; chaſſera la bombe au lieu S abaiſſé de 15 degrez ſous l'horizon IF à la diſtance horizontale de 206 parties, ſi la plus grande portée n'eſt que de 400 parties ; Et partant à celle de 310 to. ſi elle eſt de 600 toiſes ; Et comme le mortier eſt diſpoſé ſuivant la direction de ces angles, lors que le bras BX étant parallele à l'axe de l'ame, le plomb pendant en A

LIV. VII.
CHAP. IV.
Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.

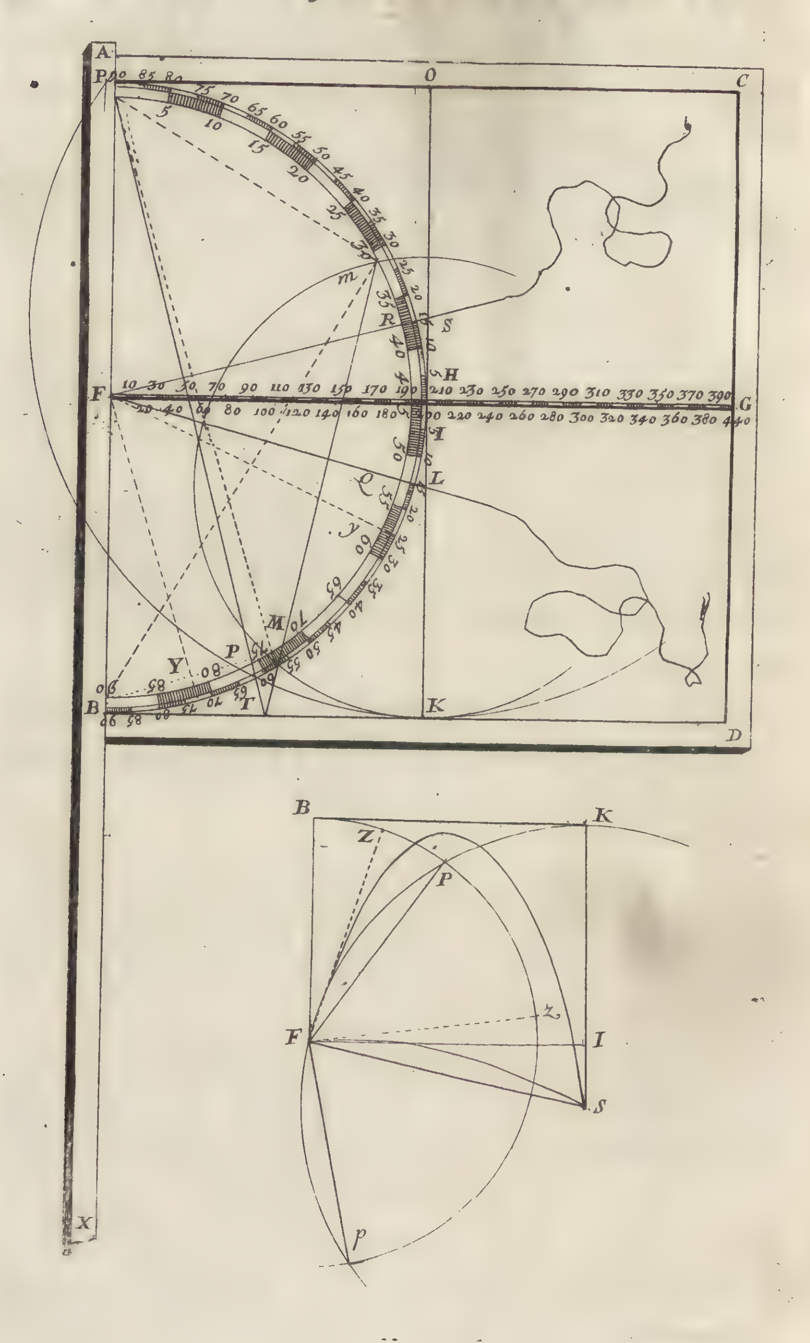


tombe ſur les points P:*p*:; Il s'enſuit que l'on a par ce moïen trouvé les angles de la ſituation que l'on demande.

LIV. VII. CHAP. IV. Pour les jets qui ne ſont pas au niveau des batteries.

Enfin pour conoître, par la pratique enſeignée au ſixiéme Chapitre du même livre, la diſtance horizontale, la longueur du plan incliné & la hauteur perpendiculaire, lors que la plus grande portée comme de 600 toiſes, l'angle du plan comme de 15 degrez ſur le niveau de la batterie, & celui de l'élevation du mortier comme de 72 degrez, ſont donnez; Il faut, ainſi que nous avons dit, du point Q où ſe terminent les 15 degrez de l'angle du plan ſur le bord exterieur depuis le point H vers B, prendre avec le compas l'arc QM, où ſur le bord interieur les 72 degrez de l'élevation du mortier ſont marquez, & le rapporter de l'autre part ſur le même cercle au point *m*; Puis paſſant le filet par les deux points *m*: M: voir où il coupe la droite BD comme en T; car BK ou FI double de BT, donnera le nombre des parties de la diſtance horizontale, FL celui des parties de la longueur du plan incliné, & IL celui des parties de la hauteur perpendiculaire; ſuppoſé que la plus grande portée ſoit de 400 parties: Ainſi faiſant que comme 400 parties eſt à 600 toiſes, ainſi chacune de ces quantitez eſt à une quatriéme, Nous aurons les grandeurs que nous recherchons. La demonſtration en eſt aiſée: car

LIV. VII.
CHAP. IV.
Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.



ſuppoſant que l'arc decrit du centre L & de l'intervalle L K ait coupé le demi-cercle aux points M : *m* :, qui ſont, comme nous avons dit, les foyers des Paraboles recherchées ; ſi l'on mene une droite M *m* T par les mêmes points, la droite M *m* ſera coupée en deux également par F L qui joint les centres des deux cercles, & partant l'arc Q M ſera égal à Q *m*. Et pour faire voir que B K eſt double de B T, il ne faut que remarquer que la droite B K touchant les deux cercles en B & en K, le rectangle *m* T M dans l'arc K M *m* eſt égal au quarré de la touchante T K ; Et dans le demi-cercle le même rectangle eſt égal au quarré de la touchante T B : D'où il s'enſuit que T K & T B ſont égales, & B K ou F I double de B T. Le reſte n'a point de beſoin de plus grande explication.

Liv. VII. Chap. IV. Pour les jets qui ne ſont pas au niveau des batteries.

Si l'inclination du plan eſt au deſſous du niveau des batteries, nous pourrons par le même raiſonement faire voir que la droite *p* P qui paſſe par les points de l'interſection de l'arc K P *p* & du demi-cercle, eſt coupée en deux également par la droite F S qui joint les centres des deux cercles ; Et partant que l'arc R P eſt égal à l'arc R *p* ; & le rectangle *p* T P dans l'arc K P *p* eſt égal au quarré de la touchante K T & au quarré de la touchante B T dans le demi-cercle ; Et qu'ainſi B K ou F I eſt double de B T.

Liv. VII.
Chap. V.
Demonſtration des pratiques par le compas de proportion.

CHAPITRE V.

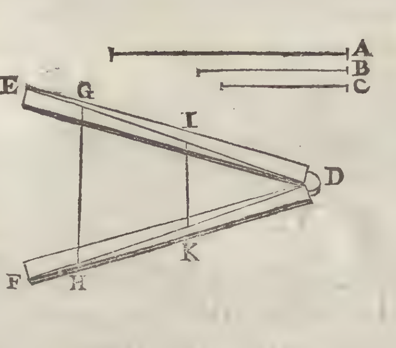
Demonſtration des pratiques par le Compas de proportion.

LA ſeptiéme & derniere pratique eſt celle qui ſe fait par le moïen du compas de proportion, dont l'uſage ſe reduit à ce ſeul cas ; qui eſt à trouver une quatriéme proportionelle à trois quantitez données. Ce qui ſe fait avec facilité prenant ſur la ligne des parties égales la grandeur de la premiere & lui appliquant de travers la longueur de la ſeconde, enſorte qu'elle faſſe ſur le compas ouvert la baſe d'un triangle Iſoſcelle dont les côtez égaux ſont chacun de la grandeur de la premiere quantité ; Puis ayant pris ſur les mêmes parties égales la longueur de la troiſiéme, conſiderer Quelle en eſt la tranſverſale ſur le compas ainſi ouvert ? car cette grandeur eſt la quatriéme que l'on demande.

Comme s'il falloit trouver une quatriéme proportionelle aux trois grandeurs A, B, C ; je prendrois ſur les côtés D E, D F du compas de proportion ſur la ligne des parties égales, la longueur D G : D H égale à A : & j'ouvrirois le compas de telle ſorte que la droite G H qui fait la baſe du triangle Iſoſcelle G D H fut égale à la ſeconde quantité B. Puis aïant meſuré ſur les mêmes

LIV. VII. CHAP. V. Demonstration des pratiques par le compas de proportion.

mémes côtez DE : DF la longueur DI : DK égale à la troisiéme C ; je prendrois sur la même ouverture du compas la transversale IK, qui seroit la quatriéme que je recherche. Car dans les triangles semblables DGH, DIK, la droite DG est à GH, c'est à dire A à B, comme DI ou C est à la droite IK.



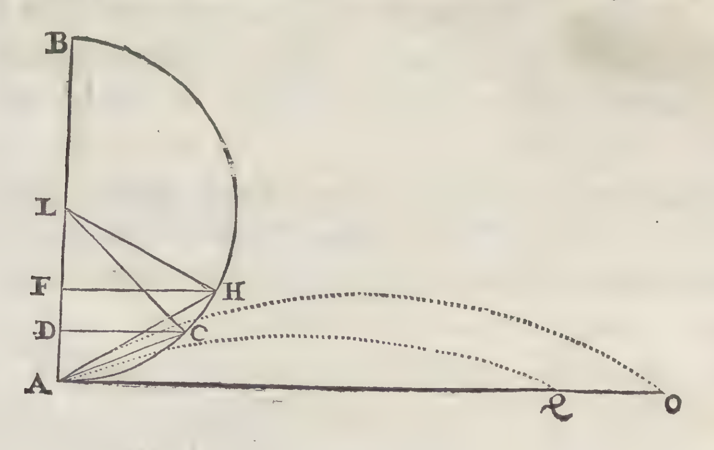
Il faut deplus considerer que les parties de la ligne que l'on appelle des angles, sont les longueurs des cordes ou soutendantes des arcs de cercle à toutes les ouvertures des angles depuis un degré jusqu'à 180 ; ainsi 60 parties sur cette ligne font l'étenduë de la corde d'un arc de 60 degrez ou du demi-diametre du cercle : 45 parties font celle de la corde de l'angle de 45 deg. : 72 celle de 72 deg. : 180 parties font le diametre entier qui est la corde du demi-cercle. Et comme la corde d'un arc est le double du sinus de la moitié de l'angle du même arc, il s'ensuit que les sinus ont entr'eux même proportion que les cordes du double des angles dont il sont les sinus ; Et qu'ainsi l'on peut prendre les uns pour les autres.

Liv. VII.
Chap. VI.
Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

CHAPITRE VI.

Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

CECI posé: Reprenant la figure de Torricelli, il n'est pas mal aisé de comprendre la raison de nos pratiques: Car dans la premiere expliquée au premier Chapitre du cinquiéme livre de la seconde partie où, par exemple, la portée d'un mortier étant donnée suivant un angle donné, l'on demande Quelle sera celle du même mortier suivant un autre angle? comme si le mortier élevé suivant l'angle QAC de 21 deg., a chassé à la longueur AQ de 400 to., l'on veut sçavoir Quelle est la longueur AO, à laquelle il chassera s'il est posé suivant l'angle QAH de 30 degrez? D'autant que les portées AQ & AO sont entr'elles comme les lignes CD:



HF : c'eſt à dire comme les ſinus des angles ALC, ALH doubles de ceux de la poſition du mortier QAC, QAH ; Elles ſeront auſſi entr'elles comme les doubles des mêmes lignes CD, HF, c'eſt à dire comme la corde du double de l'angle ALC eſt à la corde du double de l'angle ALH, ou comme la corde du quadruple de l'angle QAC, à la corde du quadruple de l'angle QAH ; Et partant ſi nous prenons la corde de 84 deg. quadruple du premier angle donné de 21 degrez pour premier terme ; Pour ſecond la corde de 120 deg. quadruple du ſecond angle donné de 30 degrez ; Et pour troiſiéme les 400 toiſes de la portée donnée AQ : En cherchant ſur le compas à ces trois quantitez une quatriéme proportionelle, nous trouverons 520 to. pour la portée AO que l'on demande.

LIV. VII. CHAP. VI. Pour les portées qui ſont au niveau des batteries.

Ainſi pour ſçavoir à quel angle il faut êlever le mortier pour le faire chaſſer à la longueur de 520 to., ſuppoſé qu'à 21 degrez de l'êlevation il ait porté à 400 to. ; je prens pour premier terme 400 to. ; pour ſecond 520 to. ; pour troiſiéme la corde de 84 deg. quadruple de l'angle donné 21 deg. ; Et il me vient pour quatriéme la corde de l'angle de 120 degrez, dont le quart eſt l'angle QAH de 30 degrez que je recherche.

Il eſt, comme je crois, inutile de dire que lors que les nombres des quantités propoſées ou leurs êtendües, excedent celui des parties éga-

LIV. VII. CHAP. VI. Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

les marquées sur le compas : il faut en prendre telle partie que l'on veut pourveu qu'elle soit moindre que celles du compas, & s'en servir pour trouver vôtre quatriéme proportionelle, qui sera la même portion de celle que vous cherchez, que celle dont vous vous êtes servi, l'est du nombre donné. Ainsi parce que le nombre de 400 to. est plus grand que celui de 200 contenu dans les parties égales du compas, je me sers du quart qui est 100 pour premier terme, & il me vient 130 au quatriéme, dont le quadruple 520 est celui que je demande. Si le premier nombre êtoit le tiers du donné, celui qui viendroit par la pratique seroit aussi le tiers de celui que l'on recherche, & ainsi du reste.

CHAPITRE VII.

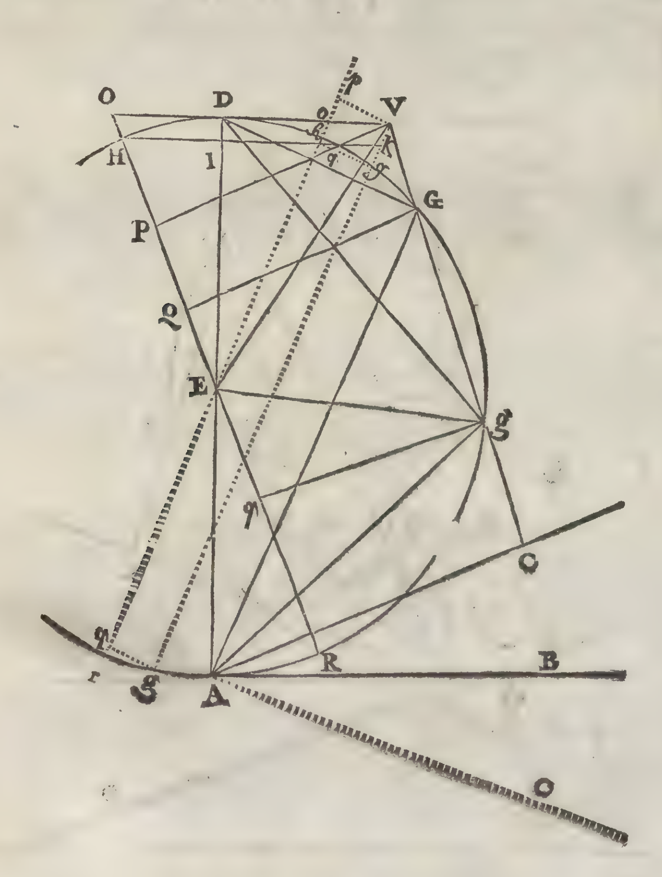
Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

LIV. VII. CHAP. VII. Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

MAINTENANT pour bien entendre l'usage du compas de proportion raporté au second Chapitre & aux suivans du cinquiéme livre de la seconde partie, pour les portées sur les plans inclinez; il faut reprendre la figure par laquelle j'ay expliqué la troisiéme pratique, ou ED est à DV c'est à dire EI à IK comme la

plus grande portée eſt à la diſtance horizontale; & E I étant le ſinus de l'angle E H I complement de l'angle du plan ; le double de E I ſera la corde du double du même angle E H I ; Et partant comme la plus grande portée eſt à la diſtance horizontale, ainſi cette corde ſera au double de I K, à quoy ajoutant ou ôtant le double de H I, c'eſt à dire la corde du double de

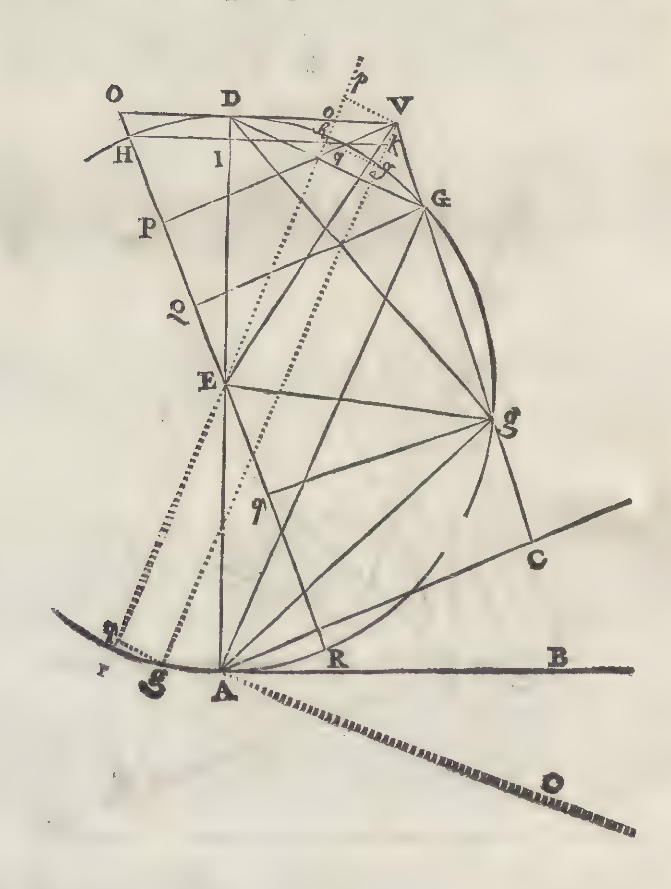
Liv. VII. Chap. VII. Pour les portées qui ne ſont pas au niveau des batteries.



LIV. VII. CHAP. VII. Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

l'angle du plan HEI, nous aurons le double de la droite HK ou de son égale GQ, c'est à dire la corde du double de l'angle GER; auquel angle & à son complement à deux droits, si l'on ajoute l'angle du plan AER, l'on aura l'angle AEG double de ADG ou de son égal BAG que l'on demande.

Or l'on voit que pour trouver le double de



Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

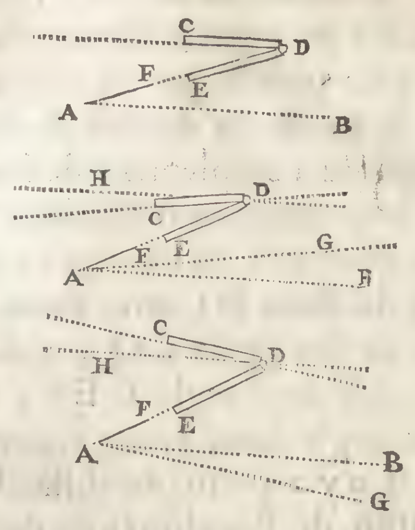
I K nous avons cherché sur le compas la quatriéme proportionelle aux trois quantitez sçavoir la plus grande portée, la distance horizontale, & la corde du double de l'angle E H I qui est celui du complement de l'angle du plan H E I; Puis ajoutant ou ôtant du double de I K la corde du double du même angle H E I c'est à dire le double du sinus H I, nous avons eu le double de H K ou de son égale G Q, c'est à dire la corde du double de l'angle G E R; Et par le moïen de cet angle nous avons trouve le reste.

Il n'y a point de difficulté pour entendre la raison de l'application du compas de proportion pour la position du mortier; Car si le compas C D E étant ouvert comme il doit être, l'on éleve le mortier A F en sorte que le bras E D étant parallele à l'axe de l'ame A E, l'autre bras C D soit aussi parallele à l'horizon A B; le mortier sera posé suivant l'angle B A E ainsi qu'il est demandé.

Si l'on veut decouvrir l'objet incliné de l'angle B A G au dessus

CHAP. VII. LIV. VII. Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

ou au dessous de l'horizon au travers des pinules posées sur le bras C D; l'on voit que l'angle du compas C D E est moindre) si l'inclination est au dessus) ou plus grand (si elle est au dessous,) que l'angle de l'élevation du mortier B A D, de la grandeur de l'angle CDH égal à celui du plan B A G; Et qu'ainsi il faut le diminuer, comme nous avons dit, au premier cas & l'augmenter en l'autre.





LIVRE HUITIE'ME.

LIV. VIII.

Doctrine de Monsieur Cassini pour le jet des Bombes.

CHAPITRE PREMIER.

Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective.

CHAP. I. Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective.

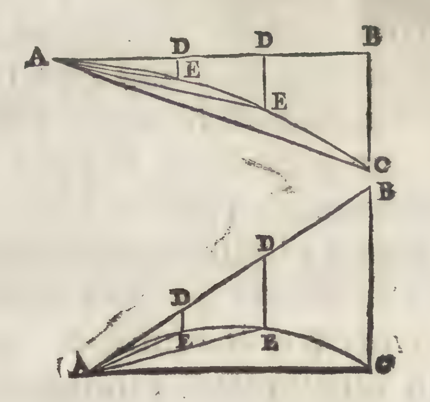
MONSIEUR Cassini a donné la resolution de toute la doctrine de la projection d'un mobile par une seule proposition, faisant voir qu'en tous les cas, il y a trois lignes qui sont continuellement proportionelles, sçavoir celle qu'il appelle d'égalité, celle d'impulsion & celle de la chûte respective.

Pour faire entendre ce raisonnement, il suppose, comme les autres, qu'un corps jetté est porté de deux impressions differentes dont l'une, qui lui vient de l'impulsion d'une cause externe, le determine à une certaine direction ou perpendiculaire en haut ou en bas, ou horizontale, ou inclinée & le porte d'un mouvement uniforme & égal par des espaces égaux en temps égaux : l'autre, qui lui vient de la pesanteur, le determine par une ligne perpendiculaire en bas vers le centre de la Terre & le porte d'un mouvement continuellement acce-

Liv. VIII. Chap. I. Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective.

leré, desorte que les espaces qu'il parcourt sont entr'eux en raison doublée des temps qu'il emploie à les parcourir.

Cette derniere impression ne change rien à la direction de la premiere, si elle est perpendiculaire en haut ou en bas: Elle ne fait qu'acourcir le chemin que fait le mobile au premier cas, & l'allonger en l'autre. Mais aux directions horizontales ou obliques, elle en change entierement la droiture. Car si un mobile est, par exemple, porté d une force externe suivant la direction de la ligne A B horizontale ou inclinée; il est constant que si le mobile n'avoit point de poids ny d'empechement de la resistance du milieu, il seroit porté suivant la droite A B d'un mouvement égal qui lui feroit parcourir des espaces égaux en des temps égaux; Mais comme au moment du depart du point de repos A, l'impression de la pesanteur le tire en bas par des



lignes perpendiculaires DE, BC, elle le fait changer de route; Et au lieu de le porter par la droite AB, elle le conduit au long de la courbe AEC. Où il faut remarquer que la ligne AD qui seroit celle que le mobile auroit parcouru d'un mouvement égal s'il n'avoit point eu de poids, au moment qu'il se trouve en E, est cette ligne que Mr Cassini appelle *ligne d'impulsion* à l'égard du point E; Ainsi la ligne AB où le mobile sans poids se trouveroit lors qu'il est tombé en C, est la ligne d'impulsion au respect du point C. Les lignes perpendiculaires DE, DE, sont celles qu'il appelle *lignes de chûte respective*, c'est à dire à l'égard des points E, E & des lignes d'impulsion AD, AD: Ainsi BC est ligne de chûte respective à l'égard du point C & de la ligne d'impulsion AB; & les lignes AE, AC sont appellées *lignes de distance*, parce qu'elles mesurent de combien le mobile est êlogné du point de depart.

LIV. VIII. CHAP. I. Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective.

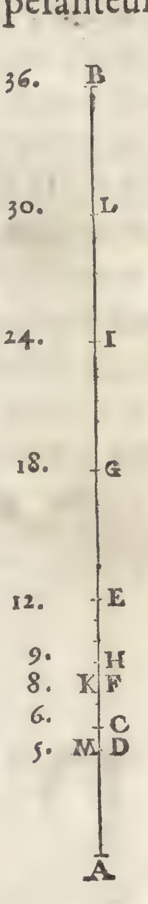
CHAPITRE II.

De la ligne d'égalité.

CHAP. II. De la ligne d'égalité.

DANS les projections verticales, où nous avons dit que la pesanteur acourcit le chemin du mobile, il est aisé de comprendre que le mobile monte tant que le chemin qui se fait

par l'impreſſion du dehors, eſt plus grand que celui de la peſanteur ; Qu'il ne monte ni ne deſcend au moment que ces deux impreſſions ſont égales ; Et qu'il deſcend auſſi-tôt que celle de la peſanteur eſt plus grande que l'autre. Ainſi dans le jet vertical AB, ſi nous ſuppoſons que la force du dehors puiſſe porter le mobile par l'eſpace AC, par exemple, de 6 meſures dans un certain temps, pendant lequel la peſanteur le puiſſe faire deſcendre de l'eſpace CD d'une de ces meſures ; il eſt conſtant que le mobile au premier temps ſe trouveroit en D ; Ainſi la droite AC. 6., que le mobile ſans poids auroit parcouru, eſt la *ligne d'impulſion* à l'égard du point D ; la ligne CD. 1., celle *de la chûte reſpective* à l'égard de la même AD ; Et la ligne AD de 5 meſures, celle de *la diſtance*. Au ſecond temps le mobile ſans poids ſeroit porté en E. 12., & ſeroit cependant tombé de la longueur EF, 4. ; Et ſe trouvant en F, la droite AE. 12. ſera la *ligne d'impulſion*, EF. 4. celle de *la chûte reſpective*, & AF. 8. celle de *la diſtance*. Au troiſiéme temps la ligne d'impulſion ſera AG. 18., celle de la chûte GH. 9. & celle



de la diſtance A H. 9. Au quatriéme temps la ligne d'impulſion eſt A I. 24., celle de la chûte I K. 16., & celle de la diſtance A K. 8. Au cinquiéme temps celle d'impulſion eſt A L. 30., celle de la chûte L M. 25. & celle de la diſtance A M. 5. Enfin au ſixiéme temps la ligne d'impulſion ſeroit A B de 36 meſures ou ſextuple de la premiere A C, & celle de la chûte ſeroit auſſi la même B A de 36 meſures.

Et comme la ligne A B eſt le chemin qu'auroit fait en montant le mobile ſans poids d'un mouvement égal, pendant qu'avec le poids il eſt monté de A en H & deſcendu de H en A, & dans le temps que le même poids ſeroit deſcendu du point B en A. C'eſt pour cette raiſon que M[r] Caſſini appelle cette droite A B *La ligne d'égalité*.

Il y auroit beaucoup de choſes à conſiderer ſur ce ſujet, ſur lequel je me contenteray de dire que cette ligne d'égalité A B eſt quadruple de la ligne du jet perpendiculaire A H, & partant double de la plus grande portée.



Liv. VIII. Chap. III. Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte reſpective ſont trois proportionelles.

CHAPITRE III.

Lignes d'égalité, d'impulſion & de chute reſpective ſont trois proportionelles.

MAINTENANT pour faire voir ce que nous avons dit, qu'en toute projection la ligne d'égalité, celle de l'impulſion, & celle de la chûte reſpective ſont continuellement proportionelles; ſuppoſons que dans le jet A E C fait ſuivant la direction A B, la droite A D ſoit la ligne d'égalité, A B celle de l'impulſion, BC celle de la chûte reſpective & A C celle de la diſtance; Et diſons que puiſque la droite A D eſt le chemin que le mobile feroit en montant par la ſeule impreſſion du dehors & en deſcendant dans le même temps par la ſeule impreſſion de la peſanteur; ſi nous la prenons pour la meſure



du temps de l'un & de l'autre, il est constant que la droite A B sera la mesure du temps que le même mobile employeroit à passer la même A B, porté du seul effort de la même impression du dehors. Et comme dans le temps A B il est descendu par l'impression de son poids de la hauteur perpendiculaire B C; cette hauteur B C sera à la hauteur D A en raison doublée du temps de la chûte B C, qui est mesuré par A B, au temps de la chûte A D c'est à dire comme le quarré de la ligne A B est au quarré A D : & partant les trois lignes B C, A B, A D sont continuellement proportionelles.

LIV. VIII. CHAP. III. Lignes d'égalité, d'impulsion, & de chute respective sont trois proportionelles.

CHAPITRE IV.

Sur une direction & sur une distance donnée, Trouver la ligne d'égalité.

MAINTENANT pour sçavoir sur une directió & sur une distance donnée, Quelle est la longueur de la ligne d'égalité, comme sur l'angle de la direction DAB & la ligne de la distance AC, c'est à dire sur l'étenduë de la portée d'une piece ou d'un mortier, pointé suivant l'angle FAB complement du donné D A B, sur le plan A C incliné de l'angle F A C. Il faut considerer que dans le triangle A B C, le côté A C & les deux angles A B C B A C, sont donnés; Car ABC est égal à D A B, & BAC est la somme ou la difference des deux an-

CHAP. IV. Sur une direction & une distance donnée, Trouver la ligne d'égalité.

Liv. VIII. Chap. IV. Sur une direction & une distance donnée, Trouver la ligne d'égalité.

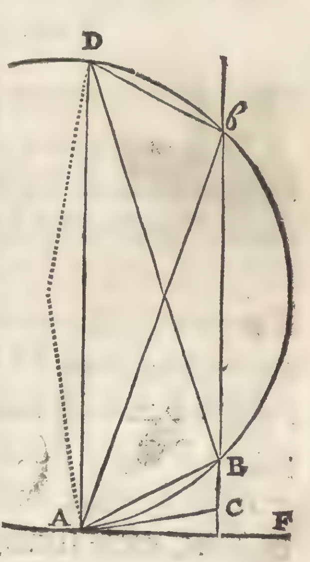
gles F A B, F A C qui ſont ceux de l'inclination de la piece & du plan : & partant l'on peut conoître par les ſinus les longueurs des lignes d'impulſion AB & de chûte reſpective BC ; Et par leur moïen trouver une troiſiéme proportionelle A D qui ſera la ligne d'égalité que l'on recherche.

CHAPITRE V.

La ligne d'égalité & la diſtance étant données : Trouver la direction.

Chap. V La ligne d'égalité & la diſtance étant donnée, Trouver la direction.

MAIS ſi conoiſſant la ligne d'égalité l'on veut ſçavoir à Quel angle il faut élever la direction de la piece pour la faire chaſſer à une diſtance donnée ſur quelque plan que ce ſoit, horizontal ou incliné ? Voci ce qu'il faut faire. Soit la ligne d'égalité A D perpendiculaire à l'horizon, & la diſtance A C ſur le plan A C, faiſant avec la verticale A D quelque angle que ce ſoit D A C. Au point C ſoit élevée C B *b* parallele à la verticale A D, & ſur A D ſoit decrite la portion de cercle A B *b* D capable d'un angle égal à A C B, (laquelle touchera la perpendiculaire C B en un point ſi le probleme n'a



qu'une

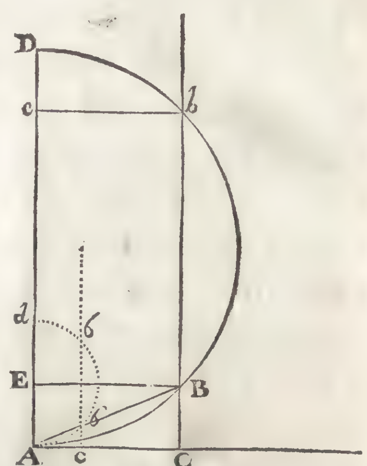
qu'une ſolution, ou le coupera en deux points comme en B *b* s'il en a deux, ou ne le rencontrera point du tout s'il eſt impoſſible,) & les lignes menées du point A à ceux de leur rencontre comme A B, A *b*, ſeront celles de la direction que l'on demande, enſorte que F A étant horizontale, les angles F A B, F A *b* ſont ceux de la poſition du mortier pour le faire porter au point C. Car les deux triangles A B C, B A D ayant les angles D A B, A B C égaux, à cauſe des paralleles A D, B C; auſſi bien que les angles A C B, A B D par la conſtruction du cercle: Ils ſeront ſemblables; & B C *ligne de la chûte reſpective* ſera à A B *ligne d'impulſion* comme A B eſt à A D *ligne d'égalité*. Nous pourrons faire voir par le même raiſonnement que *b* C eſt à A *b* comme A *b* eſt à A D.

LIV. VIII. CHAP. V. La ligne d'égalité & la diſtance étant donnée, Trouver la direction.

Si la ligne du plan A C eſt horizontale, la portion du cercle eſt un demi-cercle; Si elle eſt êlevée ſur l'horizon, elle eſt moindre; Et plus grande que le demi-cercle ſi l'inclination eſt au deſſous. Où il eſt à remarquer, au ſujet des projections qui ſe font ſur un plan horizontal, c'eſt à dire au niveau de la batterie, qu'ayant dit cy-devant que la ligne d'égalité eſt quadruple de celle du jet perpendiculaire laquelle determine la force imprimée du mobile; ſi nous ſuppoſons, comme Galilée & Torricelli, que le diametre A *d* du demi-cercle A *b d*, ſoit égal au

Liv. VIII. Chap. V. La ligne d'égalité & la distance étant donnée, Trouver la direction.

quart de la ligne d'égalité, c'est à dire du diametre A D du demi-cercle A B D, & la ligne A *c* égale au quart de la distance horizontale A C; La droite *c b* parallele à CB ou A D, coupera la circonference A *b d* aux points recherchez, *b*, *b* semblables aux points B b de la circonference ABD,



& les droites A *b* B, A *b* b prolongées, seront les mêmes que les lignes de la direction que l'on demande A B, A b. Ce qui fait conoître que la proposition de ces Auteurs ne fait qu'un cas de celle de Mr. Cassini. L'on voit deplus, ce que nous avons dit cy-devant, que la ligne d'égalité A D étant quadruple de A *d*, qui determine la force imprimée du mobile & qui par consequent est égale à la moitié de la plus grande portée de la bombe avec la même force, est aussi double de la même plus grande portée.



LIV. VIII. CHAP. VI. Demonſtration de la conſtruction & de l'uſage de l'inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes.

CHAPITRE VI.

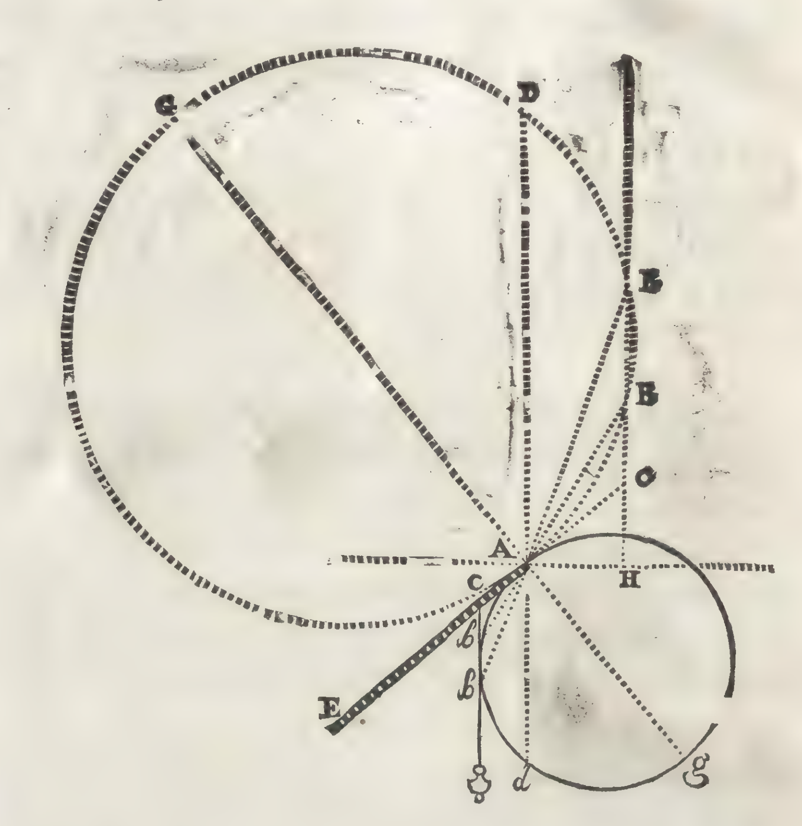
Demonſtration de la Conſtruction & de l'uſage de l'inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes.

C'EST de cette doctrine que nous avons tiré la conſtruction & l'uſage de cet autre Inſtrument rapporté dans les deux premiers chapitres du ſixiéme Livre de la ſeconde partie ſous le nom d'Inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes, & dont il faut ici parler plus au long & en donner la demonſtration.

C'eſt un cercle A *b g* dont le diametre eſt A g, au bout duquel en A eſt attachée à angles droits une regle immobile A E égale au même diametre & diviſée en un tres grand nombre de parties égales. Pour s'en ſervir il faut conoître la longueur de la ligne d'égalité & celle de la diſtance horizontale, & faire que comme cette ligne eſt à cette diſtance; ainſi le nombre des parties contenuës dans la regle A E ſoit à un autre, qui ſoit, par exemple, celui des parties compriſes entre A & *c*. Puis dreſſant la regle A E vers le but il faut laiſſer pendre un plomb du point *c* (dont le fil touchera la circonference du cercle, ſi le probleme n'a qu'une ſolution, ou le coupera en deux points comme *b*, *b*, s'il en a deux, ou ne le rencontrera point s'il eſt impoſſible ;) les droites

LIV. VIII. CHAP. VI. Demonstration de la construction & de l'usage de l'instrument universel pour le jet des Bombes.

tirées du point A aux points de rencontre *b*, *b*, sont celles de la direction de la piece ou du mortier que l'on demande.



La demonstration en est aisée ; Soit dans la figure expliquée cy-devant, la ligne d'égalité conuë A D perpendiculaire à l'horizon, la ligne de distance horizontale A H & le but C sur le incliné A C où l'on veut que le coup frappe; la droite H C étant mené parallele à A D, si l'on

décrit ſur la verticale A D la portion de cercle A B D capable d'un angle égal à A C B dont le diametre ſoit A G perpendiculaire à A C, la circonference ſera rencontrée par la droite H C B aux points B, B, & les lignes A B, A B ſeront celles de la direction que l'on demande. Et comme les deux angles G A C, D A H ſont droits, ôtant l'angle comun D A C, les deux G A D, H A C ſont égaux, & les deux triangles rectangles A D G, H A C ſemblables, & partant comme D A eſt à A H, ainſi A G eſt à A C.

LIV VIII. CHAP. VI. Demonſtration de la conſtruction & de l'uſage de l'inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes.

Maintenant ſi l'on applique l'inſtrument de telle ſorte que le bout A du diametre *g* A tombant ſur le point A, la regle E A ſoit tournée vers le but C, c'eſt à dire qu'elle convienne avec la ligne du plan incliné A C, le diametre *g* A continué tombera ſur le diametre A G; Et comme on a fait que E A ſoit A *c* comme D A eſt à A H; il s'enſuit que E A ou ſon égale *g* A, eſt à A *c* comme A G eſt à A C; Et le plomb *c b b* étant parallele à A D ou C B B, le cercle A *b g* ſera diviſé aux points, *b b*, comme le cercle A B G l'eſt aux points B B; & les droites *b* A, *b* A: continuées tomberont ſur les droites A B, A B; c'eſt à dire qu'elles ſeront celles des directions que l'on demande.

Liv. VIII.
Chap. VII.
Demonstration de ce qui s'est ajouté à l'instrument Universel pour en rendre l'usage plus facile.

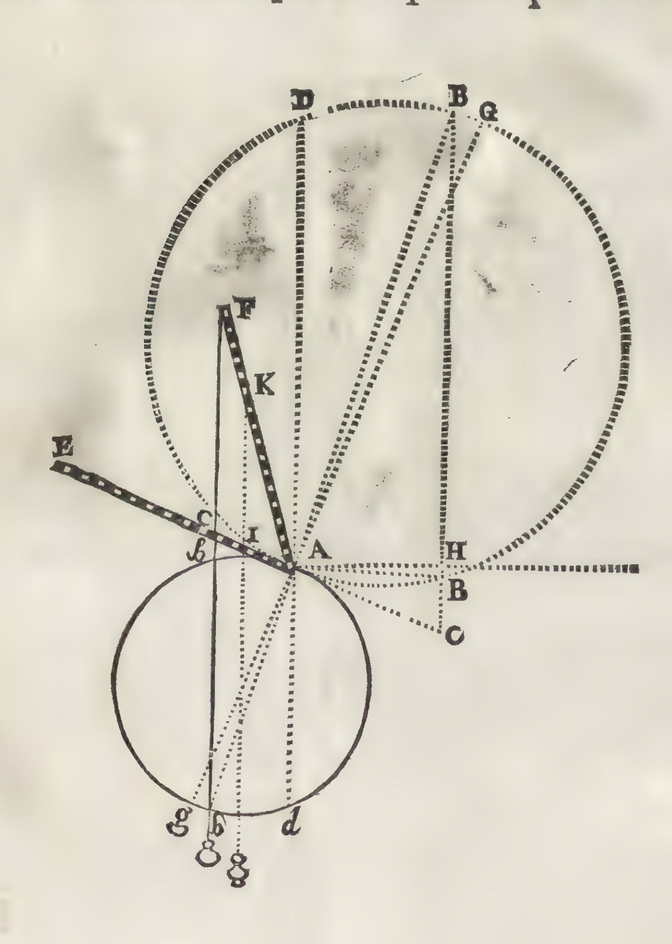
CHAPITRE VII.

Demonstration de ce qui s'est ajouté à l'instrument Vniversel pour en rendre l'usage plus facile.

SI l'on vouloit se servir de cet instrument sans être obligé de faire de regle de Trois pour trouver le point c, il faudroit ajouter en A, comme nous avons fait au troiziéme Chapitre du sixiéme Livre de la seconde partie, une autre regle mobile AF égale à AE ; & pour plus grande commodité, il seroit bon que l'une & l'autre fut divisée en autant ou plus de parties qu'il a de toises, ou de pieds, ou d'autres mesures, dans la plus grande ligne d'égalité dont on peut ordinairement se servir, c'est à dire dans le double de la plus grande portée d'une piece de Canon ou d'un mortier. Car si la ligne d'égalité proposée AD à autant de toises ou d'autres mesures qu'il y a de parties dans la regle AF, il ne faut que prendre autant de parties sur la regle AE qu'il y a de toises dans la distance horizontale AH comme de A en *c*, & l'instrument etant posé, en sorte que la regle EA regarde le but C, il faut tourner la regle AF de maniere que le plomb tombant de l'extremité F passe par le point *c* & coupe le cercle en *b*. Mais si la ligne d'Egalité proposée AD

eſt moindre, il faut prendre ſur la regle mobile un nombre de parties égal à celui des toiſes qu'elle contient comme de A en K, & ſur la regle immobile A E autant de parties qu'il y a de toiſes dans la ligne de diſtance horizontale A H comme de A en i, & tourner la regle AF en ſorte que le plomb tombant du point K paſſe par i : car laiſſant le tout en cette ſituation, le plomb tombant du point F paſſera par *c* & cou-

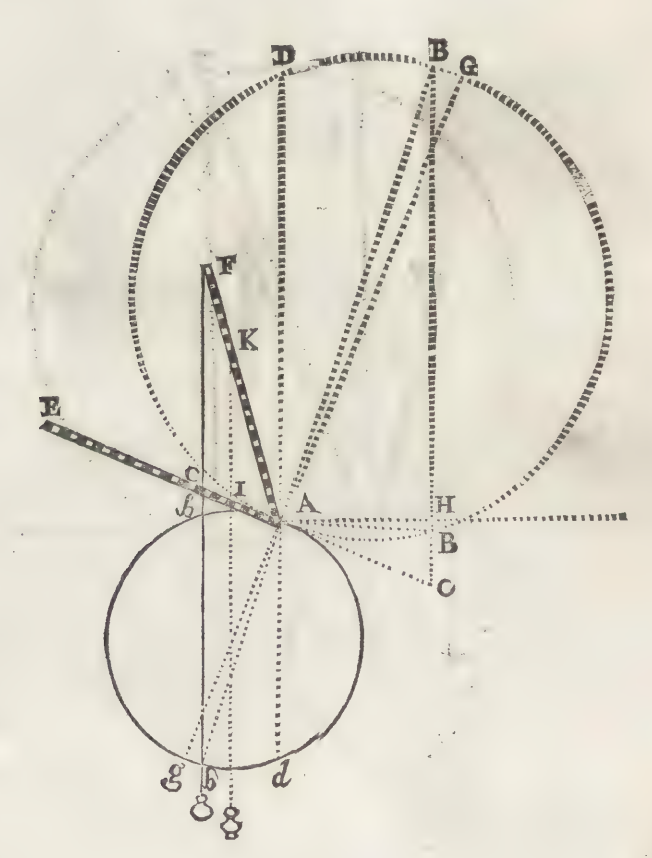
Liv. VIII. Chap. VII. Demonſtration de ce qui s'eſt ajouté à l'inſtrument Univerſel, pour en rendre l'uſage plus facile.



Liv. VIII. Chap. VII. Demonstration de ce qui s'est ajouté à l'instrument Universel pour en rendre l'usage plus facile.

pera le cercle en *b* : *b* : comme on le demande.

La demonstration est facile à comprendre; car A K ayant autant de parties que la ligne d'égalité proposée A D à de toises, & A *i* autant de parties qu'il y a de toises dans la ligne de distance horizontale A H, il paroît que A K est à A *i* c'est à dire A F ou A E à A C comme A D est à A H; & l'on a par ce moïen sans regle de Trois le point par lequel le plomb doit passer



pour

pour couper le cercle au point que l'on recherche.

Liv. VIII. Chap. VII. Demonstration de ce qui s'est ajouté à l'instrument Vniversel pour en rendre l'usage plus facile.

Il faut ici remarquer qu'au lieu de prendre pour premier terme de nôtre regle de Trois la ligne de la plus grande égalité, & la distance horizontale pour second terme comme il est marqué dans les Chapitres de ce livre ; Nous avons pris, dans les pratiques du sixiéme livre de la seconde partie, la plus grande portée pour premier terme, & la moitié de la distance horizontale pour second : parce que c'est toûjours la même chose, & dont il n'est pas besoin de donner plus d'éclaircissement.





L'ART DE JETTER LES BOMBES,

ET DE CONNOITRE L'ETENDUE DES COUPS de volée d'un Canon en toutes sortes d'Elevations.

QUATRIEME PARTIE.

RESOLUTION DES DIFFICULTEZ qui se trouvent dans la doctrine du jet des Bombes.

IL faut maintenant parler des difficultez que l'on trouve dans la doctrine que nous avons expliquée en ces deux dernieres parties : afin qu'étant une fois bien entenduës, l'on puisse plus aisement faire conoître que les changemens qu'elles

Resolution des difficultez qui se trouvent dans la doctrine du jet des Bombes.

Reſolution des difficultez qui ſe trouvent dans la doctrine du jet des Bombes.

apportent dans les effets ſont de ſi petite conſideration, qu'il n'y a point de lieu de s'y arrêter ni d'empêcher l'uſage de mes pratiques.

Tous les raiſonnemens dont on ſe ſert ſont de deux ſortes; Les uns ſemblent detruire les ſuppoſitions que nous avons faites pour demontrer que la nature de la ligne courbe decrite par le paſſage d'un mobile jetté, étoit telle que nous l'avons expliquée dans la troiſiéme partie; Et les autres trouvent tant de difficultez dans l'execution, qu'ils font douter que l'on puiſſe attendre aucun effet aſſûré des regles que nous avons enſeignées dans la ſeconde partie pour la pratique.

Pour repondre avec ordre aux uns & aux autres, nous traitterons premierement de ceux qui combattent la Theorie, remettant à examiner ceux qui ſont contre la Pratique, aprés que les premiers auront été reſolus.



LIVRE PREMIER.

Solution des Objections faites contre la Theorie.

CHAPITRE PREMIER.

Explication de ce qui a esté supposé dans la Theorie.

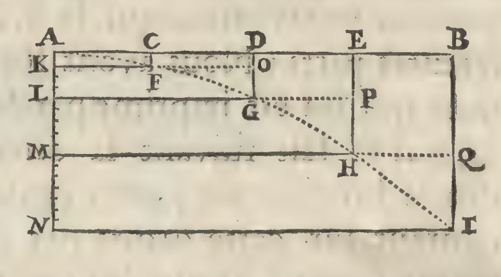
CHAP. I. Explication de ce qui a esté supposé dans la Theorie.

LORS que dans la troisiéme partie nous avons voulu faire voir que la ligne que le mobile poussé horizontalement, decrit par son passage est parabolique, à cause qu'il est porté de deux mouvemens qui le determinent en differentes parts : Nous avons supposé que le premier qui lui est imprimé par la force exterieure & qui se fait suivant la direction de la ligne droite horizontale, étoit égal & uniforme parcourant sur cette droite des espaces égaux en temps égaux ; Et que l'autre qui lui vient de sa gravité naturelle, se faisant par des droites perpendiculaires & paralleles, étoit inégal, mais uniformement acceleré, parcourant des espaces au long de ces paralleles qui sont entr'eux en raison sous doublée des temps qu'il employe à les parcourir.

Comme dans cette figure, qui est celle dont nous nous sommes servis dans la troisiéme par-

Liv. I. Chap. I. Explication de ce qui a esté supposé dans la Theorie.

tie : Pour faire voir que le mobile poussé du point A suivant la direction horizontale AB, decrivoit dans sa projection la ligne parabolique AFGHI ; Nous avons premierement supposé que la ligne AB êtoit droite, & que le mouvement imprimé par la force externe au mobile, le determinoit de telle sorte au long de la droite AB, que dans tout le temps de son mouvement il en parcouroit les espaces égaux comme AC, CD, DE &c. en temps égaux, pendant lesquels le même mobile porté par sa pesanteur parcouroit au long des droites perpendiculaires & paralleles comme CF, DG, les espaces CF, DG, de telle sorte que l'espace DG fait à CF, comme le quarré du temps AD est au quarré du temps AC ; Et que de la composition de ces deux mouvemens qui, changeant seulement la direction du mobile, ne s'aportent au reste aucun empechement l'un à l'autre, resultoit la ligne de projection parabolique AFGHI.



I. OBJECTION. La ligne horizontale n'eſt point droite & les perpendiculaires ne ſont point paralleles.

CHAPITRE II.

PREMIERE OBJECTION.

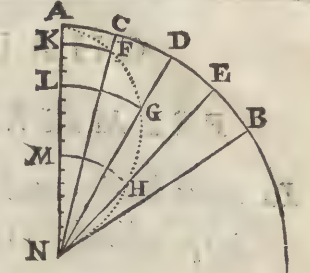
La ligne horizontale n'eſt point droite, & les perpendiculaires ne ſont point paralleles.

OR comme il eſt faux de dire que l'horizontale A B ſoit ligne droite & que les perpendiculaires C F, D G ſoient paralleles; (Car A B, étant ſuppoſée également diſtante du centre de la Terre, fait un arc de cercle; & C F, D G étant perpendiculaires, concourent neceſſairement au centre;) Il paroit de la fauſſeté de ces ſuppoſitions : Et l'on peut voir que quand même il ſeroit veritable que le mouvement du dehors imprimé ſuivant la direction horizontale fut égal & uniforme, & que celui de la peſanteur ſuivant la direction perpendiculaire, ſuivit preciſement les loix du mouvement uniformement acceleré, la ligne de projection ne peut jamais être parabolique.

Car ſuppoſant le centre de la terre au point N ou concourent les perpendiculaires A N, C N,

LIV. I. CHAP. II. I. OBIECTION. La ligne horizontale n'est point droite & les perpendiculaires ne sont point paralleles.

DN ; si nous concevons que le mobile partant du point A, soit porté par l'impression exterieure d'un mouvement égal au long des arcs égaux AC, CD, DE, & par celle de sa pesanteur d'un mouvement uniformement acceleré au long des perpendiculaires AN, CN, DN : Il est constant que si dans le temps qu'il arriveroit en C par le mouvement égal, il se trouvoit en F par l'acceleré : il se trouveroit en G par le même acceleré, lors que par l'égal il devroit être en D, parce que l'espace DG ou AL est quadruple de CF ou AK, comme l'arc AD est double de AC : Ainsi il seroit en H au troisiéme temps AE, parce que EH ou AM contient neuf fois l'espace AK ou CF, comme l'arc AE contient trois fois l'arc AC. Maintenant, ayant pris une ligne comme AL moïenne Geometrique entre AN & AK, si nous faisons que comme AK est à AL, ainsi l'arc AC soit à un autre AB ; il est constant que le mobile se trouveroit au centre de la terre N, lors que par le mouvement égal il auroit dû parcourir l'arc AB. Où il paroît que la courbe de la projection AFGHN est une espece de Spirale fort élognée de la parabolique, qui de soy ne porteroit jamais le mobile



bile au centre. Car reprenant la figure de l'hypothese, si l'on prend le point N, pour le centre de la terre, il paroît que par la nature de la ligne parabolique, le mobile n'y arriveroit jamais, & qu'au contraire il en seroit élogné de toute la longueur de l'ordonnée NI, lors qu'il seroit tombé par son propre poids de la longueur de demi-diametre AN ou BI; D'où ensuite il s'en élogneroit davantage à l'infini. Ce qui est absurde.

LIV. I. CHAP. II. *I. OBJECTION.* La ligne horizontale n'est point droite & les perpendiculaires ne soint point paralleles.

CHAPITRE III.

II. OBJECTION.

La force imprimée au mobile n'est point perpetuelle, égale & uniforme.

IL n'est pas moins faux de dire que la force imprimée par la cause externe au mobile, soit perpetuelle égale & uniforme, ensorte que dans tout le temps de son mouvement elle lui fasse parcourir des espaces égaux en temps égaux: car bien que cela pût-être en quelque façon veritable au cas que le mobile fut porté dans un milieu qui n'eût point de resistance; celle de l'air, dans lequel nos boulets & nos bombes sont portés par la violence que le feu du mortier ou du Canon leur imprime, ne peut aucu-

CHAP. III. La force imprimée au mobile n'est point perpetuelle, égale & uniforme.

Liv. I. Chap. III.

II. Object. La force imprimée au mobile n'eſt point perpetuelle, égale & uniforme.

nement ſouffrir cette uniformité de mouvement.

Deplus ſi nous nous imaginons qu'un mobile ne peut point ſe mouvoir dans l'air, qu'il ne s'y faſſe faire place, en chaſſant à droite & à gauche les parties de l'air qu'il rencontre dans ſon paſſage : & que ces parties ayant de la peſanteur ne changent point de ſituation ſans être pouſſées par quelque force externe ; Nous n'aurons point de peine à comprendre que cette force ne leur peut être imprimée que par la violence du mouvement du mobile qui les rencontre. Et comme un corps qui ſe meut pert autant de ſa propre viteſſe qu'il en communique à un autre qu'il fait mouvoir ; il paroît que le mobile porté dans l'air ne ſçauroit en detourner les parties pour ſe faire un paſſage, ſans leur communiquer quelque choſe de la viteſſe de ſon mouvement, laquelle par ce moïen diminuë à meſure qu'il ſe meut, c'eſt à dire à meſure qu'il rencontre plus de parties de l'air qui s'oppoſent à ſon paſſage.

C'eſt ce qui fait cette ſi grande inégalité de viteſſe & de durée du mouvement des mobiles, ſuivant la diverſité des milieux dans leſquels ils ſont portés, & celle de leur matiere, de leur peſanteur, de leur figure & de l'impreſſion qu'ils ont receuë. Entre ceux la même qui ſe meuvent dans un même milieu comme dans l'air, & qui ſont de même matiere & de même figure, les

plus petits perdent bien plûtôt la force de leur mouvement que les plus grands, parce qu'ayant plus de surface à proportion de leur grandeur, ils rencontrent plus de parties de l'air qui leur resistent.

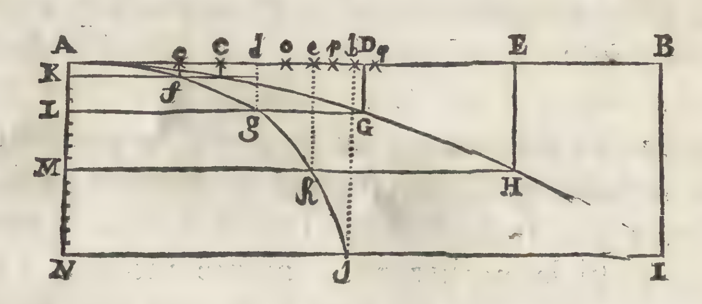
Liv. I. Chap. III. *II OBIECT.* La force imprimée au mobile n'est pas perpetuelle, égale & uniforme.

Pour ne point sortir de nôtre sujet l'on peut dire qu'un même mobile pousse avec plus de violence les parties de l'air qu'il rencontre lors qu'il a plus de vitesse que lors qu'il en a moins; Et vray-semblablement cette impulsion à quelque chose de proportioné à la velocité de son mouvement : car le mobile ne se ressent de la resistance des parties du milieu qu'à proportion de la force qu'il employe à les pousser ; D'où il arrive que le dechet qu'il souffre dans la vitesse suit aussi la mesure de la même vitesse, c'est à dire que plus elle est grande & plus elle souffre de diminution par la resistance de l'air.

Comme si nous entendons qu'un mobile porté suivant la direction horizontale A B, doive parcourir dans un milieu sans resistance par le mouvement imprimé du dehors les espaces égaux, A C, C D, D E, E B en temps égaux; pendant lesquels il doive descendre par le mouvement acceleré de sa pesanteur au long des perpendiculaires C F, D G, E H, B I, pour decrire par sa projection la ligne parabolique A F G H I : Il est constant que dans un milieu resistant comme dans l'air, le mouvement im-

Liv. I. Chap. III. *II. OBJECT.* La force imprimée au mobile n'eſt pas perpetuelle, égale & uniforme.

primé ſuivant la direction de la ligne A B ne lui fera point paſſer des eſpaces égaux en temps égaux ; mais qu'au contraire ces eſpaces diminueront dautant plus qu'il ſera porté avec plus de viteſſe. De maniere que ſi la reſiſtance de l'air eſt capable de diminuer le chemin A C de la longueur par exemple C *c*, enſorte que le mobile au premier temps meſuré par A C, au lieu de ſe trouver en C ſur l'horizontale,



n'arrive qu'à la diſtance A *c* ; ſa viteſſe au point *c* en ſera d'autant diminuée, & elle ſera d'autant moindre que celle qu'il avoit en A que la ligne A *c* eſt moindre que A C ; d'où il arrive que s'il ſe mouvoit du point *c* ſans trouver de reſiſtance, il parcouroit dans le ſecond temps, meſuré par C D, l'eſpace *co* égal à A *c*. Mais à cauſe de l'oppoſition des parties de l'air, il n'arrive qu'à celui de *cd*, ſi le premier dechet *c* C eſt au deuxiéme *d o*, comme la premiere viteſſe en A eſt à la ſeconde en *c*, ou comme A C eſt à A *c*. Ainſi pre-

nant *dp* égale à *cd*, le mobile au troiſiéme temps D E arriveroit ſans reſiſtance en *p*; mais dans l'air il ne vient qu'en *e*, enſorte que le dechet *ep* ſoit au dechet *do* comme la viteſſe en *d* eſt à la viteſſe en *c*, ou comme *de* eſt à *cd*. Enfin ſi l'on fait *eq* égale à *de*, l'on peut voir que le mobile avec ſa viteſſe en *e* parviendroit au quatriéme temps E B en *q* ſans reſiſtance, & que dans l'air il ne vient qu'au point *b*, laiſſant l'eſpace du dechet *bq* qui a même proportion au dechet *ep*, que la viteſſe en *e* eſt à la viteſſe en *d*, ou comme *be* eſt à *de*.

LIV. I. CHAP. III. II. OBIECT. La force imprimée au mobile n'eſt pas perpetuelle, égale & uniforme.

De ſorte que ſi nous ſuppoſons que dans le premier temps A C le mobile ſoit arrivé par le mouvement de l'impulſion externe ſuivant la ligne horizontale A B au point *c*, & par celui de ſa peſanteur à la longueur A K ou *cf* ſur la perpendiculaire; Qu'en deux temps A D, il ſoit en *d* ſur l'horizontale, & en L ou *g* ſur la perpendiculaire; Qu'en trois temps A E, il ſoit parvenu horizontalement en *e*, & en M ou *h* ſur la perpendiculaire; Et qu'enfin en quatre temps A B il ſoit arrivé en *b* ſur l'horizontale par le mouvement imprimé, & en N ou *i* par l'acceleré de ſa peſanteur: L'on peut voir que par la compoſition de ces deux mouvemens, il aura decrit par ſa projection la ligne courbe A *fghi*, qui eſt fort élognée de la parabolique de l'ypotheſe A F G H I.

Liv. I.
Chap. IV.
III. Obiect.
La resistance de l'air altere les proportions du mouvement causé par la pesanteur.

CHAPITRE IV.

III. OBIECTION.

La resistance de l'air altere les proportions du mouvement causé par la pesanteur.

L'On peut raisonnablement conjecturer que la même resistance des parties de l'air, n'apporte pas moins de changement au mouvement de la pesanteur qui se fait sur les perpendiculaires, dont il altere considerablement les proportions. Il seroit autrement mal aisé d'expliquer plusieurs experiences que l'on a faites: comme de dire pour quelle raison une fleche tirée perpendiculairement met moins de temps à monter qu'à descendre, & fait en tombant sur une matiere molasse moins d'impression à sa chûte de quelque hauteur que ce puisse être, que lors qu'elle est tirée de prés sur la même matiere? D'où vient qu'une balle de pistolet tirée sur le pavé de haut en bas à plomb de la hauteur de plus de trente toises, se trouve moins écachée & moins froissée, que lors qu'elle est tirée sur le même pavé de la hauteur seulement de huit ou dix pieds? & diverses autres de cette nature, dont on donne des raisons assez probables par la resistance de l'air.

Car si nous entendons que la fleche portée

dans un milieu ſans reſiſtance avec la force qui lui a été imprimée par le decochement de l'arc, monte à une hauteur determinée ; nous pourrons dire que tombant enſuite dans le même milieu, elle acquerra par le mouvement acceleré de ſa peſantur une force pareille à celle qui lui avoit été premierement imprimée, c'eſt à dire capable de la faire remonter à la même hauteur ; Que les eſpaces qu'elle parcourra en montant ſeront reciproquement les mêmes que ceux qu'elle paſſera en temps égaux en deſcendant ; Et que le temps qu'elle mettra à deſcendre ſera preciſement égal à celui qu'elle a employé à monter.

LIV. I. CHAP. IV. *III. OBJECT.*: La reſiſtance de l'air altere les proportions du mouvement cauſé par la peſanteur.

Mais ſi la fleche portée dans l'air perd autant de ſa force imprimée qu'il faut qu'elle en communique aux parties de l'air qu'elle doit detourner pour paſſer ; il eſt conſtant qu'en montant elle n'arrivera qu'à une hauteur qui ſera moindre que la premiere ; Et que deſcendant enſuite de cette hauteur, le mouvement de ſa peſanteur ne pourra par conſequent lui faire aquerir qu'une force qui ſera moindre que celle de l'arc, quand même elle deſcendroit dans un milieu ſans reſiſtance. D'où vient que celle qu'il aquiert dans l'air à la fin de ſa chûte doit être notablement plus petite & faire beaucoup moins d'impreſſion ſur une matiere molaſſe, que lors qu'elle eſt tirée de prés avec la même impreſſion de l'arc.

Liv. I.
Chap. IV.
III. Objection.
La resistance de l'air altere les proportions du mouvement causé par la pesanteur.

Maintenant les forces & les vitesses étant proportionelles, si la fleche dans l'air à moins de force en descendant qu'elle n'en avoit par l'impression de l'arc en montant ; il paroît qu'elle descend avec moins de vitesse : & comme elle passe des espaces égaux en l'un & en l'autre, elle doit necessairement emploïer plus de temps à parcourir celui de la descente qu'elle n'en aura mis à passer celui de la montée qu'elle aura parcouru avec plus de vitesse.

C'est aussi de cette maniere que l'on peut expliquer la difference qui se trouve entre deux coups de pistolet, dont l'un est tiré en bas à plomb d'une grande hauteur comme de trente toises, & l'autre à la distance seulement de huit ou dix pieds. Car s'il passoient tous deux dans un milieu sans resistance, il y a apparance que la force qui a été également imprimée par le feu à l'un & à l'autre, dureroit toûjours sans alteration & passeroit des espaces égaux dans des temps égaux, & que de plus arrivant à cette force externe un nouvel accroissement de vitesse imprimée par la pesanteur à chaque momoment de la chûte ; il est constant que la force & la vitesse d'une balle de pistolet tirée d'une grande hauteur seroit beaucoup plus grande que celle de la balle tirée de prés : car l'une & l'autre ayant toûjours la même impression du feu, la premiere auroit encore au pardessus de la seconde,

conde, la force & la viteſſe qu'elle auroit aquiſe dans tout le temps qu'elle auroit mis à paſſer un plus grand eſpace en tombant.

LIV. I. CHAP. IV. *III. OBIECT.* La reſiſtance de l'air altere les proportions du mouvement cauſé par la peſanteur.

Ce qui n'arrive pas dans l'air dont les parties, devant être chaſſées pour donner paſſage à la balle, derobent à chaque moment une portion ſi conſiderable de ſa viteſſe, tant de celle qui lui eſt imprimée par le feu que de celle qui lui vient de ſa peſanteur, que le composé de l'une & de l'autre ſe trouve à la fin moindre que celle qu'il avoit reçû du feu dans le commencement de ſa chûte, c'eſt à dire que celle de la balle tirée d'une petite diſtance.

C'eſt ce qui fait preſumer que cette balle de piſtolet tombant dans l'air de quelque hauteur que ce puiſſe être, ne pourroit jamais parvenir, par la ſeule impreſſion de ſa peſanteur, à un degré de viteſſe & de force pareil à celui que le feu du piſtolet lui imprime ; y ayant peu d'apparance que la reſiſtance de l'air lui permette jamais d'aquerir d'elle-même une force, qui lui étant une fois imprimée d'ailleurs, lui eſt ſi facilement & en ſi peu de temps ôtée par la même reſiſtance.

Au contraire on peut dire vrai-ſemblablement que chaque corps ſelon ſon poids, ſa matiere, & ſa figure, à dans chaque milieu un certain degré de viteſſe determiné à laquelle il peut arriver en tombant; Aprés quoy ſe trouvant, pour

Liv. I. Chap. IV. *III. Object.* La resistance de l'air altere les proportions du mouvement causé par la pesanteur.

ainsi dire, en équilibre avec la resistance du milieu, il cesse de recevoir accroissement de vitesse, & son mouvement devient peut-être alors égal & uniforme; au moins tant qu'il trouve de l'uniformité dans les parties du milieu : Qui par leur constipation peuvent à la fin devenir assez fortes pour, non seulement diminuer, mais même pour faire entierement cesser le mouvement du corps tombant.

Et c'est en ce sens que l'on peut en quelque maniere appeller surnaturelle, la vitesse qu'une force externe imprime au corps, lors qu'elle est plus grande que celle qu'il peut naturalement aquerir en tombant; c'est à dire lors qu'elle surpasse ce degré determiné, au dela duquel l'action de sa pesanteur ne lui donne plus d'acroissement de vitesse. Ainsi cette force & cette velocité que le feu du pistolet confere à la balle, lui est en quelque façon surnaturelle, puis qu'elle est plus grande que celle que la resistance de l'air lui peut permettre d'aquerir dans sa chûte à quelque hauteur que ce soit.



CHAPITRE V.

IV. OBIECTION.

Deux mouvemens differens n'entrent point en composition l'un avec l'autre sans alteration.

OUTRE ces difficultez qui detruisent les hypotheses sur lesquelles la doctrine de la projection est fondée, l'on peut encore ajouter qu'il est malaisé de comprendre que deux mouvemens si differens comme sont l'égal & uniforme, & celui qui est uniformement acceleré, puissent entrer en composition l'un avec l'autre sans donner ny recevoir aucune alteration; C'est à dire que chacun d'eux agisse, dans la composition, en la même maniere qu'ils agiroient s'ils étoient separez, & que l'égal conserve son égalité dans sa direction & l'acceleré ses degrez d'acceleration proportionée selon la ligne perpendiculaire.

Liv. I. Chap. V. IV. OBIECT. Deux mouvemens differens n'entrent point en composition l'un avec l'autre sans alteration.

Ce qui est même assez contraire à l'experience: car dans cette hypothese un corps pesant feroit toûjours autant de chemin en tombant par le mouvement acceleré sur les perpendiculaires, soit qu'il fut emporté d'un mouvement imprimé du dehors avec quelque degré de vitesse que ce puisse être, soit qu'il ne se ressentit d'aucune autre impression que de celle de sa pesanteur;

Liv. I. Chap. V. *IV. Object.* Deux mouvemens differens n'entrent point en composition l'un avec l'autre sans alteration.

& partant un mobile mettroit juſtement à arriver à terre d'une certaine hauteur en tombant ſeulement de ſon propre poids, qu'il en mettroit étant emporté d'une impreſſion horizontale par laquelle il pût faire un tres grand chemin. C'eſt à dire que comme un boulet de Canon ne met, par exemple, que la moitié d'une ſeconde de temps à tomber de ſon propre poids de la hauteur de trois pieds ; il devroit arriver à terre dans le même temps partant d'une piece élevée de trois pieds & pointée horizontalement, qui ſeroit capable de le chaſſer à longueur de huit cens toiſes : ce qui eſt abſurde. Car toutes les experiences font conoître que ces portées horizontales tirées d'une certaine hauteur, emploient toûjours plus de temps avant que d'arriver à terre, qu'il n'en faudroit au boulet pour tomber cependant d'une hauteur quatre fois, & même en certain cas dix fois plus grande.

Ceci ſe reconoit encore dans les jets d'eau, & le pere Merſene dit à ce ſujet dans ſes hydrauliques, que le Dragon de Ruel, (qui eſt un jet qui ſe tourne de toutes parts,) êlevé de quatre pieds ſur l'horizon, jettoit l'eau ſuivant la direction horizontale à trente pieds de diſtance en deux ſecondes de temps ; pendant lequel l'eau ſeroit deſcenduë par le ſeul mouvement de ſa peſanteur, de la hauteur perpendiculaire de plus de quarante huit pieds. Car

comme les eſpaces parcourus du mouvement acceleré ſont entr'eux comme les quarrez des temps, s'il eſt vray, comme on le voit par l'experience, qu'un mobile tombe de la hauteur de trois pieds perpendiculaires en une demi ſeconde de temps ; En deux ſecondes c'eſt à dire en un temps quadruple du premier, il doit tomber d'une hauteur ſeize fois plus grande c'eſt à dire de celle de quarante huit pieds.

LIV. IV. CHAP. V. Deux mouvemens differens n'entrent point en compoſition l'un avec l'autre ſans alteration.

Les arquebuſes rayées tirées debut en blanc portent juſte à la longueur de cent toiſes dans le temps d'une ſeconde, dont la balle devroit neanmoins tomber à terre à la moitié du chemin, ſi l'effet de ſa peſanteur n'étoit pas ſuſpendu par la force de l'impulſion de la poudre.

CHAPITRE VI.

V. OBIECTION.

Les eſpaces parcourus par le mobile tombant ne ſont peut être pas dans la proportion des quarrés des temps de la chûte.

CHAP. VI. *V. OBIECTION.* Les eſpaces parcourus par le mobile tombant ne ſont peut-être pas dans la proportion des quarrés des temps de la chûte.

LA figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection ſe trouveroit fort alterée, & toutes les conſequences que l'on en tire ; ſi les eſpaces qu'un mobile parcourt par le mouvement acceleré de ſa peſanteur, étoient entr'eux comme les ſinus verſes ; ou s'ils ſui-

LIV. I. CHAP. VI. V. OBIECTION. Les eſpaces parcourus par le mobile tom. bant ne ſont peut-être pas dans la proportion des quarrés des temps de la chûte.

voient quelque autre proportion differente de celle des quarrez de temps, comme il eſt ſuppoſé pour produire la ligne parabolique. Et comme il n'a pas juſqu'ici paru de demonſtration de cette hypotheſe, il y a lieu d'en douter; Dautant plus que ces differentes opinions ont été avancées & ſont encore ſoûtenuës par des hommes de grande reputation.

CHAPITRE VII.

VI. OBIECTION.

Cette Theorie eſt ſouvent contraire à l'experience.

CHAP. VII. V I. OBIECT. Cette Theorie eſt ſouvent contraire à l'experience.

ENFIN ce qui peut le plus embaraſſer dans ce ſyſteme, c'eſt qu'en pluſieurs cas il eſt fort contraire à l'experience. Car ſans s'arrêter à celles qui peuvent avoir donné lieu aux regles d'Ufano, de Galée, & des autres dont il a été parlé dans la premiere partie; il eſt certain qu'un mouſquet qui chaſſera par exemple à la longueur de trois cens ſoixante toiſes à toute volée, portera cent toiſes de but en blanc, c'eſt à dire plus du quart de ſa plus grande portée: Au lieu que ſuivant les tables de cette hypotheſe il ne devroit point chaſſer du tout étant tiré horizontalement; Et qu'à l'élevation d'un degré il ne devroit porter gueres plus loin qu'à la trentiéme partie de la même portée, & à la quinzié-

me élevé de deux degrez ; Et qu'enfin pour le faire chasser à celle de cent toises, lors qu'à 45 degrez il porte à trois cens soixante to., Il faudroit le tirer sous la direction de huit degrez. De sorte qu'un soldat qui croiroit tirer son mousquet à la hauteur de son œil, le tiendroit élevé au pardessus à la hauteur de huit degrez sans le conoître. Ce qui est absurde.

LIV. I. CHAP. VI. VI. OBJECT. Cette Theorie est souvent contraire à l'experience.



LIVRE DEUXIE'ME.

Réponses aux Objections proposées contre la Theorie.

Liv. II. Réponses aux Objections proposées contre la Theorie.

VOILA la plus grande & la plus importante partie des raisons que l'on apporte contre les suppositions sur qui nous avons fondé la doctrine des projections que nous avons expliquée ; Ausquelles nous allons repondre à peu prés dans le même ordre qu'elles ont été proposées.

CHAPITRE PREMIER.

Réponse à la premiere Objection.

Chap. I. Réponse à la premiere objection.

L'ON ne peut rien nier dans la premiere ; étant tres-veritable (à le prendre à la rigueur ,) que les lignes horizontales , c'est à dire également distantes du centre de la terre en toutes leurs parties , sont des arcs de cercle & ne peuvent jamais être lignes droites ; & que les perpendiculaires , c'est à dire celles qui tendent au même centre , ne sçauroient jamais être paralleles. Et qu'ainsi la ligne de projection d'un corps pesant , supposé même que le mouvement,

imprimé

imprimé fut égal & uniforme & celui de la pesanteur uniformement acceleré, ne peut être ligne parabolique, mais bien une espece de spirale.

Liv. II. Chap. I. Reponse à la premiere objection.

Il n'y a rien, dis-je, de plus certain que ce raisonement pris dans la severité des demonstrations Geometriques; Mais si l'on considere la distance qu'il y a entre le centre de la Terre & le lieu où nous faisons nos projections, & le peu d'étenduë de ces mêmes portées en comparaison de sa surface : l'on ne pourra pas trouver mauvais que nous fassions les mêmes hypotheses qu'Archimede a faites sur un sujet de pareille nature, lors que dans son livre *des Equiponderans* & dans celui *de la Quadrature de la parabole*, il a supposé que le joug de la balance posée horizontalement fut une ligne droite, & que les cordes, ausquelles les poids pendans aux bouts de la balance sont attachez, fussent paralleles entr'elles; Quoy qu'en effet le joug horizontal soit portion de cercle & les cordes perpendiculaires, soient lignes qui se rencontrent au centre de Terre.

Cependant comme les consequences qu'Archimede à tirées de ses suppositions, qui sont d'une verité incontestable dans la Theorie, rapportées à la Pratique des plus grandes mesures qui soient parmi nous, reçoivent si peu d'alteration, (pour ne pas dire point du tout,

Liv. II. Chap. I. Reponſe à la premiere objection.

au moins qui ſoit ſenſible :) Perſonne n'a fait difficulté de les admettre ; Et c'eſt ſur ce fondement que nous avons la plûpart de nos plus belles conoiſſances de Mecanique.

A ſon exemple nous pouvons bien ſuppoſer la même choſe. Et comme on ne peut nier que les projections qui ſeroient faites horizontalement dans une diſtance *infiniment* élognée du centre de la Terre, (dans laquelle la ligne de direction horizontale du mouvement imprimé du dehors ſeroit une ligne droite , & les perpendiculaires du mouvement de la peſanteur du mobile ſeroient des lignes paralleles,) ne ſoient lignes paraboliques : l'on ne peut auſſi raiſonablement diſputer que les projections qui ſe font parmi nous, mêmes les plus grandes & des plus grandes hauteurs , ne ſoient de la même nature ; s'il n'y a point de difference , ou ſi celle qui s'y rencontre eſt telle qu'il ſoit impoſſible de s'en appercevoir.

Or il eſt vray que poſant qu'il fut poſſible qu'une piece d'Artillerie , pointée horizontalement ſur une montagne de cent toiſes de haut au deſſus du niveau d'une Campagne , chaſſât à la longueur d'une de nos lieuës ordinaires de 2500 toiſes , qui eſt la plus grande diſtance que l'on puiſſe s'imaginer pour la portée d'une piece pointée horizontalement : les perpendiculaires tirées des extremitez de cette longueur,

ne ſe raprochent pas de la grandeur de ſix pouces dans toute cette étenduë d'une lieuë & dans la hauteur de cent toiſes.

LIV. II. CHAP. I. Reponſe à la premiere objection.

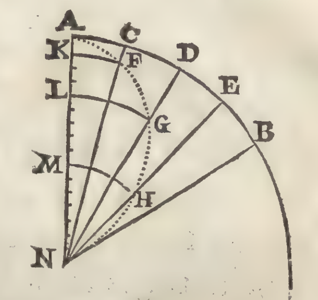
Ainſi je laiſſe à juger ſi trouvant par le calcul des tables faites ſur la nature de la ligne parabolique, qu'une portée dût être de 2500 toiſes; il arrivoit que cette portée par l'experience n'arrivât qu'à la longueur de 2499 toiſes 5 pieds & 6 pouces & demi; l'on en devroit plûtot imputer la faute à l'inclination des perpendiculaires qu'à toute autre raiſon : vû même qu'il eſt moralement impoſſible de s'aſſûrer juſqu'à ce point de l'exactitude de la meſure actuelle dans une ſi grande étenduë.

Ce que je dis de ſix pouces dans cette ſuppoſition qui ne vient peut-être jamais en pratique, ne monte pas à ſix lignes aux projections de cent toiſes de longueur ſur vint toiſes de hauteur, & vient abſolument à rien dans nos portées ordinaires.

C'eſt à dire que bien que la ligne de la projection d'un mobile ſoit veritablement une helice ou ſpirale du ſecond genre dans toute ſon étenduë, à le prendre depuis le point du depart juſqu'à celui du centre de la Terre, (au cas que le chemin lui fut ouvert;) il eſt auſſi tres vray que la portion de cette helice, qui eſt coupée dans ſon commencement par la ſurface de la terre que nous habitons, eſt tellement ſem-

Liv. II. Chap. I.
Réponse à la premiere objection.

blable à la ligne parabolique, que l'on peut hardiment prendre l'une pour l'autre, sans craindre de faire erreur qui puisse jamais devenir sensible dans nos pratiques.



Comme dans la figure qui a êté raportée cy devant. Quoy que toute la ligne AFGHN de la projection d'un mobile depuis le point du depart A êlevé, par exemple, de la hauteur AK sur l'horizon KF, jusqu'au centre de la Terre N, soit une helice ou spirale; Sa portion neanmoins AF coupée dans son commencement par la surface de la terre KF, sur laquelle la projection est terminée, est tellement semblable à la ligne parabolique que, même supposé que la hauteur AK fut de cent toises, & l'horizontale AC d'une lieuë ou de 2500 toises; la portée KF qui, dans l'hypothese que AF soit parabolique, est aussi de 2500 to., n'en est pas élognée de six pouces dans l'helice, dans laquelle elle est de 2499 to. 5 pieds $6\frac{1}{2}$ pouces. La même KF ne sera point differente de l'horizontale AC de six lignes, si AC est supposée de cent toises & AK de vint to.; Car KF sera de 999 to. 5 pieds 11 pouces $6\frac{1}{5}$ lignes. Ce qui s'évanoüit entierement aux projections ordinaires dont les portées ne sont pas si grandes, non plus que les hauteurs au dessus du niveau.

Liv. II.
Chap. II.
Réponse à la seconde objection.

CHAPITRE II.

Réponse à la seconde objection.

IL ne seroit pas plus raisonnable de contester la seconde des raisons, que l'on apporte contre nôtre hypothese, pour expliquer les alterations que la resistance de l'air peut apporter au chemin que doit faire un mobile poussé d'une force externe, dont nous avons supposé les espaces égaux qui sont parcourus dans des temps égaux. Car il est vray qu'un mobile ne sçauroit detourner les parties de l'air qu'il rencontre dans son passage, sans leur imprimer du mouvement & sans diminuer par consequent la vitesse de celui qui lui a été imprimé du dehors.

Il est donc tres veritable que, (raisonant à toute rigueur,) les espaces qu'ils parcourent dans des temps égaux, avec une vitesse qui diminuë continuellement, ne peuvent point être égaux: & que, supposé même que le mouvement de la pesanteur qui se fait par les perpendiculaires, suivit toûjours les loix du mouvement uniformement acceleré; la ligne neanmoins de la projection, qui nait de la composition de ces deux mouvemens, ne sçauroit être ligne parabolique. Reste donc à considerer de combien les projections qui se font parmi nous, où la resistance

Liv. II. Chap. II. Réponse à la seconde objection.

de l'air s'oppose au passage du mobile & en altere le mouvement, sont differentes de celles qui se feroient avec la même direction & les mêmes degrez de vitesse dans un milieu sans resistance.

Il est difficile, (pour ne pas dire impossible,) de parler avec science & certitude de tous les effets de la resistance en general, à cause de son irregularité presqu'infinie; agissant en mille manieres differentes sur les mobiles, non seulement suivant les differences de leur pesanteur, de leur matiere, de leur figure, de leur direction, de la vitesse & de la durée de leur mouvement, & des espaces qu'ils parcourent, ainsi que nous avons dit cy-devant; mais même suivant la difference des parties du milieu qui la causent, leur rareté ou densité, leur dureté ou mollesse, leur tenacité, leur poids, leur configuration, leur ressort, leur situation, leur repos ou leur agitation, & la facilité ou la difficulté qu'elles ont à recevoir l'impression des causes externes & à la conserver long temps ou la perdre aussi-tôt qu'elles l'ont receuë.

Toutes ces differences, qui sont cause, comme j'ay dit, que l'on ne peut pas faire une science complete sur ce sujet, n'empêchent pas neanmoins que l'on ne sçache que les corps pesants, de figure ronde, & dont la vitesse n'est pas excessive, sont ceux qui se ressentent le moins de

cette resistance, lors qu'ils sont portés dans un milieu rare comme est celui dans lequel nous faisons nos projections ordinaires, c'est à dire dans l'air. Et qu'ainsi ces projections & particulierement celles des Bombes, à qui le feu du mortier n'imprime point de vitesse demesurée, qui sont rondes, d'un assez grands poids & qui ne sont pas portées dans des distances excessives, sont du nombre de celles qui se trouvent le moins alterées; Et si on les examine de prés, on trouvera que la ligne qu'elles traçent dans l'air par leur passage est tellement semblable à la parabolique, que l'on peut dire hardiment que l'alteration qu'elles reçoivent de la resistance du milieu est absolument insensible.

LIV. II. CHAP. II. Réponse à la seconde objection.

Car, (à le bien prendre,) la petitesse & le peu de durée des mouvemens que nous pouvons imprimer par artifice aux mobiles & que nous pratiquons ordinairement parmi nous, font que l'on ne se peut presque point appercevoir qu'ils sont retardez ou arrêtés par les empechemens du dehors; Entre lesquels celui de la resistance du milieu dans lequel se fait le mouvement est le plus considerable.

La force & l'énergie de la resistance de l'air se fait principalement conoître sur les mobiles en deux rencontres, l'une en ce qu'elle altere plûtôt & plus considerablement le mouvement de ceux qui ont peu de poids, que de ceux qui

LIV. II. CHAP. II. Réponse à la seconde objection.

sont plus pesans. L'autre est à l'égard des mobiles semblables, égaux & de même pesanteur, mais qui sont portez avec des vitesses differentes, sur qui la resistance de l'air fait d'autant plus d'impression que leur mouvement se fait avec plus de velocité. Voici neanmoins deux observations de Galilée, qui font voir que même dans ces deux cas, ce que la resistance de l'air peut changer aux mouvemens que nous pouvons imprimer par nos artifices aux mobiles qui se meuvent dans les distances & avec les vitesses qui sont ordinaires parmi nous, est tres-peu de chose.

La premiere est de deux corps de même figure & de même grandeur, mais de differentes pesanteurs comme sont deux balles de même grosseur dont l'une soit de bois & l'autre de fer ou de plomb, qui sera par consequent, dix ou douze fois plus pesante que l'autre, Lesquelles il faut laisser tomber en même temps d'une même hauteur, comme de celle de cinquante toises, qui est un espace assez grand pour donner lieu à la resistance de l'air de faire remarquer la difference de son action sur des pesanteurs tellement élognées l'une de l'autre. Car s'il est vray qu'elle agisse peu sur le plomb, & beaucoup sur le bois, le plomb doit en tombant laisser le bois beaucoup en arriere, & être à terre un temps considerable avant l'autre, Ce qui n'arrive

pourtant

pourtant point, car lors que le plomb touche à terre, le bois n'en eſt pas élogné de la hauteur de dix ou douze pouces, c'eſt à dire de plus de la trois centiéme partie de toute la hauteur de la chûte, bien loin d'en être élogné de la dixiéme, comme il arriveroit ſi les viteſſes & les eſpaces êtoient, comme dit Ariſtote, proportionez aux peſanteurs des mobiles qui tombent.

LIV. II. CHAP. II. Réponſe à la ſeconde objection.

Cependant la viteſſe que ces deux mobiles aquierent par le mouvement uniformement acceleré tombant de la hauteur de cinquante toiſes, & qui eſt à peu pres la même en l'un & en l'autre, eſt aſſez grande pour faire parcourir à chacun d'eux un eſpace de cent toiſes d'un mouvement égal & uniforme dans un temps égal à celui de leur chûte, c'eſt à dire dans le temps d'environ cinq ſecondes. Elle eſt même aſſez grande pour être comparée à celle des mouvemens que nous pouvons imprimer par artifice aux mobiles, puis que celle-la même que le feu donne à la balle d'une arquebuſe qui lui fait parcourir prez des mêmes cent toiſes en une ſeconde, n'eſt pas cinq fois plus grande que celle-ci. Ce qui fait voir que puiſque, dans une ſi grande viteſſe, dans un ſi grande eſpace & dans une ſi grande difference de peſanteur, il y a ſi peu de difference d'étenduë de portée dans un même temps; l'on ne doit pas preſumer que la reſiſtance de l'air apporte de grands changemens

Liv. II. Chap. II. Réponse à la seconde objection.

dans les mouvemens de nos projections ordinaires.

L'autre est pour faire voir que l'empechement qu'un mobile reçoit de la resistance de l'air, lors qu'il se meut avec beaucoup de vitesse, n'est gueres plus grand que celui qu'il ressent quand il est mû plus lentement. Suspendez, dit-il, deux balles de plomb égales & de même figure à deux filets de même longueur comme de six ou sept pieds, dont les bouts soient attachez au plancher; Puis élognez en même temps les deux balles de leur état perpendiculaire où elle se trouvent quand elles sont en repos, mais en maniere que l'une s'en élogne de 80 degrez ou même plus, & l'autre seulement de 4 ou 5 degrez: Ensorte que les laissant dans la liberté de leur mouvement la premiere decrive de tres-grands arcs comme de 160: de 150: de 140: degrez & ainsi de suite en diminuant peu à peu; L'autre au contraire ne passe que de petits arcs comme de 8: de 6: de 4: degrez en les diminuant aussi petit à petit.

Vous remarquerez, dit-il, premierement que la vitesse de l'un est seize ou dixhuit fois plus grande que celle de l'autre; Et que si la resistance de l'air retardoit beaucoup plus le mobile lors que sa vitesse est grande que lors qu'il se meut plus lentement, Elle devroit se faire ressentir davantage sur la balle qui passe de si

Réponse à la seconde objection.

grands arcs, & rendre par consequent ses vibrations (c'est à dire ses allées & ses retours) plus rares & moins frequentes que ne sont les vibrations de la balle qui passe des petits arcs. Ce qui pourtant, n'arrive point : car l'experience nous fait conoître que ces vibrations des balles pendantes à des filets de même longueur se font si justement dans les mêmes temps, soit que l'une passe des arcs cent fois, pour ainsi dire, plus grands que l'autre, que si deux personnes se donnent le soin de les conter chacune à part, elles se trouveront toûjours ensemble dans les mêmes nombres, sans trouver aucune difference non seulement aprés les avoir contées par centaines, mais même dans celles qui sont repetées mille & mille fois.

Ce n'est pas que l'on n'y puisse à la fin trouver du changement : Car nous sçavons par l'experience des horloges à pendules, que leurs vibrations sont un peu plus frequentes & qu'elles vont tant soit peu plus vîte lors que le ressort est à sa fin & qu'il ne peut donner que tres-peu de mouvement à la pendule, que lors qu'étant dans sa force il lui fait decrire des grands arcs ; Mais cela ne se conoît qu'avec beaucoup de temps. Et l'on peut de ces experiences tirer une consequence assurée que l'effet de la resistance de l'air sur les mouvemens que nous pratiquons ordinairement parmi nous, est peu de chose.

LIV. II. CHAP. II. Réponse à la seconde objection.

J'ajouteray à ces raisonemens que posé même qu'il fut vrai, que l'air pût apporter une alteration considerable au mouvement des projections, & qu'il y eut beaucoup de difference entre l'étenduë d'un jet fait dans un milieu sans resistance & celle d'un autre jet fait dans l'air avec la même impression de vitesse: l'on ne pourroit pas pour cela tirer aucune consequence contraire aux pratiques que nous avons enseignées dans la seconde partie de ce discours. Ce que l'on feroit avec justice si la resistance de l'air n'agissoit pas uniformement & de la même maniere sur tous les mobiles égaux, semblables & de même poids, & poussez d'une même vitesse sous quelqu'angle de direction que ce puisse être : Ou si dans les regles que nous avons proposées, nous avions comparé les portées qui se font dans l'air avec celles qui se feroient dans un milieu sans resistance.

Mais il n'y a rien de semblable dans nos suppositions; Et toutes nos regles & les Tables mêmes qui sont construites pour cet effet, ne considerent que les étenduës des projections des mobiles qui se font dans un même milieu, c'est à dire dans l'air, avec la même impression de force; sans relation à ce qui leur arriveroit dans quelque autre milieu que ce puisse être. Car nous avons toûjours supposé que l'on fit une épreuve de la piece ou du mortier dont on veut

ſe ſervir ſous la direction d'un angle conû, & que l'on meſurât l'étenduë de la portée avec toute la juſteſſe & la preciſion poſſible, enſorte que l'on pût s'appuyer aſſurement ſur la certitude de cette experience; Appellant cette portée *premiere & fondamentale*; à laquelle il faut rapporter tous les autres jets que l'on auroit à faire avec la même piece ou mortier, chargé de la même maniere & ſous la direction de tout autre angle propoſé.

Réponſe à la ſeconde objection.

Ainſi l'on peut dire avec beaucoup d'apparance que ces mobiles ſe reſſentant également de la reſiſtance du milieu, conſervent entr'eux de fort prés la même proportion pour la figure, la durée & l'étenduë de la ligne qu'ils decrivent dans leur paſſage, qu'ils auroient s'ils ne trouvoient aucun obſtacle dans leur chemin. Ce qui eſt ſi conforme à l'experience que dans les jets d'Eau même qui par le peu de peſanteur & par la fluidité de la matiere, ſe reſſentent beaucoup de l'effort de la reſiſtance de l'air, l'on remarque que l'étenduë de ceux qui ſe font ſous l'angle de 45 degrez, eſt double de la hauteur des perpendiculaires, ou s'approche de ſi prés de ces meſures que dans les jets de ſix pieds de haut la difference ne ſera pas de quatre lignes.

Ce n'eſt pas que l'on ne ſe puiſſe appercevoir de cette difference dans les autres jets dont les portées devroient, ſuivant les regles, être égales,

Liv. II.
Chap. II.
Réponse à la seconde objection.

quoy que le chemin qui se fait dans l'un soit plus grand que celui qu'il parcourt dans l'autre; je veux dire dans les portées des projections qui se font sous des angles également élognez au dessus ou au dessous de demi-droit. Car il est vray que celles qui s'approchent le plus de la perpendiculaire & dont les élevations sont au dessus, ayant plus de chemin à faire que celles qui s'approchent plus de l'horizontale & dont les élevations sont au dessous, se ressentent plus de la resistance de l'air, & sont par consequent tant soit peu plus courtes que les autres.

A quoy l'on doit peut-être rapporter les experiences que Louïs Collado Ingenieur du Roy d'Espagne dont nous avons parlé dans la premiere partie de ce discours, raconte des portées d'un fauconeau de trois livres de balle tirées suivant les differens points de l'Equerre; parmi lesquelles, quoy que tres-deffectueuses, l'on ne laisse pas de remarquer qu'au septiéme point la balle chût, comme il dit, plusieurs pas en deça de la portée du sixiéme; au huitiéme elle tomba entre les portées du troisiéme & du quatriéme point, & au neuviéme entre celles du second & du troisiéme; Qui selon les regles devoient tomber le septiéme sur le cinquiéme, le huitiéme sur le quatriéme, & le neuviéme sur la portée du troisiéme point.

Réponse à la troisiéme objection.

CHAPITRE III.

Réponse à la troisiéme objection.

JE me serviray de toutes ces raisons pour repondre à la troisiéme objection que j'ay rapportée cy-devant, par laquelle on pretend que dans la projection d'un mobile, la même resistance de l'air change beaucoup les proportions du mouvement uniformement acceleré que la pesanteur lui imprime. Car quoy qu'il soit vray que chaque corps, suivant son poids, sa figure & sa grandeur, doive avoir dans chaque milieu un degré borné de vitesse, qu'il est capable d'aquerir en tombant d'une hauteur determinée; Qu'au de la de cette hauteur il ne peut plus recevoir d'accroissement de velocité; Et que toute autre vitesse plus grande, imprimée par quelque cause externe au mobile, lui est en quelque façon surnaturelle : l'on ne peut neanmoins nier que les corps solides, ronds & pesans comme sont nos bombes & nos boulets de Canon, ne soient ceux d'entr'eux dont le dernier terme de l'accroissement de vitesse est le plus élogné du commencement de leur chûte, & sur qui l'effet de la resistance de l'air doit moins paroître dans les petites hauteurs comme sont celles de nos projections.

Liv. II. Chap. III. Réponse à la troisiéme objection.

Ainsi, quoy qu'il arrive, comme on dit & comme il y a beaucoup d'apparance, qu'un de ces mobiles en tombant perde à la fin, par la resistance de l'air, la vertu que sa pesanteur lui donne d'augmenter incessament sa vitesse : Comme cela ne lui doit arriver qu'aprés un grand temps & aprés être tombé d'une hauteur extraordinaire, il seroit malaisé de s'appercevoir si-tôt de ce changement, qui ne sçauroit être grand dans les hauteurs où nous faisons ordinairement nos projections.

Ce qui se confirme par les experiences dont le Pere Mersene parle dans sa Balistique & qui sont rapportées dans cette objection ; Car aprés avoir dit, qu'une fleche qui monte en trois secondes de temps à la hauteur de 50 toises, met en suite cinq secondes à descendre ; Et que montant en cinq secondes à une plus grande hauteur, lors que la force de l'arc est plus grande, elle employe sept secondes dans sa descente ; Il assûre qu'il a reconu par des épreuves repetées plus de cent fois que les bombes qui peuvent s'élever à la hauteur perpendiculaire de plus de cent toises, mettent precisement autant de temps à monter qu'à descendre.

D'où l'on peut conjecturer que ce qu'il rapporte des fleches, (s'il est vray qu'il ait pû remarquer si justement la hauteur de leur jet perpendiculaire & le temps de leur montée & de leur

leur descente,) peut provenir, non seulement de la resistance de l'air dont l'effet sur les fleches a été suffisament expliqué dans la troisiéme objection, mais même parce que la pointe de la fleche ayant plus de poids, se porte toûjours en avant la premiere tant qu'elle est en mouvement; Desorte que lors qu'en montant la pointe en haut, elle est parvenuë à la hauteur perpendiculaire où la force imprimée la peut faire monter, il lui faut du temps pour se renverser & pour faire que la pointe se tourne du côté qu'elle doit se mouvoir en descendant, c'est à dire vers le bas. Et quoy que dans ce moment la fleche, à bien parler, ne descende pas encore, ne faisant que changer la situation de ses parties : Ce temps neanmoins étant pris pour celui de la descente, que l'on a accoutumé de conter du moment qu'elle cesse de monter, le fait paroître plus grand que celui de la montée ; quoy qu'en effet ils ne soient pas fort differens l'un de l'autre, non plus que dans le mouvement des Bombes & des autres mobiles ronds, qui étant également pesans en toutes leurs parties, n'ont point de changement à faire entr'elles, & mettent par consequent autant de temps à monter qu'à descendre. D'où l'on peut enfin necessairement inferer que le changement que la resistance de l'air apporte à leur mouvement, n'est point sensible.

LIV. II. CHAP. III. Réponse à la troisiéme objection.

Liv. II. Chap. III. Réponse à la troisiéme objection.

L'on voit par l'une des observations de Galilée que, dans les mobiles de même grandeur & de même figure & qui tombent ensemble de même hauteur, la difference du poids ne fait pas beaucoup de difference de mouvement, puis qu'une balle de bois tombant de la hauteur de trente toises arrive presque aussi-tôt à terre qu'une de plomb, quoy que celle-cy soit dix ou douze fois plus pesante que l'autre. Ce que nous reconoissons encore mieux par les jets perpendiculaires des liqueurs comme de l'eau & du vif argent, qui partant d'une même hauteur de source remontent presqu'à la même hauteur du jet, comme nous l'expliquerons mieux cy-aprés, quoy que l'eau soit plus de treize fois moins pesante que le vif argent. D'où nous pouvons conclure que l'effet de la resistance de l'air, quelque considerable qu'il puisse devenir sur les corps qui tombent de fort haut, n'est pas fort sensible dans les hauteurs où nous pouvons porter les mobiles à qui nous donnons le mouvement par nos artifices.

Au reste, si l'on suppose, comme il est vray semblable, que la resistance du milieu agit également sur des mobiles égaux, semblables & de même poids, pourveu qu'ils soient portez d'une même vitesse; Et que la difference de ses effets depend principalement de la difference du temps que le mobile employe à se mouvoir, ensorte

qu'elle se fasse plus ou mois ressentir selon que le corps mû fait plus ou moins de chemin en quelque direction que ce puisse être : l'on peut dire avec beaucoup d'apparance que nos bombes & nos boulets de Canon, (que nous supposons toujours égaux, semblables, de même poids, & portez d'une même vitesse, qui lui est imprimée par le feu d'une même piece ou d'un même mortier chargé de la même poudre & de la même maniere,) conservent dans l'air les mêmes proportions, pour la difference des portées suivant les differentes inclinations de direction, qu'ils auroient dans un milieu sans resistance : & que l'on peut par consequent se servir des regles & des tables que nous avons rapportées ; quoy qu'à le prendre à la rigueur, elles supposent que le mobile ne ressente aucune alteration par les empechemens externes dans son mouvement.

LIV. II. CHAP. III. Réponse à la troisiéme objection.

Pour regarder la chose de plus prés, il faut considerer que la resistance de l'air agissant sur la projection d'un mobile en deux manieres sçavoir, en retardant l'effet du mouvement uniformement acceleré que la pesanteur lui imprime suivant les perpendiculaires, & en retardant par celui du mouvement égal qui lui a été donné la force de dehors selon la ligne de sa direction : Par la premiere cette resistance agrandit l'étenduë de la portée du jet & par l'autre au contraire

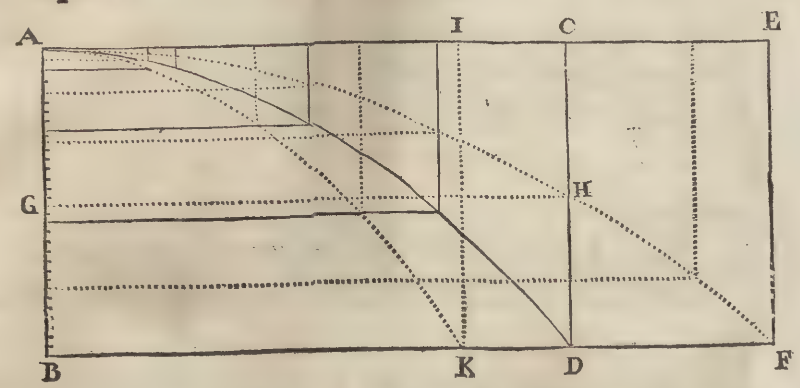
Liv. II. Chap. III. Réponse à la troisiéme objection.

elle la diminuë ; Ainsi l'on peut raisonnablement conjecturer que ces deux empêchemens se detruisent reciproquement l'un l'autre, & que le dernier ôtant de l'ẽtenduë ce que le premier lui ajoute, elle demeure par une espece de compensation dans sa legitime grandeur & telle à peu prés qu'elle seroit dans un milieu sans resistance.

Comme si le mobile partant du point A suivant la direction AC parcouroit dans un milieu sans resistance toute la ligne AC d'un mouvement égal pendant le temps qu'il descendroit par le mouvement uniformement acceleré de toute la hauteur perpendiculaire AB ; Il est constant que par la composition des deux mouvemens, il se trouveroit au point D où la perpendiculaire CD égale à AB rencontre la ligne horizontale BD, aprés avoir décrit dans son passage la ligne parabolique AD. Posons maintenant que la resistance de l'air se fasse seulement sentir sur le mouvement égal du mobile sans toucher à l'uniformement acceleré ; en sorte que dans le même temps qu'il descend du point A en B, il ne parcourre sur ligne de la direction AC que la longueur AI moindre que AC : il est encore évident que par la composition des deux mouvemens, le mobile se trouveroit en K où la perpendiculaire IK égale à AB rencontre la même horizontale BD ; Et que

l'étendüe de la projection BK étant en ce cas diminuée par la resistance de l'air, seroit moindre que l'étendüe BD dela projection dans un

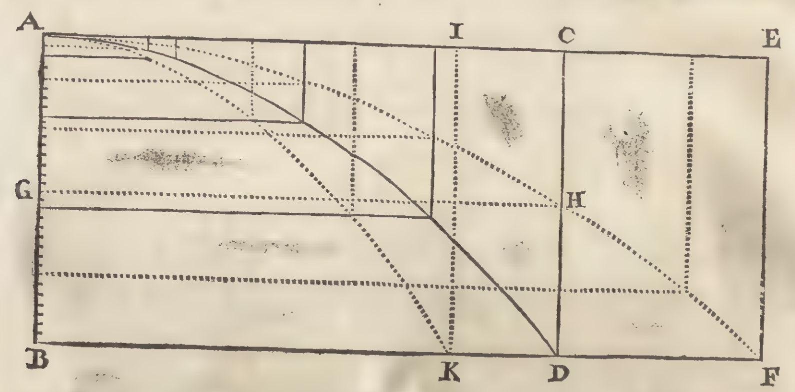
Liv. II. Chap. III. Réponse à la troisiéme objection.



milieu sans resistance. Mais si laissant le mouvement égal suivant la direction AC sans le troubler, nous entendons que la resistance de l'air se fasse seulement sentir sur le mouvement uniformement acceleré de la pesanteur; ensorte que dans le temps que le mobile partant du du point A arrive par le mouvement égal au point C, il ne soit cependant descendu que de la longueur perpendiculaire AG : il paroît que le mobile par la composition de ces deux mouvemens seroit en H, où la perpendiculaire CH égale à AG rencontre la droite GH parallele à l'horizon, aprés avoir decrit la courbe AH; Et que dans le temps qu'il employeroit à descendre le reste de la perpendiculaire GB, pour arriver à l'horizontale BD, il auroit cependant continué sa route suivant la direction AC par

Liv. II. Chap. III. Réponse à la troisiéme objection.

le mouvement égal comme de C en E; afin de se trouver en F où la perpendiculaire EF égale à AB rencontre l'horizontale BD continuée: Et



par ce moïen l'étendue de la projection B F se trouveroit agrandie par la resistance de l'air & plus longue que l'étendüe BD qui se feroit dans un milieu sans resistance.

Puis donc que la resistance de l'air lors qu'elle agit seulement sur le mouvement uniformement acceleré, agrandit l'étendüe du jet, comme au contraire elle la diminüe lors qu'elle retarde seulement l'effet du mouvement égal, & qu'il y a grande apparance que cette resistance agit uniformement sur un même mobile, L'on peut, ce me semble, dire avec quelque fondement de raison que ces deux effets, qui agissant ensemble seroient considerables sur l'étendüe du mobile s'ils se faisoient sentir de même part, deviennent par leur contrarieté insensibles sur la même étendüe; & que l'un lui rendant ce qui

lui eſt ôté par l'autre, elle demeure par cette compenſation dans une eſpece d'équilibre & à peu prés au même état qu'elle ſeroit ſi elle n'étoit aucunement alterée.

LIV. II. CHAP. III. Réponſe à la troiſiéme objection.

CHAPITRE IV.

Réponſe à la quatriéme objection.

CHAP. IV. Réponſe à la quatriéme objection.

LA difficulté qui vient de la compoſition des deux mouvemens dont il eſt parlé dans la quatriéme objection, eſt plus grande. Car bien que l'on puiſſe aſſez bien comprendre ce qui arrive ſur ce ſujet lors que les mouvemens ſont purement matematiques, c'eſt à dire lors que l'on les ſuppoſe parfaitement reglez & incapables d'aucune alteration : il n'en eſt pas de même de ceux qui ſe font parmi nous leſquels, dependant de mille cauſes phyſiques qui nous ſont pour la plus part inconües, ſont par conſequent ſujets à pluſieurs changemens dont il n'eſt pas facile de rendre raiſon.

Ainſi Gallilée pour repondre à la même objection qu'il ſe fait luy-même, excepte premierement des regles de ſa Theorie, les effets prodigieux du mouvement que le feu de la poudre imprime aux balles d'Artillerie, dont la viteſſe eſt, dit-il, ſurnaturelle, parce que le mobile en tombant de quelque hauteur que ce

LIV. II. CHAP. III. Réponse à la quatriéme objection.

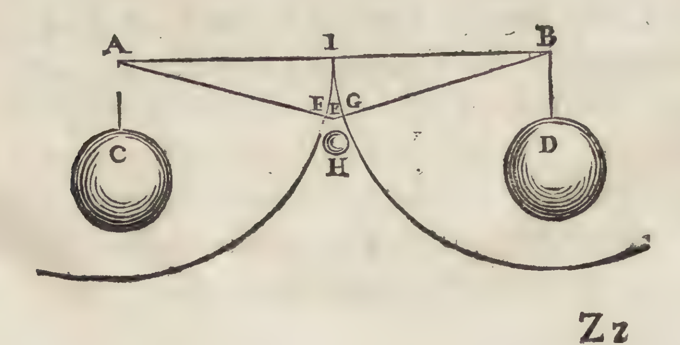
puisse être, ne pourroit jamais naturellement en aquerir une pareille. Il avoüe même qu'il y a quelque apparance que la ligne que decrit la balle d'un mousquet ou d'un Canon, est au moins dans son commencement plus droite qu'il ne faut pour être parabolique & qu'elle ne seroit effectivement si l'impression de sa vitesse n'étoit pas si violente.

Dans un autre endroit, faisant reflexion sur la table des amplitudes des paraboles, que nous avons raportée cy-devant, & dans laquelle il met un o sous les angles de o & de 90 degrez, c'est à dire pour l'étenduë du jet horizontal aussi-bien que du perpendiculaire; Il fait dire à *Sagredo*,) qui est un de ceux qui parlent dans ses Dialogues,) qu'il n'a point de peine à comprendre ce qu'il dit pour le jet perpendiculaire, parce qu'il n'y a point de force quelle qu'elle soit, qui puisse, en portant le mobile suivant cette direction à l'infini, donner au jet aucune autre étenduë que la perpendiculaire : Mais qu'il ne peut pas si bien concevoir, qu'une force quelque grande qu'elle puisse être, ne puisse point porter un mobile horizontalement en ligne droite à une distance si petite que l'on puisse s'imaginer; Et qu'un boulet de Canon comence à descendre au premier moment qu'il sort de la bouche de la piece pointée, comme on dit, de point en blanc, & quitte la ligne de direction sans pouvoir

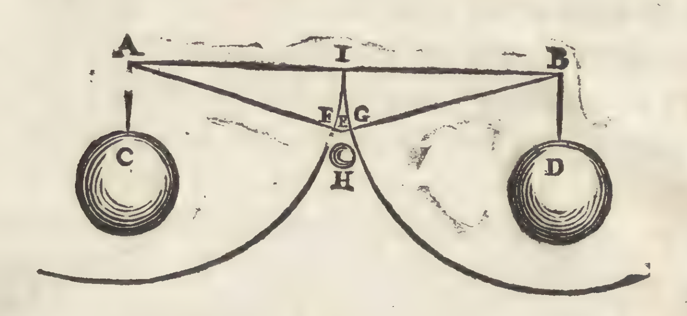
voir aucunement marcher en ligne droite.

Liv. II. Chap. IV. Réponse à la quatriéme objection.

J'assurerois même que cela est, dit-il, absolument impossible, si je n'en étois retenu par un autre accident de la nature, qui n'est pas moins bigearre ny moins surprenant que celui-ci; dont il y a neanmoins une demonstration Geometrique : c'est qu'il n'y a point de force quelle qu'elle soit, qui soit capable d'étendre une corde posée horizontalement en ligne droite. Comme si l'on attache aux extremitez de la corde A B, deux poids C, D quelque grands qu'ils soient; Je dis qu'il ne pourront jamais étendre la corde horizontalement de telle sorte qu'elle fasse une ligne droite A B. Car si l'on entend que le poids de la corde, agissant en I soit égal au poids H; il est constant, par les regles de la Mecanique, que le poids H descendra & fera monter les deux poids C & D toutes les fois que le chemin IE que le poids H fera en descendant aura plus grande raison au chemin EF que les poids C, D feront au même temps en mon-



Liv. II.
Chap. IV.
Réponse à la quatriéme objection.



tant, que les mêmes poids C, D ensemble n'ont au poids de la corde H. Et comme la raison des poids C, D ensemble au poids H, ne sçauroit jamais étre si grande que l'on ne puisse faire un angle comme EAI dont dont la tangente comme IE n'ait encore une plus grande raison à la partie de la secante EF; c'est à dire le chemin du poids de la corde H en descendant, au chemin des poids C, D en montant: il paroît que ces poids ne sçauroient jamais empêcher que le poids de la corde ne descende, ny jamais par consequent l'étendre en ligne droite.

Galilée prend, ensuite de ce raisonement, ocasion de dire que ces deux cas sont si semblables, que ce que l'on demontre de l'un peut être entendu de l'autre sans difficulté: car les deux poids sont à l'égard de la corde qu'ils tirent, comme la vitesse de l'impression est à l'égard du boulet qu'elle emporte horizontalement. Et comme ces poids, quelques pesants qu'ils soient, ne peuvent jamais empecher que le poids

de la corde n'agiſſe & ne la detourne de la ligne droite, où les deux poids la veulent étendre : Ainſi cette impreſſion, quelque violente qu'elle puiſſe être, ne ſçauroit ôter au boulet l'action de ſa peſanteur, par laquelle il ſe detourne de la ligne droite, où l'autre impreſſion le veut porter.

LIV. II. CHAP. IV. Reponſe à la quatriéme objection.

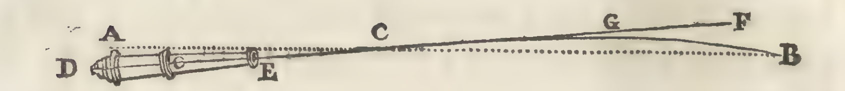
En effet de toutes les raiſons qui ſont à nôtre conoiſſance, il ny en a aucune qui detruiſe cette proprieté de la nature : il faut pour la combatre avoir recours aux experiences comme on a fait dans la quatriéme objection. Surquoy je diray premierement au ſujet de celles que l'on rapporte des boulets de Canon qui tirez horizontalement mettent, comme on dit, beaucoup plus de temps à arriver à terre, qu'ils ne feroient s'ils tomboient ſeulement de leur poids de la hauteur de la bouche de la piece ; Que ces experiences ſont extremement ſuſpectes particulierement en deux choſes, dont l'une eſt pour ce qui regarde la juſteſſe de la direction horizontale de la piece, & l'autre eſt au ſujet de la conduite de la balle qui ne ſuit pas toûjours preciſement cette direction.

La plus part des Canoniers s'imaginent que leur Canon eſt pointé juſtement de but en blanc, lors qu'ayant remarqué quelque endroit oppoſé dans le niveau de leur piece, ils la pointent vers cet endroit en mirant au long du metail & font

Liv. II.
Chap. IV.
Réponse à la quatriéme objection.

enſorte que la ligne de leur veuë paſſant de la culaſſe au bourlet, decouvre le but où il viſent: En quoy ils ſe trompent de beaucoup ; car le niveau de l'ame porte plus haut que cette mire, & fait par conſequent monter le boulet au deſſus de la ligne horizontale.

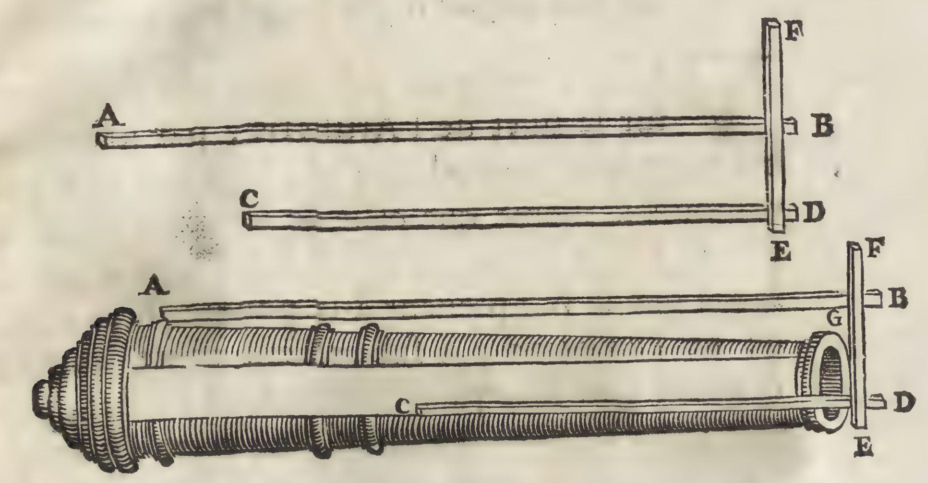
Comme ſi la piece A E eſt pointée vers un point dans le niveau de la piece comme B, enſorte que la ligne de la mire qui paſſe de la culaſſe A au haut du bourlet E decouvre le but B ; il ne faut pas attendre que la balle marche au long de la droite horizontale A B, s'il eſt vray qu'il ſuive la direction de l'ame DE, parce qu'elle



n'eſt point parallele à la droite du raz de metail A C à cauſe que le metail eſt plus foible à la volée ; Ce qui fait qu'elle porte le boulet vers F & le contraint de decrire la courbe E G B pour arriver au point B.

Je ſçay bien que ceux qui veulent pointer juſte ſelon la direction de l'ame de la piece ſe ſervent d'une eſpece d'Equerre faite de trois regles bien droites A B, CD, FE diſpoſées deſorte que CD & FE étant attachées à angles droits, la regle A B ſe hauſſant & baiſſant au long de la regle FE, demeure toûjours parallele à CD.

Car mettant C D dans l'ame de la piece & hauſſant ou baiſſant A B juſqu'à ce que le point A ſoit ſur la mire de la culaſſe, la direction du point Liv. II. Chap IV. Réponſe à la quatriéme objection.



A par B ſera la même que celle de l'ame ; De-ſorte que ſi l'on met quelque choſe de ſtable ſur le bourlet en G qui reponde à la hauteur du point B, l'on aura la ligne de mire A B parallele à celle de l'ame de la piece.

Mais je ſçay auſſi que lors que la piece eſt pointée de cette maniere, il n'arrive jamais qu'elle porte droit au but propoſé dans la diſtance de ſa portée ordinaire de niveau, & qu'il arrive au contraire que le boulet frappe beaucoup plus bas.



Liv. II.
Chap. V.
Reflexions sur le sujet de l'Artillerie.

CHAPITRE V.

Reflexions sur le sujet de l'Artillerie.

VOICI quelques reflexions que j'ay faites sur le sujet de l'Artillerie, par lesquelles on verra que la conduitte de la balle n'est pas toûjours la même que celle de la direction de la piece. Je dis donc qu'il y a beaucoup d'apparance que le feu prenant à la poudre de la charge ne l'embraze pas subitement toute entiere & toute à la fois pour donner au boulet, par une seule & unique impulsion, cette force & cette impetuosité de vitesse avec laquelle il se meut. Au contraire il est bien plus probable que la vehemence de cette impression lui est plûtôt & plus surement communiquée par une infinité de percussions que les petits grains de la poudre allumez successivement lui font ressentir, soit en le poussant directement à mesure qu'ils s'enflament auprés de lui, soit qu'en frappant contre les côtez de l'ame & se reflechissant une infinité de fois dans toute son étenduë, ils viennent aussi se faire sentir au boulet autant de fois qu'ils le rencontrent. Car il n'y a point d'épaisseur de metail qui fut capable de resister à un si grand effort, s'il se faisoit sentir tout à la fois, & en un même endroit ; & les Canons au pre-

mier coup se mettoient en pieces. Outre que leur longueur seroit inutile pour leur portée : Car le boulet ayant une fois receu toute sa force imprimée, seroit toûjours porté à la même distance, soit qu'il sortit d'un Canon ou plus long ou plus court. Ce qui est contraire à l'experience.

LIV. II. CHAP. V. Reflexion sur le sujet de l'Artillerie.

Ceci peut servir de regle pour la proportion que la longueur du Canon doit avoir avec son diametre, laquelle doit être disposée de telle maniere que la poudre de la charge y puisse être precisement allumée tout entiere au moment qu'il vient à en sortir : Car si le Canon est trop court, une bonne partie de la poudre sort avec le boulet sans faire effet, ainsi qu'il arrive souvent & principalement aux pieces qui sont échauffées : & si la piece est plus longue qu'il ne faut, en sorte que la poudre soit toute enflamée avant que le boulet soit arrivé à la bouche ; la force peut être considerablement diminuée par le frottement qu'il fait tout le long du haut de l'ame avant que de sortir.

Comme les Canons qui ont de la longueur ont plus de portée que ceux qui sont courts, à cause que le boulet, avant que de sortir, y donne temps à une plus grande quantité de poudre de s'allumer : l'on peut augmenter de beaucoup la force des Canons courts, en creusant des petits canaux tournez en forme de spirale

Liv. II. Chap. V. Reflexions sur sur le sujet de l'Artillerie.

au dedans de leur ame & poussant avec violence sur la poudre une balle de plomb un peu plus grosse que le diametre du Canon, afin qu'en sortant elle soit contrainte de suivre le contour des canaux de la spirale : Car par ce moïen la balle mettant autant de temps à sortir du Canon quoy que court, qu'elle mettroit à sortir d'un autre Canon qui seroit aussi long qu'un de ces canaux étendus ; Elle fera qu'il s'y allumera autant de poudre qu'il s'y en allumeroit dans l'autre, & que la force y sera également augmentée.

L'on peut encor donner beaucoup de force aux Canons courts en creusant en rond le fonds de leur culasse en forme de campane ou de cloche : car comme l'action de la poudre qui prend feu, se fait en rond de sphere & tout alentour, il n'y a que cette partie qui regarde la bouche de la piece qui pousse le boulet en avant, & celle qui regarde la culasse tombe dans le creux de la campane qui, étant à peu prés fait de figure parabolique, la rassemble & la reflechit tout entiere avec la même velocité vers le boulet ; desorte qu'il ne se pert rien de l'action de la poudre, qui par ce moïen se trouve employée tout entiere sur le boulet. Au lieu qu'aux autres Canons le boulet ne ressent que cette partie de l'action de la poudre qui se porte directement en avant, la plûpart du reste se perdant

dant ſans effet ſur le derriere & vers la culaſſe.

LIV. II. CHAP. VI. Suite de la réponſe à la quatriéme objection.

CHAPITRE VI.

Suite de la réponſe à la quatriéme objection.

MAIS pour retourner à nôtre ſujet, l'on peut inferer de ce raiſonnement que le boulet au ſortir de la piece ne va jamais droit au but vers lequel elle eſt pointée, & qu'il ſe detourne notablement de la ligne de la direction en montant des le moment qu'il ſort de la bouche; car les grains qui ſont les plus proches de la culaſſe s'allumant les premiers pouſſent par leur mouvement precipité non ſeulement le boulet, mais même les autres grains de la poudre, qui par leur propre peſanteur ſuivent le boulet au long du fonds de l'ame, où s'alumant l'un aprés l'autre, ils frappent quaſi tous le boulet vers le deſſous, qui n'étant pas de calibre, à cauſe du jeu qu'il doit neceſſairement avoir dans la piece, eſt êlevé inſenſiblement vers le bord ſuperieur de la bouche, contre lequel il frotte tellement en ſortant qu'aux pieces qui ont beaucoup ſervi & dont le metail eſt un peu doux, l'on remarque un canal conſiderable que le boulet en ſortant y a à la fin creuſé par ce frotement.

LIV. II. CHAP. VI. Suite de la réponse à la quatriéme objection.

Deſorte que le boulet, comme il paroît de tout ce diſcours, n'étant jamais porté en ligne droite vers le but, quelque ſoin que l'on prenne de pointer la piece horizontalement, il ne faut pas s'étoner s'il employe plus de temps à monter & à deſcendre dans toute l'étenduë de la courbe qu'il decrit, qu'il n'en mettroit à tomber ſeulement de ſon poids à la hauteur de la bouche de la piece.

Je joindray ici la même experience que le Pere Merſene raporte dans ſa baliſtique pour montrer que la nature fait toûjours obſerver ſes regles dans ſes jets en la maniere que nous les avons expliquées. C'eſt celle que M[r] Petit a faite autre fois au Havre de Grace avec une piece de 33 livres de balle, êlevée huit toiſes ſur le niveau de la campagne qui, pointée ſous la direction de l'angle de 22 degrez, à chaſſé à la longueur de 1900 toiſes dans le temps de 20 ou 21 ſecondes. Car par le calcul on peut faire voir ſur cette hypotheſe que la balle s'eſt êlevée à la hauteur de prés de deux cens toiſes au deſſus du niveau de la batterie, & qu'il lui a fallu dix ſecondes pour monter à cette hauteur & prés d'onze ſecondes pour en deſcendre. Où il paroit que la peſanteur de la balle, dans toute l'étenduë de cette portée, a fait le même effet pour le mouvement uniformement acceleré, qu'elle auroit fait quand elle n'auroit point eu d'autre impreſſion,

parcourant en deſcendant environ douze pieds en une ſeconde & le reſte à proportion.

Suite de la réponſe à la quatriéme objection.

Je ne crois pas que l'on doive faire beaucoup de cas de l'experience du jet du Dragon de Ruel raportée par le Pere Merſene, pour le peu d'éxactitude avec laquelle elle a été faite : Mais ſur celles des arquebuſes rayées, on peut dire que quand il ſeroit même veritable, ce que dit le même Auteur, qu'une balle porte juſte de but en blanc à la longueur de cent toiſes en une ſeconde de temps; Il ne ſeroit pas malaiſé de repondre que pour peu que l'on donât de latitude à ce qu'il appelle de but en blanc, ſon experience ſe trouveroit entierement conforme à nos hypotheſes. Il ne faut que ſuppoſer que la direction de l'arquebuſe ait été ſeulement d'un demi degré ou de 35 minutes au plus, au deſſus de la ligne horizontale, dont il eſt impoſſible de reconoître la difference à la veuë, ou que la balle par l'impreſſion du feu de la poudre ait été portée ſuivant cette direction : car par ce moïen l'on peut voir par le calcul qu'elle ſe ſera élevée dans le milieu de ſa courſe à la hauteur perpendiculaire de trois pieds; ce qui ſuffit pour emploïer une demi-ſeconde de temps pour arriver en montant à cette hauteur & autant pour en deſcendre, conformement aux loix naturelles du mouvement uniformement acceleré.

Que ſi l'on dit, comme il y grande apparance,

Liv. II. Chap. VI. Suite de la réponse à la quatriéme objection.

que la vitesse de la balle sortant d'une arquebuse rayée est beaucoup plus grande, puisqu'à la longueur de plus de cent cinquante pas elle est presque égale à celle du son qui fait douze cens toises de chemin en sept secondes, c'est à dire peu moins de cent toises en une demi seconde de temps : il faudra beaucoup moins de deviation de la direction horizontale ; Et il suffira que la balle dans le milieu de sa course s'êleve seulement à la hauteur perpendiculaire de neuf pouces pour faire quadrer le mouvement de sa pesanteur aux loix de la nature que nous avons expliquées. Auquel cas il est moralement impossible que l'on puisse conoître la difference d'un jet de cette nature & de celui qui seroit purement horizontal.

Quoy que tout ce que je viens d'expliquer fasse assez conoitre, que ce que l'on dit contre nôtre hypothese au sujet de la composition des deux mouvemens, dont l'un est égal & l'autre est uniformement acceleré, n'est pas capable de la detruire ; Je ne voudrois pas neanmoins m'opiniatrer à soûtenir aveuglément, que par ce melange il n'arrive jamais aucune mutation ni a l'un ni a l'autre. Car bien qu'il fut veritable que la pesanteur ne soit jamais oisive & qu'elle agisse toûjours également sur un corps, soit qu'il soit en repos, soit qu'il soit emporté de quelque rapidité que ce puisse être ; il ne s'en-

ſuit pas pour cela que les eſpaces qu'elle lui fait parcourir ſur les perpendiculaires ſoient toûjours les mêmes dans les mêmes temps, quoy que peut-être ils ſoient toûjours dans les mêmes proportions.

Suite de la réponſe à la quatriéme objection.

Nous voïons dans nôtre air & dans le mouvement ordinaire des corps qui ſont autour de nous, qu'un poids tombant parcourt environ trois pieds huit lignes & demie au commencement de ſa chûte dans le temps d'une demi ſeconde & environ douze pieds deux pouces dix lignes dans celui d'une ſeconde entiere, & ainſi du reſte en faiſant les eſpaces proportionels aux quarrez de temps. Mais qui peut nous aſſûrer que dans un air beaucoup plus êlevé ou plus abaiſſé vers le centre de la Terre, plus peſant ou plus leger, ou même agité d'une autre maniere que le nôtre, un corps en tombant ne parcoure pas un eſpace plus grand ou moindre que celui de trois pieds huit lignes & demi, dans la premiere demi ſeconde du temps de ſa chûte, & que les autres eſpaces dans la ſuite de leur mouvement ſoient entr'eux en proportion des quarrez des temps.

Et ſi l'air, comme nous le voyons par les experiences admirables du Barometre, ne peſe jamais plus que lors qu'il eſt le plus pur, le plus ſerain & le moins agité ; comme au contraire il ne paroît jamais plus leger que lors qu'il eſt

Liv. II. Chap. VI Suite de la réponse à la quatriéme objection.

battu des vents ou chargé de nuages épais, lesquels y font apparament des mutations qui, pour nous être inconuës, ne laissent pas de suspendre en quelque maniere l'effet de sa pesanteur naturelle: Pourquoy ne pourrons nous pas, par la même raison, presumer que la violente rapidité de l'impression que le feu de la poudre communique à un boulet de Canon, ne puisse au sortir de la piece interrompre l'effet ordinaire de sa pesanteur; Et faire que les espaces qu'il parcourt sur les perpendiculaires dans le commencement de son mouvement, ne soient pas si grands qu'ils seroient, si le boulet n'avoit point d'autre impression que celle de sa gravité, quoyque ces espaces fussent toûjours dans la proportion des temps du mouvement?

Quoy qu'il en soit neanmoins, cette difference ne sçauroit tout au plus faire autre effet sur la ligne de projection des mobiles, que de les rendre peut être un peu plus droites au commencement de leur course qu'il ne faudroit pour être exactement paraboliques, ainsi que Galilée l'a fort bien remarqué: sans que pour cet effet les proportions de leurs êtenduës suivant la difference de leurs directions, & suivant les nombres qui leur sont assignez dans les tables que nous avons proposées cy-devant, se trouvent aucunement alterées.

Réponse à la cinquiéme objection.

CHAPITRE VII.

Réponse à la cinquiéme objection.

L'ON ne sçauroit apporter trop de rigueur à l'examen des propositions de cette partie de Mathematique que l'on appelle Pure, c'est à dire de celle qui considere la quantité absolument detachée de la matiere. Et c'est en ce sens qu'il faut prendre cette belle maxime d'Aristote qui dit, *qu'il est également impertinent d'exiger des demonstrations dans les raisonnemens de l'Orateur & de se rendre aux raisons probables & vray semblables du Mathematicien.*

Mais on ne doit pas avoir tant de severité pour celles qui sont tirées de la Mathematique que l'on appelle Mixte, dont le sujet est la quantité compliquée & attachée à la matiere; parce qu'étant pour la plûpart fondées sur des principes de Physique, dans la consideration desquels l'esprit humain se confond environné de tenebres épaisses: il ne faut pas s'étonner s'il ne les debroüille que sur des conjectures, & s'il ne les appuïe que de raisons tirées de ses experiences.

Il croit beaucoup faire en ces matieres, si les principes qu'il êtablit n'ont rien d'absurde, s'ils sont conformes aux manieres ordinaires d'agir

Liv. II. Chap. VII. Réponse à la cinquiéme objection.

de la nature, c'eſt à dire s'ils ſont ſimples, aiſez & debaraſſez, s'ils ſervent à expliquer tout ce qui ſe fait ſur ce ſujet & ſi l'on ne peut pas tirer, de leur poſition, aucune conſequence impertinente ou impoſſible.

En effet l'on n'a rien à reprocher en un ſiſteme de Phyſique, lors que toutes ces conditions ſe rencontrent dans ſes hypotheſes; Et c'eſt enſuite à la Mathematique à en tirer les conſequences neceſſaires, dont les demonſtrations ne doivent pas être moins rigoureuſement examinées que celles de la Mathematique pure; parce que le même art qui ſert à la Geometrie à former ſes concluſions ſur les premiers principes que la Metaphyſique lui fournit, ſert auſſi à la Mecanique à prouver ſes propoſitions par les principes poſez ſur les hypotheſes Phyſiques.

C'eſt donc ſur ce pied qu'il faut examiner les diverſes definitions que l'on donne à l'acceleration du mouvement des corps qui tombent, & voir ſi étant uniforme elle ſe fait de telle ſorte que le mobile aquiert à tous les momens égaux de ſa chûte des degrez égaux de viteſſe ſuivant le ſentiment de Galilée que nous avons poſé pour fondement de toute cette doctrine, ou ſi c'eſt accroiſſement de velocité ſe fait a proportion des eſpaces que le mobile parcourt en tombant, ainſi que d'autres l'ont crû.

CHAP. VIII.

Liv. II. Chap. VIII. Raiſons de Galilée pour faire voir que la viteſſe du corps qui tombe ne s'accroit pas à propotion des eſpaces.

CHAPITRE VIII.

Raiſons de Galilée pour montrer que la viteſſe du Corps qui tombe ne s'acroit pas à proportion des eſpaces.

GALILE'E aſſûre d'abord que cette derniere opinion enferme une abſurdité, & que pour être veritable il faudroit que le mouvement de la chûte des corps ſe fit en un inſtant. Car poſant, comme il dit, que le mobile parcourre en tombant l'eſpace A B; s'il eſt vray qu'étant diviſé comme en C, la viteſſe aquiſe au point C ſoit à la viteſſe aquiſe au point B, comme l'eſpace A C eſt à l'eſpace A B: l'on pourra dire que l'eſpace A B ſera parcouru dans le même temps que l'eſpace A C; car toutes les fois que les eſpaces ſont entr'eux comme les viteſſes du mobile qui les parcourt, les eſpaces ſont parcourus dans les mêmes temps. Or il ne ſe peut faire, que la toute A B ſoit paſſée dans le même temps que ſa partie A C, ailleurs que dans le mouvement qui ſe fait en un inſtant; il eſt donc faux de dire que les viteſſes s'augmentent à proportion des eſpaces parcourus.

A

C

B

Mais ce raiſonement quoy que vray, comme

Liv. II. Chap. VIII. Raiſons de Galilée pour faire voir que la viteſſe du Corps qui tombe ne s'acroit pas à proportion des eſpaces.

on dit, dans la matiere, eſt paralogiſtique dans ſa forme. Car cette propoſition, par laquelle il dit que les eſpaces ſont parcourus en même temps lors qu'ils ſont entr'eux en même proportion que les viteſſes, eſt claire d'elle même dans le mouvement égal & uniforme : Mais elle peut être abſolument niée dans le mouvement acceleré ; nonobſtant mêmes toutes les raiſons dont Gaſſendi ſe ſert pour la confirmer, leſquelles quoy que veritables & ingenieuſes, n'ôtent pas entierement l'obſcurité de cette poſition.

CHAPITRE IX.

Raiſons de Gaſſendi au même ſujet.

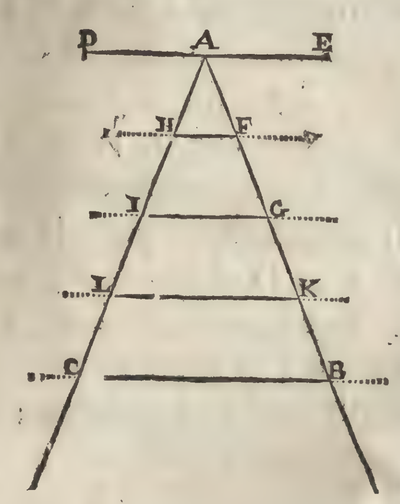
Chap. IX. Raiſons de Gaſſendi au même ſujet.

IL eſt bien plus ſûr pour détruire cette opinion de ſe ſervir des raiſonemens que le même Gaſſendi rapporte dans ſes Epitres contre le Pere le Cazre Jeſuite & contre un certain Michel Varron, qui eſt apparament le premier qui la produite ſur la fin du ſiecle paſſé, & de montrer qu'il s'enſuit pluſieurs abſurdités ſi l'on dit que les viteſſes s'augmentent à proportion des eſpaces.

Car l'on peut premierement faire voir ſur cette hypotheſe que le mouvement peut être continuellement acceleré ſans qu'il ſoit aucune-

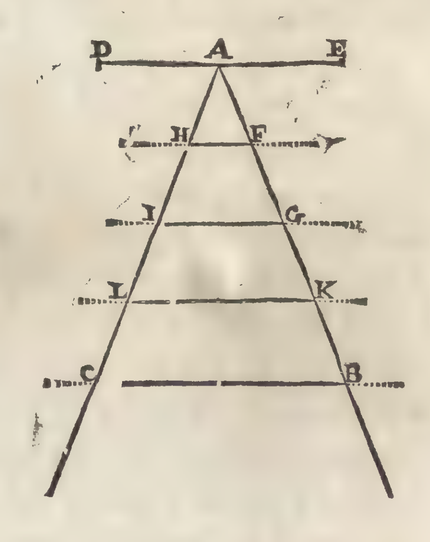
ment uniforme, ce qui est peu conforme aux loix de la Nature. Il ne faut que prendre deux lignes AB & A C se rencontrant en A à tel angle que l'on veut comme B A C, & une troisiéme D E, qui faisant avec les deux autres les angles C A D, B A E égaux, soit entenduë descendre au long des mêmes AB, A C demeurant toujours parallele a elle-même: car si la droite A B étant divisée en parties égales comme aux points F, G, K, l'on prend ces mêmes parties pour la mesure des espaces parcourus par la chûte d'un mobile; les lignes F H, G I, c'est à dire les portions de la droite D E comprises entre les deux A B, A C, pourront être prises pour mesures des vitesses aquises, ensorte que F H soit la vitesse aquise lors que le mobile a parcouru l espace A F, G I, celle qu'il a aprés avoir passé l'espace A G, & ainsi des autres; Et par ce moïen les vitesses s'augmenteront suivant la proportion des espaces. Maintenant si nous posons que l'espace A F ait été parcouru par exemple dans le temps d'une

Liv. II. Chap. IX. Raisons de Gassendi au même sujet.



Liv. II. Chap. IX. Raiſons de Gaſſendi au même ſujet.

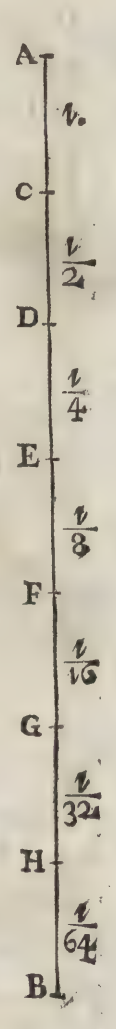
minutte d'heure, au bout de laquelle le mobile ſans interruption de mouvement employe une heure entiere à paſſer le ſecond eſpace FG, & le troiſiéme eſpace GK en moins d'une ſeconde, & enfin le quatriéme KB dans le temps d'un jour entier. Je ne crois pas que l'on puiſſe dire que le mouvement de ce mobile, qui ſe fait ſi inegalement pour le temps dans toute l'étenduë de ſa chûte AB, eſt uniforme quoy qu'il ſoit toûjours continu; Et cependant il eſt conforme à la definition, la viteſſe en quelque endroit que l on la prenne étant à la viteſſe comme l'eſpace paſſé eſt à l'eſpace; Car la droite KL qui meſure la viteſſe aquiſe en K, eſt toûjours à la droite BC qui meſure celle que le mobile a aquiſe en B, comme l'eſpace AK eſt à l'eſpace AB; & la viteſſe en I marquée par GI eſt à la viteſſe en F marquée par HF, comme l'eſpace AG eſt à l'eſpace AF, quelque diformité qu'il y puiſſe avoir dans la ſuite de ce mouvement.



L'origine de tout le mal vient de ce que dans

cette definition du mouvement uniformement acceleré, il n'eſt point parlé du temps, ſans qui neanmoins on ne peut rien diſtinguer dans les viteſſes, dont à bien parler il fait le caractere eſſentiel : car lors qu'elles ſont ſeulement comparées aux eſpaces, il eſt naturel de dire que la viteſſe qui paſſe un grand eſpace eſt plus grande que celle qui n'en parcourt qu'un petit, quoy que cette derniere comparée au temps du mouvement puiſſe être infiniment plus grande que l'autre.

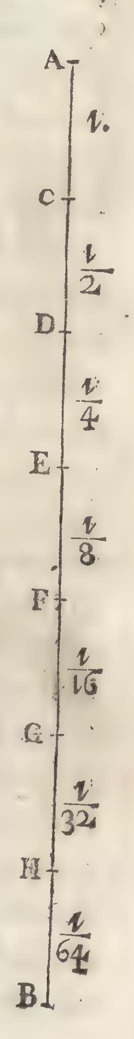
Liv. II. Chap. IX. Raiſons de Gaſſendi au même ſujet.



C'eſt ce qui donne lieu d'inferer comme une conſequence neceſſaire de cette poſition que le mobile doit parcourir un eſpace infini en un moment : car prenant pour la meſure de la chûte d'un mobile un eſpace comme A B diviſé en parties égales aux points C, D, E, F, &c. Si l on entend que le mobile ait parcouru le premier eſpace A C dans un certain moment de temps; Il eſt conſtant que la viteſſe en D êtant double de la viteſſe en C comme l'eſpace A D eſt double de l'eſpace C D, il ne faudra pour paſſer l'eſpace C D que la moitié du temps qu'il a fallu pour paſſer A C. Par la même raiſon la viteſſe en E êtant double de la viteſſe en D comme l'eſpace C E eſt double de D E, l'eſpace D E ſera

Liv. II. Chap. IX. Raisons de Gassendi au même sujet.

passé dans la moitié du temps qu'il a fallu pour passer C D c'est à dire dans le quart de celui de A C. Ainsi E F se passera dans la moitié du temps de D E, c'est à dire dans la huitiéme partie du temps de A C, & F G dans la seiziéme partie du même premier temps A C : & ainsi du reste à l'infini en continuelle progression sous-double. Mais toutes Ces fractions $\frac{1}{2}:\frac{1}{4}:\frac{1}{8}:\frac{1}{16}$: &c. ne composent un moment entier égal au premier que dans l'infini : Posant donc que l'espace A C ayant été parcouru dans un moment, il s'ensuit que le mobile parcourra un espace infini dans le temps d'un second moment égal au premier.



Si l'on dit que les vitesses dans chaque espace ne doivent pas être comparées à celle de l'espace immediatement precedent, mais bien à tous les espaces passez depuis le commencement de sa chûte, ensorte que celle du second espace soit double de celle du premier, celle du troisiéme triple, celle du quatriéme quadruple &c. Il sera toûjours vray de dire si le premier espace est parcouru dans un certain temps, qu'il ne faudra que la moitié de ce temps pour passer le second espace où la vitesse est double de celle du premier, & un tiers

Raisons de Gassendi au même sujet.

du même temps pour passer le troisiéme espace où la vitesse est triple, & un quart pour le quatriéme comme la vitesse est quadruple, un cinquiéme au cinquiéme, un sixiéme au sixiéme, & ainsi des autres. Desorte qu'ajoutant ces fractions comme $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ qui font un peu plus d'un moment entier de temps égal au premier, pendant que le mobile passe le second, le troisiéme & le quatriéme espace. Et celles-ci $\frac{1}{5}:\frac{1}{6}:\frac{1}{7}:\frac{1}{8}:\frac{1}{9}:\frac{1}{10}:\frac{1}{11}$: Qui font encore un peu plus d'un moment entier égal au premier, pendant quoy le mobile passe le cinquiéme, le sixiéme, le septiéme, le huitiéme, le neuviéme, le dixiéme, & l'onziéme espace & ainsi des autres; Nous pourrons dire que le mobile parcourant un de ces espaces au premier temps, il passera un peu plus de trois espaces suivants au second temps, & peu plus de sept espaces au troisiéme, & par la même raison plus de vingt espaces au quatriéme, plus de cinquante deux au cinquiéme, plus de huitante quatre au sixiéme, & ainsi à l'infini suivant la progression de ces nombres 1:3:7:20:52:84: Qui est prés de la triple & fort élognée de celle qui se voit par l'experience dans la chûte des corps.

L'experience même que le Pere le Cazre rapporte pour confirmer son opinion, l'a detruit & sert principalement à établir celle de Galilée. Prenés, dit-il, une balance dont un des bassins

Liv. II Chap. IX. Raisons de Gassendi au même sujet.

soit posé sur une table & l'autre en l'air ; Et laissez tomber dans celui-ci une bale de plomb : Vous verrez que tombant de la hauteur d'un de ses diametres, elle êlevera le double de son poids mis dans l'autre bassin, & le triple si elle tombe de la hauteur de deux de ses diametres, comme le quadruple si elle tombe de trois fois sa hauteur, & ainsi des autres. D'où il s'ensuit que les percussions êtant les mêmes que les vitesses, & celles-la êtant proportionées aux espaces parcourus par la chûte du mobile, les vitesses seront aussi comme les espaces.

Mais cette experience est fausse; Et une balle de plomb tombant de la hauteur d'un de ses diametres n'êlevera pas seulement le double de son poids, mais plus de six ou sept fois autant. Et ce qui est de plus remarquable, c'est qu'ayant determiné ce que cette balle peut êlever tombant d'une certaine hauteur : si l'on veut qu'elle en êleve le double, il faut la faire tomber du quadruple de la même hauteur ; & pour en êlever le triple, la hauteur de sa chûte doit être neuf fois plus grande que celle de la premiere, & seize fois plus grande pour êlever le quadruple du premier poids & ainsi du reste ; Ensorte que les hauteurs soient toûjours en raison doublée de celle des poids. Ce qui sert à confirmer la definition de Galilée, ainsi que nous dirons cy-aprés.

CHAP. X.

Un mobile en tombant aquiert à chaque moment un nouveau degré de viteſſe.

CHAPITRE X.

Un mobile en tombant aquiert à chaque moment un nouveau degré de viteſſe.

NOus pourrions tirer mille autres conſequences abſurdes de cette poſition, auſſi-bien que de toutes les autres de la même nature: comme de celles qui veulent que le mobile parcoure des eſpaces dans les temps égaux en raiſon double ou triple &c.; dont la fauſſeté ſe conoit par l'experience. Mais pour ne point nous arrêter plus long temps inutilement ſur cette matiere, nous allons expliquer les raiſons qui ſervent à établir la definition de Galilée, & faire voir qu'elle à ſeule toutes les conditions qui nous ont cy-devant paru neceſſaires à un Principe de Phyſique: c'eſt à dire qu'elle n'a rien d'abſurde; Qu'elle eſt conforme aux loix ordinaires de la nature, étant ſimple, uniforme, aiſée; Et que tout ce qui arrive au mouvement acceleré des corps qui tombent, peut-être facilement expliqué par ſon moïen, ſans que de ſa poſition l'on puiſſe tirer aucune conſequence impoſſible ou impertinente.

Galilée aprés avoir dit qu'il n'y a rien de plus uniforme, de plus facile ny de plus conforme aux manieres ordinaires de la nature, que de dire

Liv. II. Chap. X. Un mobile en tombant aquiert à chaque moment un nouveau degré de viteſſe.

au ſujet de l'acceleration du mouvement des corps qui tombent, *Qu'un mobile en tombant aquiert en tous les momens égaux de ſa chûte, des degrez égaux de viteſſe*; Et aprés avoir ſuppoſé par forme de Petition (qui a depuis été demontrée par Torricelli,) *Que le mobile en tombant ſur des plans diverſement inclinez aquiert un même degré de viteſſe par tout, où il y a même hauteur perpendiculaire :* Il fait voir qu'il ſuit neceſſairement de ſa definition que les eſpaces, que le mobile parcourt, ſont entr'eux en raiſon doublée des temps qu'il employe à les parcourir; Enſorte que l'eſpace qu'il parcourt en deux temps, eſt quadruple de celui qu'il a paſſé dans le premier temps, & celui qu'il parcourt en trois temps, eſt neuf fois plus grand que le même. D'où il arrive que ces eſpaces parcourus dans des temps égaux ſe ſuivent, à commencer du point de repos, en continuelle progreſſion des premiers nombres impairs 1:3:5:7:9:&c. Enſorte que ſi le mobile paſſe un eſpace au premier temps, il en parcourra trois au ſecond, cinq au troiſiéme, ſept au quatriéme, neuf au cinquiéme, & ainſi des autres: Ainſi que nous l'avons expliqué cy-devant.

CHAPITRE XI.

Prouvé par diverses experiences.

ET comme par l'experience que Galilée propose ensuite de ce raisonnement, il paroit que les mouvemens des corps qui tombent, observent exactement ces proportions ; il conclud hardiment, par une espece de demonstration, que l'on appelle dans les Ecoles *à posteriori*, que sa definition est veritable.

Voici son experience. Dans une piece de bois de la longueur de dixhuit ou vint pieds & de la largeur de neuf ou dix pouces en un sens & de trois pouces en l'autre, j'ay, dit-il, fait creuser dans toute l'étenduë de la piece un canal d'un pouce de largeur sur le côté le plus êtroit, que j'ay fait tirer le plus droit & le plus uni qu'il a êté possible, colant même au dedans du parchemin tres-fin & bien lissé afin d'y pouvoir faire librement couler une balle de bronze parfaitement ronde & polie. Puis êlevant cette piece de bois plus ou moins pour lui donner diverses inclinations, j'ay remarqué le temps juste que la balle employoit à descendre tantôt dans toute la longueur, tantôt dans la moitié, dans le quart, dans d'autres de ses differentes parties : & des experiences repetées plus de cent fois en tous les cas, il s'est toûjoûrs trouvé

Liv. II. Chap. XI. Prouvé par diverſes experiences.

que les eſpaces parcourus en toutes ſortes d'inclination, êtoient entr'eux comme les quarrez des temps de leur paſſage ; Et que les temps de la chûte ſuivant les diverſes inclinations, êtoient en raiſon ſous-doublée & reciproque de leurs hauteurs perpendiculaires, ainſi que nous l'avons dit cy-devant ; ſans qu'il y ſoit jamais arrivé la moindre choſe au contraire.

Et pour être parfaitement aſſûré de la meſure du temps: Ayant, dit-il, fait attacher en haut un grand vaiſſeau plein d'eau avec un thuyau tres-fin ſoudé au fond, par lequel il dêcouloit un petit filet d'eau, l'on la recevoit avec grand ſoin dans un verre pendant le paſſage de la balle ; puis la peſant dans la derniere juſteſſe avec une balance tres-exquiſe, l'on conoiſſoit par la difference des poids de l'eau, la difference des temps que la balle employoit à parcourir ſes differens eſpaces. Et cela avec tant de preciſion que les temps de la chûte dans toutes ces obſervations repetées infinies de fois, ne ſe ſont jamais trouvez avec une difference qui fut ſenſible dans un même cas.

Nous pouvons joindre à ceci les experiences qui ſe ſont faites depuis Galilée par Gaſſendi, par le Pere Merſene & par d'autres ; Et particulierement celle que l'on a faite au long d'un mur de quarante huit pieds de haut marquées par des lignes bien conoiſſables à la hauteur premiere-

ment de vint-un pieds à commencer du pied de la muraille, puis à celle de Quinze pieds au dessus, puis de neuf & enfin à celle de trois pieds : & ayant premierement consideré qu'un corps qui tombe passe un espace de trois pouces dans le temps d'une demi seconde qui se trouve souvent égal à un battement d'artere; l'on a vû par une experience repetée plusieurs fois que laissant tomber une balle assez grosse de toute cette hauteur de Quarante huit pieds, si elle se trouvoit precisement au droit de la premiere marque en descendant de la hauteur de trois pieds au premier battement d'artere ou d'une pendule de neuf pouces de longueur, elle repondoit justement vis à vis de la seconde marque en descendant de la hauteur de neuf pieds au second battement, & vis à vis de la troisiéme marque en descendant de la hauteur de Quinze pieds au troisiéme battement, & qu'enfin elle touchoit à terre aprés être descenduë de vint-un pieds au quatriéme. D'où vient que si nous prenons les premiers 3 pieds pour le premier espace parcouru dans le premier temps; Le second espace de 9 pieds sera triple du premier au second temps; Le troisiéme de 15 pieds au troisiéme temps sera quintuple ; Et enfin le quatriéme de 21 pieds au quatriéme temps sera septuple ; Et ainsi des autres dans la suite des premiers nombres impairs.

LIV. II. CHAP. XI. Prouvé par diverses experiences.

Liv. II. Chap. XI. Prouvé par diverses experiences.

Ainsi appliquant par un bout, au bas du diametre perpendiculaire d'un grand cercle decrit sur une muraille, une regle bien droite creusée dans sa longueur, comme celle dont Galilée s'est servi dans son experience, & haussant l'autre bout en toutes sortes d'inclination au long de la circonference du cercle; Si on laisse tomber deux balles dans un même temps, l'une de l'extremité superieure du même diametre perpendiculaire & l'autre dans le canal de la regle, du point où elle touche la circonference en quelqu'angle d'êlevation que ce puisse être; Elles se trouveront toutes deux ensemble precisement au même temps à terre.

Ceci se confirme par divers autres effets de de la nature qu'il est malaisé de bien expliquer par autre voye que par cette supposition. Ce que nous avons dit, par exemple, de l'experience du P. le Cazre, c'est à dire d'une balle de plomb qui, tombant d'une certaine hauteur dans le bassin d'une balance & êlevant un certain poids mis dans l'autre bassin, doit tomber d'une hauteur quadruple de la premiere si l'on veut qu'elle êleve le double du premier poids, & d'une hauteur 9 fois plus grande pour êlever le triple, & 16 fois plus grande pour le quadruple, 25 fois pour le quintuple. Et ainsi des autres, ensorte que les hauteurs soient toujours en raison doublée des poids.

Prouvé par diverses experiences.

Cela, dis-je, ne peut pas être facilement entendu, si l'on ne dit que la difference des poids élevez marque la difference des percussions de la balle tombant dans le bassin : & ces percussions n'étant differentes qu'à proportion des vitesses aquises par la chûte du mobile, comme les differentes hauteurs ne sont que les espaces que le mobile parcourt pour les aquerir ; il s'ensuit que les espaces parcourus sont entr'eux en raison doublée ou comme les quartez des vitesses aquises, conformement à la definition de Galilée.

Celle-ci est encore de la même nature. Prenez un tuyau debout dans lequel il y ait de l'eau qui demeure toujours à une certaine hauteur comme à celle d'un pied, & recevez celle qui en decoule pendant un certain temps par un petit trou comme d'une ligne de diametre creusée dans le fond du tuyau, (qui soit par exemple d'une demi livre d'eau dans le temps de 13 secondes.) Si vous voulez en avoir deux fois autant c'est à dire une livre qui coule dans le même temps & par le même trou, il faudra que l'eau soit toûjours dans le même tuyau à la hauteur de 4 pieds, à celle de 9 pieds si l'on veut en avoir le triple ou une livre & demie, & de 16 pieds pour le quadruple ou pour deux livres, & ainsi du reste ensorte que les hauteurs de l'eau dans le tuyau, soient toûjours comme les quar-

Liv. II. Chap. XI. Prouvé par diverses experiences.

rez des poids de l'eau qui s'écoule dans un même temps.

Or comme la difference de la quantité de l'eau qui passe par un même trou en même temps, ne vient que de la differente vitesse avec laquelle elle s'écoule ; Et comme cette difference de vitesse ne provient que de la quantité de l'eau qui pese au dessus & qui se fait sentir à proportion de sa hauteur dans le tuyau : il paroît que ces mêmes hauteurs sont entr'elles en raison doublée des vitesses qu'elles impriment à l'eau de dessous ; lesquelles étant les mêmes que celles que l'eau auroit aquises en tombant des mêmes hauteurs, c'est à dire en parcourant les mêmes espaces ; il s'ensuit toûjours que les espaces parcourus sont entr'eux en raison doublée des vitesses.

Si le tuyau ètant plein jusqu'au sommet vous laissez écouler toute l'eau par le même trou, vous verrez avec plus de facilité que les espaces que l'eau parcourt en diminuant dans le tuyau dans des temps égaux se suivent en progression des nombres impairs. Comme si le tuyau étant de trois pieds de haut ou de 36 pouces, vous remarquez que l'eau descende de la hauteur d'onze pouces en trois battemens d'artere ou d'une pendule, elle descendra precisement de 9 pouces, puis de 7, puis de 5, de 3, & enfin de la derniere hauteur d'un pouce. Et toûjours dans le

le même temps de trois battemens ; conformement à la nature du mouvement expliquée par Galilée.

Liv. II. Chap. XI. Prouvé par diverses experiences.

Or pour montrer que l'eau qui pese dans le tuyau imprime à celle du fond, la même vitesse qu'elle auroit aquise si elle ètoit tombée de la hauteur où sa surface superieure se trouve dans le même tuyau : il ne faut que faire ensorte que l'eau sortant par le fonds puisse rejaillir vers le haut à plomb ; car on la verra remonter à la même hauteur de cette surface superieure, (si l'air & les autres empechemens de dehors ne lui ôtoient rien de sa vitesse,) ainsi qu'elle feroit si c'ètoit un corps solide & qui pût être reflechi, lequel en tombant de la même hauteur auroit aquis un degré de vitesse capable de le faire remonter au lieu d'où il seroit parti.

Attachez deux cordes de même longueur & grosseur sur une ligne horizontale à un mur comme à la hauteur de trois pieds, les faisant soutenir sur un appui parallele au mur à la même hauteur ; faites pendre à chacune à l'autre bout un poids égal, comme d'une livre, qui les tienne l'un & l'autre en situation horizontale mollement, mais également bandées & paralleles entr'elles. Ensuite les tirant toutes deux ensemble horizontalement par leur milieu, laissés les aller en même temps, & vous verrez pre-

Liv. II. Chap. XI. Prouvé par diverses experiences.

mierement qu'elles feront diverses allées & venuës horizontales qui seront toutes dans des temps égaux soit dans le commencement ou dans la fin de leur mouvement. Cela posé : si vous voulez que les vibrations de l'une, comme de la premiere, se fassent deux fois plus vite que celles de la seconde, ensorte que celle-la en fasse deux dans le temps que celle-ci n'en fera qu'une ; il ne faut que bander la premiere deux fois plus que la seconde en lui attachant un plus grand poids : & ce poids pour cet effet ne doit pas être seulement de deux livres c'est à dire double du premier poids que nous avons supposé d'une livre, mais bien de quatre livres ou quadruple, & de 9 livres si l'on veut que les vibrations soient triples, de 16 livres si on les veut quadruples, & ainsi des autres ; ensorte que les poids soient toûjous en raison des Quarrez des vitesses des vibrations.

Or comme cette difference de poids pour produire cette difference de vitesses, fait le même effet qu'un même poids qui tomberoit de differentes hauteurs : il paroît que ces hauteurs étant proportionées au poids seroient toujours entr'elles en raison doublée des vitesses.

Toutes ces experiences font voir cette admirable uniformité de la nature dans ses actions, qui se rencontrent par tout si conforme à la position de Galilée : A quoy nous allons encore

ajouter l'experience des pendules. Attachez en haut des cordes de differentes longueurs avec des poids pendans au bout ; enſorte neanmoins que les longueurs ſoient comme les nombres quarrez 1, 4, 9, 16, &c. Comme ſi celle de la premiere eſt d'un pied, que la ſeconde ſoit de 4 pieds, la troiſiéme de 9 pieds, la quatriéme de 16 pieds, &c. : Puis élognant les poids de leur poſition de repos, c'eſt à dire de la perpendiculaire, laiſſez les aller toutes en même temps ; Et vous verrez que les vibrations ou allées & venuës de la plus petite ou de celle d'un pied, iront quatre fois plus vite que celles de la plus grande de 16 pieds, trois fois plus vite que celles de 9 pieds, & deux fois plus vite que celle de 4 pieds ; c'eſt à dire que dans le temps que la pendule de 16 pieds fera une de ſes vibrations celle de 4 pieds en fera deux, & celle d'un pied en fera quatre ; Et dans le temps d'une des vibrations de celle de 9 pieds, celle d'un pied en fera trois ; Et cela dans une juſteſſe admirable, enſorte que les nombres des vibrations ſoient toujours entr'eux en raiſon doublée des longueurs des cordes.

LIV. II CHAP. XI. Prouvé par diverſes experiences.

Pour bien entendre ceci : ſuppoſant que la corde AF où pend le poids F ſoit quadruple de la corde AB où pend le poids B ; l'arc FG ſera quadruple de BC & FH de BD ; Ainſi la la droite IH qui eſt la hauteur perpendiculaire

Liv. II.
Chap. XI.
Prouvé par diverses experiences.

que le poids F parcourt en descendant de F en H, sera quadruple de la droite ED qui est la hauteur perpendiculaire parcouruë par le poids B descendant de B en D. Maintenant comme on sçait par l'experience que les vibrations de la pendule B sont doubles de celle de la pendule F, le temps du passage de F en H sera égal au temps du passage de B en C, c'est à dire double du tems du passage de B en D: Mais dans le temps du passage de F en H, le mobile F à parcouru l'espace perpendiculaire I H quadruple de l'espace perpendiculaire E D que le mobile B à parcouru dans le temps du passage de B en D; Il paroît donc que les espaces parcourus par les mobiles sont entr'eux en raison doublée des temps de leur passage.

Ces mêmes espaces sont aussi comme les quar-

rés des viteſſes des mêmes mobiles: car le poids F parcourant l'eſpace FH dans le même temps que le poids B parcourt l'eſpace BC; & l'eſpace FH étant double de l'eſpace BC, (car il eſt quadruple de BD:) il s'enſuit que la viteſſe du poids F eſt double de la viteſſe du poids B, & qu'elle eſt par conſequent à la viteſſe du poids B en raiſon ſous doublée de l'eſpace perpendiculaire HI qu'il parcourt, à l'eſpace perpendiculaire ED parcouru par le poids B.

Liv. II. Chap. XI. Prouvé par diverſes experiences.

L'on peut encore montrer par une autre experience que la viteſſe du poids F eſt ſeulement double de la viteſſe du poids B, quoy que la longueur de la corde AF ſoit quadruple de la longueur AB: il ne faut que mettre une balle en H ſur une regle horizontale, enſorte que la balle qui pend en F la puiſſe fraper bien à plein en tombant de F en H; Et un autre au point D qui puiſſe recevoir l'impreſſion de la balle B tombant de B en D; car faiſant l'experience avec ſoin & ſuppoſé que les balles ſoient égales par tout, on trouvera que la balle en H ſera chaſſée deux fois plus loin que la balle en D, & trois fois plus loin ſi la corde AF étoit neuf fois plus longue que AB, & quatre fois ſi elle étoit ſeize fois plus longue, & ainſi des autres.

Liv. II. Chap. XII. Raisonemens de Balian au même sujet.

CHAPITRE XII.

Raisonemens de Balian au même sujet.

JE ne veux pas oublier que Balian Senateur de la Republique de Genes dans son livre du mouvement, qui a paru dans le même temps que celui de Galilée, se sert de l'experience des pendules pour demontrer ce que Galilée tire en consequence de sa definition ; c'est à dire que les espaces parcourus par un mobile tombant sont entr'eux en raison doublée des temps qu'il employe à les parcourir.

Pour cet effet il suppose. 1. Que l'on peut prendre dans la circonference d'un cercle un arc tellement petit qu'il ne sera point different de sa tangente au moins sensiblement , & que ce que l'on dira de l'un pourra être éntendu de l'autre sans erreur.

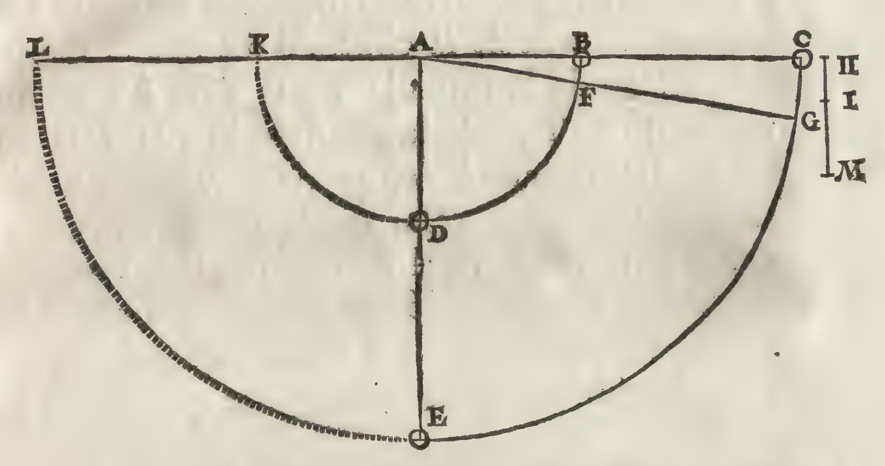
2. Que le mouvement des pendules dans leur commencement n'est point different du commencement de celui des corps qui tombent.

3. Que les temps du passage de deux pendules par des arcs semblables & semblablement posez , sont entr'eux comme les temps de leurs vibrations entieres , c'est à dire en raison sousdoublée des longueurs de leurs cordes.

4. Et qu'enfin une ligne droite étant prise, de

quelque grandeur qu'elle ſoit, on peut trouver un cercle tellement grand, que cette droite ſera la tangente d'un arc qui n'en ſera point ſenſiblement different.

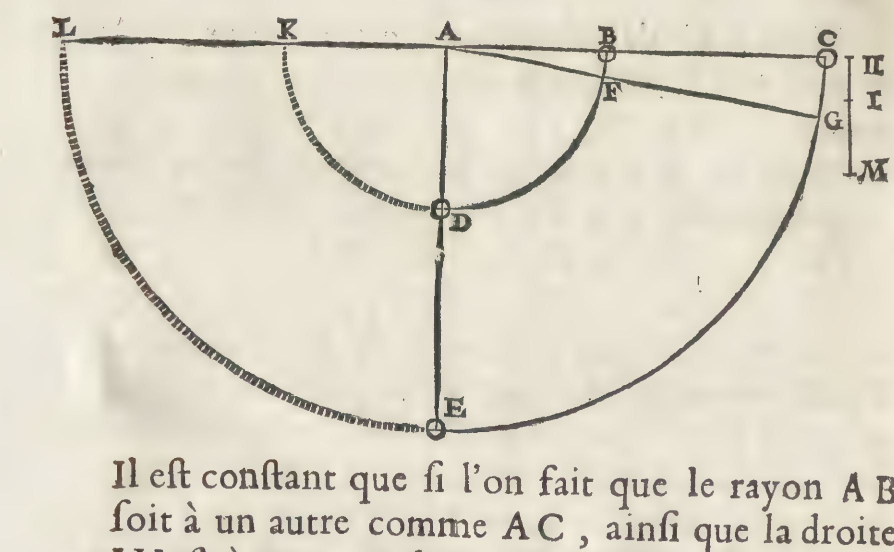
LIV. II. CHAP. XII. Raiſonement de Balian au même ſujet.



Tout ceci s'explique par cette figure, où la droite A C eſt horizontale & A E perpendiculaire à l'horizon, les pendules ſont D & E pendant en A aux deux cordes A D, A E: il dit premierement que dans le cercle B F D decrit par la pendule D êlevée juſqu'à l'horizontale A B, l'on peut prendre un arc tellement petit à commencer du point B, qu'il ne differera point ſenſiblement de la ligne droite, qui au même point B ſeroit tangente du même arc: Et comme cette tangente ſeroit perpendiculaire à l'horizon; il s'enſuit en ſecond lieu, que le mouvement du poids de la pendule B par ce petit arc ne ſera point different du mouvement du même

Liv. II.
Chap. XII.
Raiſonement de Balian au même ſujet.

poids B qui tomberoit librement par cette tangente. En troiſiéme lieu ſi l'on mene du point A la droite A F G qui coupant la circonference B D en F & C E en G, faſſe les arcs B F, C G ſemblables & ſemblablement poſez à l'égard du commencement de la chûte: il dit que le temps du paſſage de la pendule B par l'arc B F eſt au temps du paſſage de la pendule C par C G en même raiſon que le temps de la vibration entiere B D K eſt à celui de la vibration C E L c'eſt à dire, comme il ſe voit par l'experience, en raiſon ſous-doublée de celle de la ligne A D à A E. Soit enfin l'arc B F ſi petit qu'il ne differe point ſenſiblement de ſa tangente qui ſoit H I;



Il eſt conſtant que ſi l'on fait que le rayon A B ſoit à un autre comme A C, ainſi que la droite H I eſt à un autre droite H M de quelque grandeur qu'elle puiſſe être, l'arc C G dans la circonference

ference de ce grand cercle ne ſera point different ſenſiblement de la droite HM qui en ſera la tangente, comme HI eſt la tangente de l'arc BF; Et ce que l'on dira de l'arc CG pourra être entendu de la droite HM ſans aucune erreur. Cela poſé, il fait ce Theoreme.

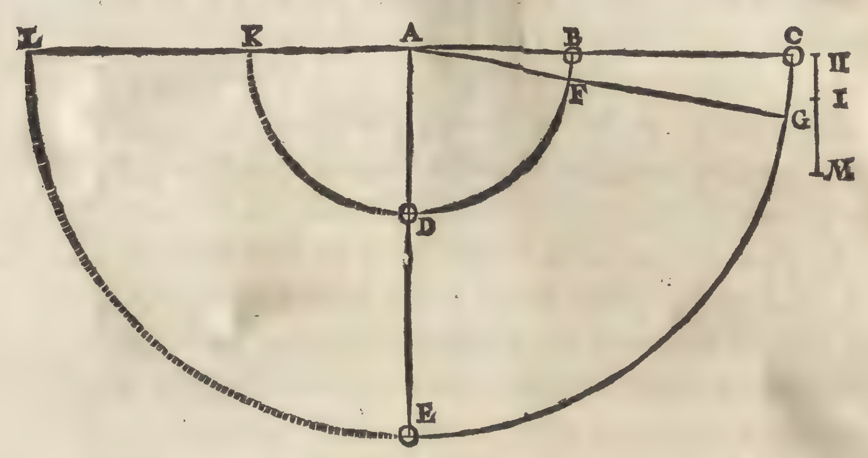
Liv. II. Chap. XII. Raiſonement de Balian au meme ſujet.

Les eſpaces parcourus par un mobile tombant à commencer du point de repos, ſont entr'eux comme les Quarrez des temps que le mobile employe à les parcourir.

Soient, dit il, deux eſpaces HI & HM parcourus par un mobile tombant du point de repos H. Je dis que la droite HI eſt à HM comme le quarré du temps que le mobile employe à paſſer l'eſpace HI, eſt au quarré du temps de ſon paſſage par HM. Soit AB demi-diametre d'un cercle tellement grand que l'arc comme BF, dont la tangente au point B ſur l'horizontale AC eſt égale à HI, ſoit ſi petit à l'égard de toute la circonference, qu'il ne ſoit point different ſenſiblement de la perpendiculaire HI; Et comme HI eſt à HM ainſi le rayon AB ſoit à un autre comme AC, dont la circonference ſera par conſequent ſi grande que l'arc CG coupé par la droite AF continuée, ſera auſſi tellement petit à l'égard de toute ſa circonference qu'il ne differera point ſenſiblement de ſa tangente, laquelle ſera égale à HM & perpendiculaire au point C. Il n'y aura donc point, par la ſeconde

Liv. II. Chap. XII. Raiſonement de Balian au meme ſujet.

ſuppoſition, de difference entre le mouvement de la pendule B par l'arc BF & celui du poids tombant librement du point B par la tangente perpendiculaire égale à HI, ny entre le mou-



vement de la pendule C par l'arc CG & celui du poids tombant de C par la tangente perpendiculaire & égale à HM; & le temps de l'un ſera égal au temps de l'autre. Or comme les arcs BF, CG ſont ſemblables & ſemblablement poſés, le temps du paſſage de B par l'arc BF eſt par la troiſiéme ſuppoſition, au temps du paſſage de C par l'arc CG, comme le temps de la vibration entiere BDK eſt au temps de la vibration CEL: & ces temps étant par l'experience en raiſon ſous doublée des longueurs des cordes AB, AC; il s'enſuit que le temps du mobile tombant par la perpendiculaire HI eſt au temps de ſon paſſage par la perpendiculaire

HM, en raiſon ſous-doublée des longueurs AB, AC. Mais AB par la conſtruction eſt à AC comme HI eſt à HM ; Donc HI eſt à HM comme le quarré du temps du mobile tombant par HI eſt au quarré du temps de ſon paſſage par HM.

Liv. II. Chap. XII. Raiſonemens de Balian au meme ſujet.

CHAPITRE VIII.

Raiſonemens de Monſieur Hugens.

Chap. XIII. Raiſonemens de Mr Hugens.

MONSIEUR Hugens dans ſon livre des horloges à pendules à voulu demontrer ce que Galilée prend pour principe dans ſa definition, diſant dans ſa premiere propoſition de la chûte des poids, *qu'en temps égaux il s'accroit au corps qui tombe des parties égales de viteſſe*, Et pour le demontrer voici comme il argumente.

Poſons qu'un mobile tombant du point A paſſe au premier temps l'eſpace AB, & qu'arrivant en B il y ait aquis un degré de viteſſe qui lui faſſe parcourir, au ſecond temps d'un mouvement égal, un autre eſpace comme BD. Or nous ſçavons que l'eſpace qui doit être parcouru au ſecond temps, doit être plus grand que BD, parce que cet eſpace ſeroit parcouru ceſſant même toute action de la peſanteur : Mais comme le mobile eſt porté d'un mouvement compoſé du mouvement égal par lequel il paſſeroit l'eſ-

LIV. II. CHAP. XIII. Raiſonemens de Mr Hugens.

pace BD & de celui des poids qui tombent *par lequel il eſt neceſſaire qu'il ſoit porté en bas par l'eſpace D E égal à A B* ; Ajoutant donc à BD l'eſpace DE égal à AB, nous ſçavons que le mobile au ſecond temps arrivera en E.

Mais ſi nous cherchons, dit-il, Quelle eſt la viteſſe que le mobile doit avoir en E à la fin du ſecond temps, nous trouverons qu'elle eſt double de celle qu'il avoit en B à la fin du premier. Car nous avons dit qu'il êtoit emporté d'un mouvement composé du mouvement égal avec la viteſſe aquiſe en B & de celui qui lui vient de ſa peſanteur, *lequel au ſecond temps étant abſolument le même qu'au premier, doit dans le cours du ſecond temps conferer au mobile une viteſſe égale à celle qu'il lui a imprimée dans la fin du premier temps.* Partant comme le mobile a conſervé entierement la viteſſe aquiſe à la fin du premier temps, il paroît qu'il a dans la fin du ſecond temps deux fois c'eſt à dire le double de cette même viteſſe.

Voila la demonſtration dans les mêmes termes que j'ay traduits du latin, dans laquelle ſa maniere de raiſonner à quelque choſe qui fait peine ; Car il ne paroît pas bien que nous ſçachions, comme il dit, *qu'il eſt neceſſaire que le mobile au ſecond temps ſoit porté par le mouvement*

de sa pesanteur au long de l'espace DE *égal à l'espace* AB *qu'il a passé dans le premier temps* ; à moins que l'on ne pose que le mouvement des graves est uniforme, & l'on ne voit pas clairement que *ce mouvement qui lui vient de sa pesanteur soit*, comme il dit, *absolument le méme au second temps qu'au premier, ni qu'il doive conferer au mobile dans le cours du second temps une vitesse égale à celle qui lui a été imprimée à la fin du premier*, si l'on ne suppose le principe de Galilée, c'est à dire que le mobile en tombant aquiert dans les temps égaux de sa chûte des degrez égaux de vitesse. Qui est pourtant ce qu'il falloit demontrer.

Raisonemens de Mr Hugens.

Cette defectuosité dont je viens de parler n'est que dans la forme du syllogisme, & elle n'ôte rien à la verité de l'hypothese, sur laquelle il demontre fort bien, (supposé que la vitesse en E au second temps, soit double de la vitesse en B, & celle que le mobile a aquise en G au troisiéme temps triple de la même,) Que les espaces BD, EF, GH étant parcourus d'un mouvement égal, l'espace EF passé avec la vitesse en E est double de l'espace BD passé avec la vitesse en B, & l'espace GH passé avec la vitesse en G triple du même espace BD, & ainsi du reste.

Ensuite il fait voir que l'espace passé dans un certain temps par un mobile tombant du point

 Raisonemens de Mr Hugens.

de repos, est la moitié de celui qu'il passeroit d'un mouvement égal en même temps & avec la vitesse aquise au dernier moment de sa chûte : c'est à dire que l'espace B D passé d'un mouvement égal au second temps avec la vitesse aquise en B, est double de l'espace A B passé dans le premier temps par le mobile tombant du point de repos A. Car comme les espaces parcourus dans les quatre premiers temps égaux sont A B, B E, E G, G K qui ont entr'eux une certaine proportion ; si nous prenons les double des mêmes temps, ensorte que nous ayons pour premier temps, les deux pendant lesquels le mobile a parcouru les deux espaces A B, B E, & pour second les deux autres pendant lesquels les deux espaces E G, G K ont été passés. Il faut que les deux espaces A E, E K parcourus dans des temps égaux par le mobile tombant du point de repos A, soient entr'eux comme les espaces A B, B E qui sont aussi passés dans des temps égaux partant du même point de repos A ; Et en changeant que B E ou son égal D A soit à A B comme E K à A E, & en divisant D B à A B comme E K moins A E est à A E. Mais E K étant égal à cinq D B & deux A B, & A E égal à B D & deux A B ; E K moins A E sera égal à quatre D B ; Et partant D B est à A B ou quatre D B à quatre

A
B
D
E
F
G
H
K

AB, comme quatre DB est à DB & deux AB; donc DB est égal à deux AB.

Liv. II. Chap. XIII. Raisonemens de Mr Hugens.

D'où il s'ensuit que les espaces parcourus dans des temps égaux à commencer du point de repos, sont entr'eux comme les Quarrez des temps de leur chûte ou comme les quarrez des vitesses aquises. Car puisque les espaces AB, BE, EG, GK passez dans des temps égaux, se surpassent l'un l'autre d'un même excez qui est égal à BD; Il paroît que BD étant double de AB, l'espace BE sera triple du même; Et EF étant double de BD, EG sera quintuple de AB; Ainsi GH étant triple de BD, GK sera septuple du même AB & ainsi des autres dans la suite des premiers nombres impairs 1:3:5:7:9: &c. qui sont les differences des premiers quarrez.

CHAPITRE XIV.

Suite de la réponse à la cinquiéme objection.

Chap. XIV. Suite de la réponse à la cinquiéme objection.

L'ON pourroit maintenant dire avec quelque raison que tout ce que nous venons d'expliquer pour établir nôtre hypothese sur la nature du mouvement des corps qui tombent suivant le sentiment de Galilée, peut également convenir à celle qui veut que l'accroissement de vitesse se fasse suivant la progression des sinus verses, supposé, comme il a été dit cy-de-

Liv. II. Chap. XIV. Suite de la réponse à la cinquiéme objection.

vant, que ces deux opinions ſoient de telle nature qu'elles ne puiſſent être convaincuës de faux par les experiences que nous pouvons faire. Et qu'ainſi la difficulté en la cinquiéme objection reſte toûjours en ſon entier à cet égard, par laquelle il eſt dit que ſuivant cette derniere hypotheſe, la figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection des corps ſe trouveroit fort alterée & toutes les conſequences que l'on en tire.

Mais il eſt tres facile d'y repondre, en niant ſeulement la conſequence de la propoſition: car quand il ſeroit même veritable que l'accroiſſement de viteſſe dans le mouvement des corps qui tombent, ſe fit ſuivant la proportion des ſinus verſes; La figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection ne s'en trouveroit pas pour cela ſi fort alterée, que l'on n'en pût tirer les mêmes conſequences; puiſque la courbe dêcrite par le mobile tombant ſuivant cette hypotheſe, ſeroit tellement conforme dans ſon commencement à nôtre ligne parabolique, que tout ce que nous avons dit, de celle-ci pourroit être hardiment prononcé de l'autre, ſans craindre de faire aucune erreur qui put devenir ſenſible dans des projections vingt fois plus grandes que celles qui ſe font ordinairement parmi nous.

Outre que cette opinion des ſinus verſes, quelque

quelque ingenieuse qu'elle soit, est suspecte par ses consequences : Parceque ce qui suit de cette hypothese, (supposant le mouvement de la Terre,) qu'un mobile en tombant arriveroit au centre en six heures de temps, se trouve peu conforme aux suites de nos experiences par lesquelles nous sçavons qu'un corps qui tombe, parcourt peu plus de deux toises dans le temps d'une seconde. Car si nous faisons que comme le sinus verse d'une seconde est au sinus total, ainsi l'espace de deux toises parcourus pendant une seconde est à un quatriéme proportionel, c'est à dire au demi-diametre de la terre ; Nous trouverons plus de vint-quatre millions de toises pour la longueur de ce demi-diametre, que nous sçavons neanmoins n'en avoir pas plus de trois millions.

LIV. II. CHAP. XIV. Suite de la réponse à la cinquiéme objection.

CHAPITRE XV.

Réponse à la sixiéme objection.

NOus pouvons répondre à la sixiéme objection ce que dit Galilée & que nous avons expliqué cy-devant dans la réponse à la quatriéme objection ; c'est à dire en exceptant des regles de nôtre Theorie les effets prodigieux que le feu de la poudre imprime aux balles d'artillerie, dont la vitesse est, dit il, surnatu-

CHAP. XV. Réponse à la sixiéme objection.

Fff

Liv. II. Chap. XV. Réponse à la sixiéme objection.

relle ; Et avoüant comme lui, que la ligne que décrit la balle d'un mousquet est, au moins dans son commencement, plus droite qu'il ne faut pour être parabolique, & qu'elle ne seroit en effet si l'impression n'étoit pas si violente : Ce qui peut être cause que la portée de but en blanc & celles qui se font avec peu d'élevation sur l'horizontale, sont plus grandes qu'elles ne sont marquées dans les tables. Mais comme cela n'arrive pas aux autres projections, & principalement à celles des Bombes, qui ne sont pas poussées avec tant de violence, & dont les tirs les plus ordinaires se font sur des angles de plus grande élevation : nous n'avons pas sujet de nous plaindre de ces petites exceptions, qui ne nuisent point du tout au dessein principal de cet Ouvrage, lequel n'est fait que pour faciliter les pratiques de l'artillerie qui sont communes & ordinaires parmi nous.

Ce n'est pas que l'experience rapportée dans cette objection ne soit suspecte, c'est à dire celle d'un mousquet qui, chassant à toute volée à la longueur de 360 toises, porte de but en blanc à celle de 100 toises ; ce qui ne devroit arriver suivant les tables qu'à l'élevation de huit degrez. Car dans toutes ces sortes d'experiences, il y a un concours de tant de causes differentes qui peuvent alterer la precision des effets, que le plus souvent ce que l'on impute à l'une depend

de l'autre, & même de celle à laquelle on n'aura point fait de reflexion.

Liv. II. Chap. XV. Réponse à la sixiéme objection.

Ainsi l'on peut dire dans celle-ci par exemple, Que la plus grande portée que l'on determine à 360 to., est ici beaucoup moindre qu'elle ne devroit être, parce qu'ayant plus de chemin à faire que les autres, elle trouve plus d'obstacle par la resistance du milieu: & que la violence de l'agitation de l'air, que celle de la balle lui imprime en passant, suspend peut-être en quelque maniere l'effet de sa pesanteur & lui donne par ce moïen plus d'étenduë de portée dans les petites élevations.

Outre que ces tirs de but en blanc, quelque precaution que l'on prenne, s'élevent toûjours au dessus du niveau du but, tant parce que mirant au long du mousquet qui est plus fort de metail à la culasse qu'à la bouche, la direction de l'ame se trouve élevée de quelques degrez, que par la raison que nous avons apportée cy-devant de l'action de la poudre qui, s'enflammant successivement sous la balle, la fait hausser considerablement. Desorte que si l'on assemble toutes ces causes & d'autres encore que nous ne conoissons pas: Ne peut on pas dire que pensant tirer horizontalement, il arrive souvent que la balle est portée notablement en haut, & même jusqu'à l'élevation de sept ou huit degrez, dont il n'est pas si facile de reconoître la difference, & bien

Liv. II. Chap. XV. Réponse à la sixiéme objection.

moins encore de distinguer la cause à laquelle on la doive imputer.

Ce qui fait que je crois que l'on peut assurer avec beaucoup d'apparance de raison que la nature agissant toujours d'une maniere, les coups de mousquet dans leurs portées ne sortent point des regles qu'elle a établies pour tous les autres corps jettez ; & que lors qu'il se trouve de la difference dans l'execution, cela vient ordinairement du faux jugement que nous faisons de la direction de la balle & de l'estime de sa veritable portée.



LIVRE TROISIE'ME.

Confirmation de la même doctrine par les experiences.

CHAPITRE PREMIER.

Explication d'une experience du Pere Merſene.

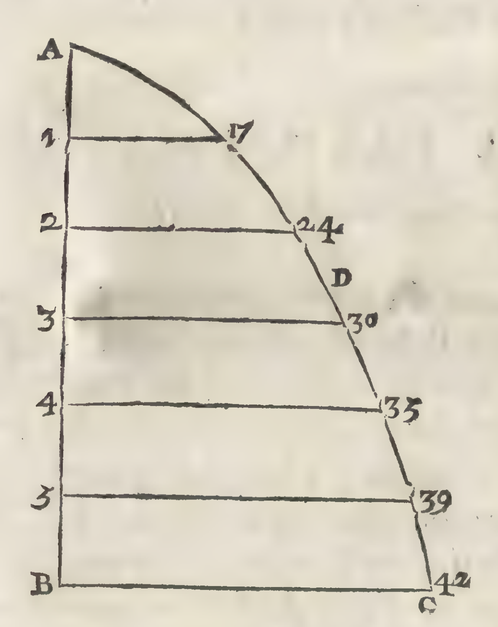
CHAP. I. Explication d'une experience du Pere Merſene par un jet d'eau.

VOICI l'experience d'un jet d'eau tirée des Hydrauliques du P. Merſene par laquelle, voulant montrer que la reſiſtance de l'air altere beaucoup la ligne Parabolique que l'eau devroit decrire par ſa chûte, il dit qu'ayant marqué ſur une muraille une ligne droite à plomb comme A B diviſée en parties égales aux points 1, 2, 3, 4, &c., le jet d'eau A D C partant du point A & razant la même muraille, s'éloignoit dans la diſtance de la premiere de ces parties à la longueur horizontale de dixſept pouces; à la ſeconde de vingt quatre pouces; à la troiſiéme de trente; à la quatriéme de trente cinq; à la cinquiéme de trente neuf: à la ſixiéme de quarante deux: dont les quarrez, dit-il, ne ſont pas entr'eux comme les parties de la droite A B qui leur repondent, ainſi qu'ils devroient être, ſi ces nombres étoient les ordon-

Liv. III. Chap. I. Explication d'une experience du Pere Mersene par un jet d'eau.

nées d'une ligne parabolique A D C dont l'axe est la droite A B & le sommet au point A.

Ensuite il s'embarasse dans des reflexions de Geometrie, assez subtiles, mais qui ne font rien



1	17	17		17	3 $\frac{1}{2}$
2	24	24	1	24	6
3	30	29	6	30	
4	35	34		34	8
5	39	38		38	9
6	42	41	8	42	5

au sujet, sans s'appercevoir que ces nombres ne sont pas tant élognez qu'il dit de nôtre hypothese. Car si l'on suppose qu'à la premiere partie la premiere ordonnée soit, comme il dit, de dixsept pouces; la seconde suivant nôtre Theorie doit être de vint-quatre pouces & une ligne; la troisiéme de vint-neuf pouces six lignes; la quatriéme de trente quatre pouces; la cinquiéme de trente huit, & la sixiéme de quarante & un pouces huit lignes. Où l'on voit que les differences des nombres qu'il pose & de ceux que demande la ligne parabolique sont si petites, qu'il y a raison de douter de la justesse de son calcul; outre qu'il y a

Explication d'une experience du Pere Mersene par un jet d'eau.

peu d'apparance que les ordonnées se trouvent si justes en nombres entiers & même plus grands sur la fin qu'ils ne devroient être, quand même il n'y auroit point de resistance dans l'air, laquelle devroit bien plûtôt en diminuer l'étenduë que l'augmenter. Ce qui me fait croire que le jet d'eau s'élargissant, comme il dit, en forme d'ellipse à mesure qu'il s'élogne du point de sa chûte, il a pris pour la fin de ses ordonnées l'étenduë des gouttes les plus élognées au lieu de celle du milieu. Si l'on pose que la troisiéme des ordonnées soit justement de trente pouces, les differences n'en seront pas si grandes ; comme l'on voit par les nombres de la table dont les premiers sont ceux de l'experience du Pere Mersene ; les seconds sont ceux qui devroient être, supposé que la premiere ordonnée fut de dixsept pouces ; & les derniers, supposé que la troisiéme ordonnée fut de trente pouces. Et partout on voit que le jet d'eau suit assez exactement la ligne de nôtre hypothese, c'est à dire la parabolique.



Liv. III.
Chap. II.
Premiere experience faite à l'Academie Royale des Sciences par Mr Mariote.

CHAPITRE II.

Premiere experience faite à l'Academie Royale des Sciences par Monsieur Mariote.

MONSIEUR Mariote aprés avoir fait diverses experiences particulieres des jets d'eau, en a fait voir une dans l'Academie Royale des Sciences qui convient precisement à la Theorie de Galilée. Ayant fait élever un tonneau plein d'eau à la hauteur de sept ou huit pieds, percé dans le fond par un tuyau perpendiculaire de six pieds de long & d'environ deux pouces de diametre, avec un ajutoir ou robinet perpendiculaire & un autre incliné suivant l'angle de 45 degrez : il a fait voir que l'eau, sortant par deux robinets en même temps, faisoit deux jets dont le perpendiculaire êtoit toûjours moindre de quelques pouces que la hauteur de l'eau contenuë dans le tonneau, & l'autre s'étendoit au loin, ensorte neanmoins que sa longueur horizontale étoit toûjours double de la hauteur du jet perpendiculaire ; l'un & l'autre diminuant avec une admirable uniformité à mesure que l'eau du tonneau se vuidoit, & conservant toûjours cette proportion double du grand jet à la hauteur de petit.

Les autres experiences qui se sont faites & repetées

repetées plusieurs fois dans la même Academie, & même à l'Observatoire en presence de Monseigneur le Dauphin, ne permettent pas que l'on puisse douter davantage de la verité de nôtre supposition, à laquelle elles se sont trouvés conformes en tous les cas avec autant de precision & de justesse que l'on sçauroit attendre des experiences humaines.

Liv III. Chap. II. Premiere experience faite à l'Academie Royale des Sciences par Mr Mariote.

CHAPITRE III.

Seconde experience faite à l'Academie Royale des Sciences, par la machine de Monsieur Perrault.

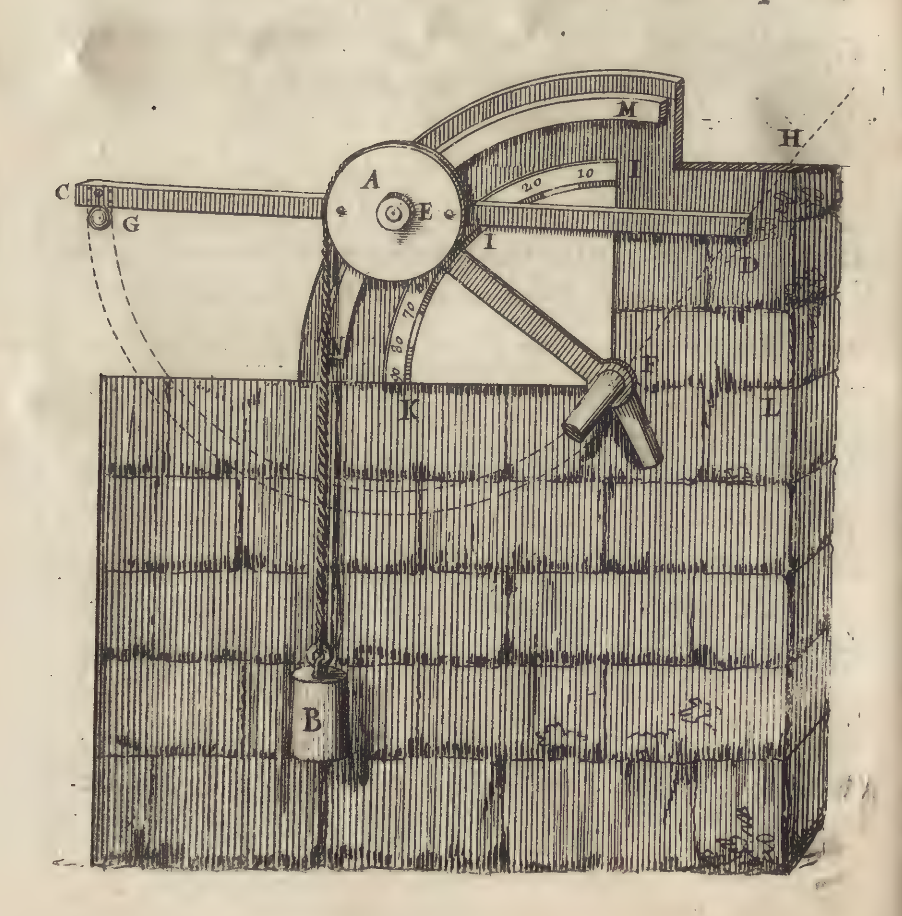
ET sans parler de celles que j'ay faites en mon particulier avec de l'eau, avec un arc, une arbaletre, un arc à jalet, un trebuchet fait à l'imitation des Balistes des Anciens; & même avec un pistolet chargé toûjours également & de même poudre, (quoy qu'elles ayent toutes reüssi assez juste;) j'expliqueray seulement celles-cy qui ont été faites publiquement, dont la premiere est par le moyen de cette Machine de l'invention de Mr Perrault.

Chap. III. Seconde experience faite à l'Academie Royale des Sciences par la Machine de Mr Perrault.

C'est une roüe ou tambour A autour duquel est roulée la corde qui porte le poids B, la barre CD passe derriere le tambour & elle est attachée à son pivot E, ensorte que le poids B, faisant par sa chûte tourner le tambour, donne

Liv. III. Chap. III. Seconde experience faite à l'Academie Royale des Sciences par la Machine de Mr Perrault.

aussi le mouvement à la barre, qui decrivant l'arc de cercle CF & frappant contre un autre pivot solide & bien attaché au point F, fait partir la balle G, avec la vitesse que le mouvement du poids lui imprime suivant le direction de la droite FH qui touche l'arc CF au point F. Ce pivot au point F est posé au centre du quart de cercle IK situé verticalement & divisé en 90 degrez à commencer du haut de la perpendiculaire IF; & le tambour A peut tourner dans le creux MN sur le même centre F par le



moïen de la barre ou rayon A F, afin de pouvoir donner tel degré d'élevation que l'on veut au jet de la balle : Car posant la barre A F sur le degré proposé du quart de cercle, & attachant le tambour en cette situation par le moïen d'une viz & d'un écrouë qui est derriere la rouë, ensorte qu'il y soit ferme ; l'angle L F H de la direction de la balle est le même que l'angle I F A de l'inclination de la Machine. Par ce moïen amenant le bout D de la barre C D au dessus du pivot F, le poids tombant lui fera faire un demi tour en toutes sortes de situation : Et partant l'impression sera toûjours la même ; & la difference des portées ne viendra que de la difference des angles de position. L'on pourroit lui faire faire un tour entier & augmenter par ce moyen la force de l'impression, en ôtant la queuë A D de la barre C D, & amenant le point C au dessus du point F.

LIV. III. CHAP. II. Seconde experience faite à l'Academie Royale des Sciences par la Machine de Mr Perrault.

Cette reflexion m'ayant fait dire à Mr Perrault que sa machine, étant assez forte, pourroit avoir son utilité à jetter des Grenades & des petites Bombes dans les logemens des Ennemis, lors qu'on en est assez prez ; Il m'a donné le dessein d'une autre machine qu'il a faite à l'imitation des Catapultes antiques, laquelle peut être de tres grand usage & dont je parleray cyaprés.

Liv. III. Chap. IV. Troisiéme experience faite à l'Academie Royale des Sciences par le moyen du vifargent.

CHAPITRE IV.

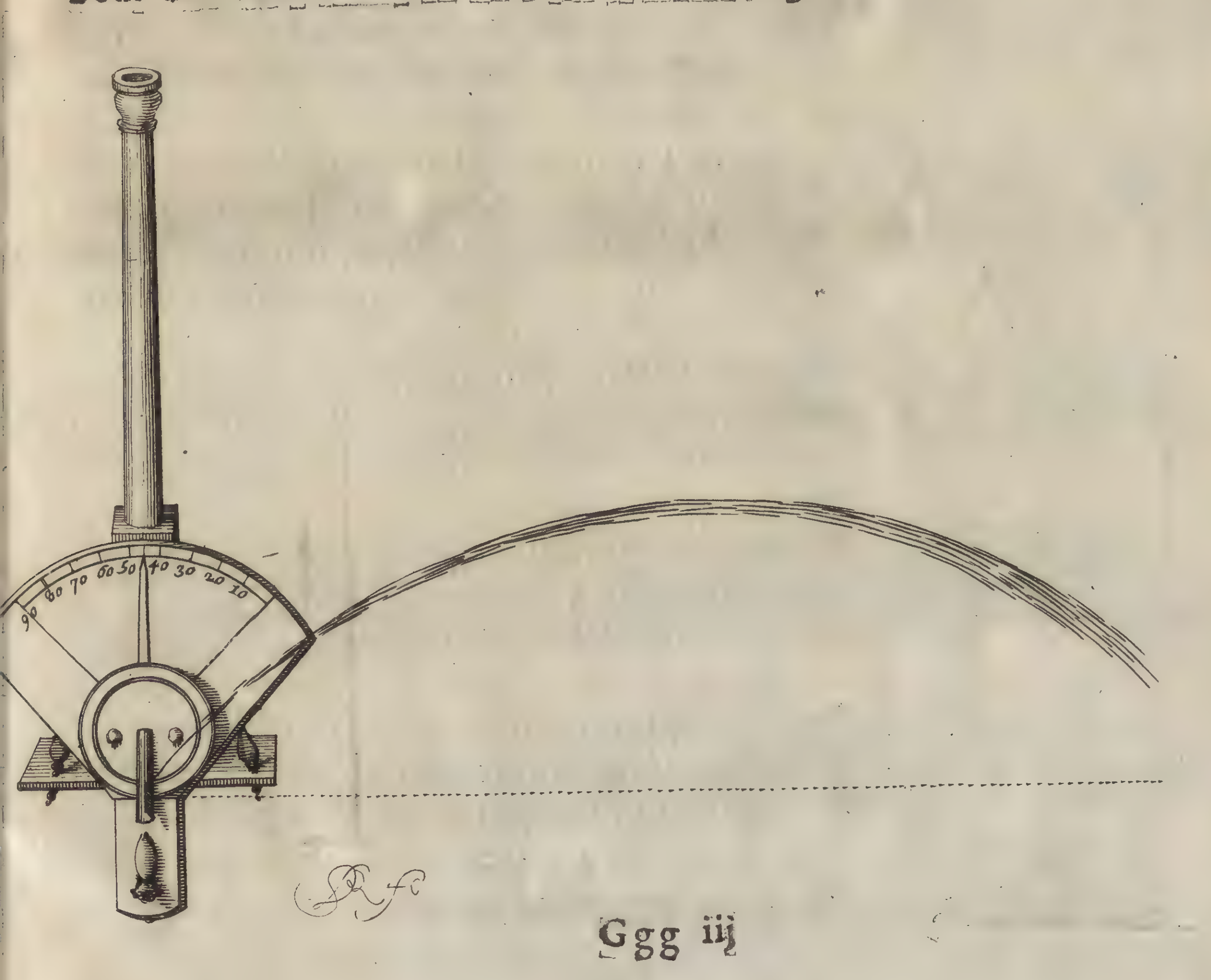
Troisiéme experience faite à l'Academie Royale des Sciences par le moïen du vif argent.

LA difficulté que j'avois trouvée dans les experiences que j'ay faites avec de l'eau, qui s'épanoüit sur la fin du jet en forme d'ellipse, & se resout même en gouttes menuës lors que le jet est un peu long; me fit penser qu'une liqueur sur qui l'air ne pourroit point agir avec tant de force, seroit plus propre à nous determiner: & faisant reflexion que le vif argent est quatorze fois plus pesant que l'eau; Je proposay d'en faire l'experience à Messieurs de l'Academie Royale des sciences, qui donnerent ordre à Mr Rômer de l'executer; ce qu'il a fait par le moyen de cette machine.

C'est un tuyau de bois de vint six pouces de hauteur & de huit ou neuf lignes de diametre, fermé par le bout inferieur au moïen d'un robinet attaché au tuyau avec une peau d'anguille pour pouvoir sûrement contenir le vif argent & se mouvoir en toutes sortes de position. L'œil du robinet n'est que d'une demiligne, & l'on peut lui donner tel angle d'élevation que l'on veut par le moïen d'un quart de cercle situé verticalement au long du tuyau.

Tout cet appareil eſt poſé ſur un auget horizontal bien poli & diviſé dans ſa longueur, qui eſt de quatre à cinq pieds, en pouces, lignes & demi lignes avec beaucoup de juſteſſe, afin de pouvoir juger preciſement de la longueur des portées par la chûte du vif argent dans cet auget: & pour plus de precaution, l'on a mis de bout une carte teinte en noir ſur le même auget

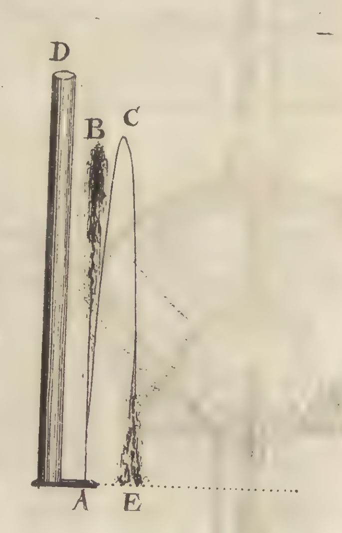
LIV. III. CHAP. IV. Troiſiéme experience faite à l'Academie Royale des Sciences par le moïen du vif argent.

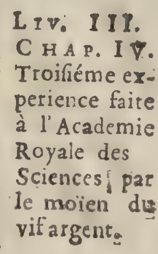


Liv. III. Chap. IV. Troisiéme experience faite à l'Academie Royale des Sciences par le moyen du vif argent.

dans toute sa longueur, & de la hauteur du tuyau, sur laquelle on a marqué, avec tout le soin possible, le cours entier des paraboles du vif argent en plusieurs élevations differentes, pendant que dans son passage il razoit la carte de fort prés.

Sur cette preparation le tuyau ayant été rempli à la hauteur de vint-quatre pouces & deux lignes avec du vif argent bien épuré: l'on a premierement remarqué que lors que le robinet est mis perpendiculairement vers le haut, le vif argent ne rejallit qu'à la hauteur de vint-deux pouces trois lignes; Quoy que suivant l'inclination de deux degrez & demi, il monte à celle de vint-deux pouces huit lignes & demi. D'où l'on peut necessairement inferer que le jet perpendiculaire AB ne monte pas à la hauteur qu'il devroit AD, tant à cause de la resistance de l'air, ainsi que nous l'avons dit cy-devant, que parce que les goutes en B, tombant sur celles qui viennent aprés, les arrêtent & interrompent la force de leur impression. Ce qui n'arrive point au jet incliné ACE où les goutes en C





Liv. III. Chap. IV. Troisiéme experience faite à l'Academie Royale des Sciences par le moïen du vif argent.

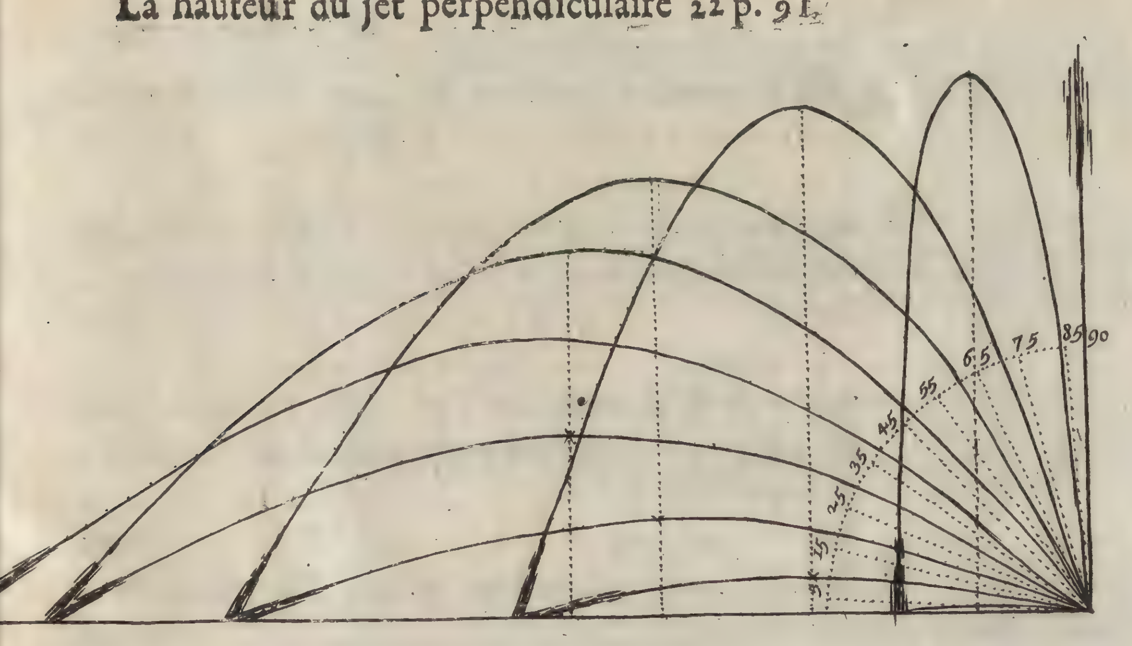
ne retombent point vers A, & n'alterent rien à l'impreſſion de celles qui les ſuivent. Ce qui fait que l'on peut ſûrement prendre pour la veritable hauteur du jet perpendiculaire celle de vint-deux pouces neuf lignes.

Voici les longueurs & les hauteurs des portées du vif argent en diverſes èlevations, tirées de la Table noire ſur laquelle les paraboles entiers ont été decrites, & verifiées par la repetition de pluſieurs experiences tant à l'Academie Royale des Sciences qu'à l'Obſervatoire, & même en preſence de MONSEIGNEUR LE DAUPHIN.

La hauteur du vif argent dans le tuyau au deſſus de l'œil du robinet: 24 pouces 2 lignes.

Le diametre de l'œil peu moins de $\frac{1}{2}$ l.

La hauteur du jet perpendiculaire 22 p. 9 l.



Liv. III. Chap. IV. Troisiéme experience faite à l'Academie Royale des Sciences par le moïen du vif argent.

TABLE

	Amplitudes.				Hauteurs.			
deg.	vrayes		selon le calcul.		vrayes		selon le calcul.	
	Pouc.	lign.	Pouc.	lign.	Pouc.	lign.	Pouc.	lign.
0								
5	7	10	7	10 ½	0	2	0	2
15	22	7	22	9	1	8	1	6 ½
25	34	7 ½	34	10	4	2	4	1
35	42	4 ½	42	9	7	6	7	6
45	45	3 ½	45	6	11	5	11	4 ½
55	42	9	42	9	15	3 ½	15	3
65	34	10	34	10	18	8 ½	18	8
75	23	0	22	9	21	2 ½	21	2 ½
85	7	10	7	10 ½	22	6 ½	22	7
90	0		0		22	9	22	9

La premiere colonne de cette Table marque les degrez des differentes êlevations sur lesquels les experiences ont êté faites. La seconde marque en pouces & en lignes, l'êtenduë des jets du vif argent mesurez sur la ligne horizontale. La troisiéme marque les amplitudes des paraboles suivant les mêmes êlevations calculées sur les tables de Galilée & de Torricelli. La quatriéme est celle des hauteurs perpendiculaires des mêmes jets du vif argent, mesurées sur la carte noire, sur laquelle ils ont êté soigneusement dessinez dans tout leur cours. La cinquiéme marque

marque les hauteurs des mêmes jets calculées ſur les Tables de Galilée & de Torricelli.

Liv III. Chap IV. Troiſiéme experience faite à l'Academie Royale des Sciences par le moyen du vif argent.

Où l'on voit en general que l'experience eſt tellement conforme à la Theorie que leur plus grande difference ne monte pas à la centiéme partie de l'étenduë du jet; ce qui doit être bien plûtôt attribué à quelqu'une des cauſes que nous avons expliquées cy-devant, qu'à aucun défaut de l'hypotheſe. D'autant plus que les portées qui ſe font autour du ſixiéme point de l'équerre, c'eſt à dire aux environs de l'angle demi-droit, qui ſont les plus ordinaires pour les jets des Bombes, ſont les plus juſtes & les plus proches de celles que l'on trouve par le calcul.

Il eſt à remarquer dans cette experience que le filet du vif argent, mêmes aux jets les plus obliques & les plus inclinez à l'horizon, eſt plus gros quatre fois que n'eſt l'œil du robinet d'où il ſort; ce qui vient, peut être, de la diſpoſition des parties qui compoſent le vif argent, qui dans leur ſortie par l'œil du robinet ſe trouvent comprimées & reſſerrées par le poids du liquide qui eſt au deſſus dans le tuyau, & ſe remettent dans leur état ordinaire auſſi tôt qu'elles ont la liberté de le faire dans l'air; d'où l'on pourroit inferer en quelque maniere, que ces parties font une eſpece de reſſort entr'elles. Mais ce n'eſt pas ici le lieu de diſcourir à fond ſur cette matiere.

Liv. IV. Resolution des difficultez de la pratique du jet des Bombes.

LIVRE QUATRIE'ME.

Resolution des difficultez de la pratique du jet des Bombes.

APRE'S avoir examiné les raisons qui sembloient devoir entierement detruire la Theorie que nous avons supposée dans tout ce discours, il ne reste plus mainte-qu'à resoudre les difficultés que l'on peut proposer contre la Pratique, à laquelle on donne ordinairement ou trop ou trop peu.

CHAPITRE PREMIER.

Premiere objection. La Theorie n'est point necessaire pour les pratiques de la Guerre.

Chap. I. Premiere objection. La Theorie n'est point necessaire pour les pratiques de la Guerre.

CAR la plus grande partie de ceux qui font profession de porter les armes, mêmes des Officiers & particulierement de ceux qui n'ont pas été cultivez par l'étude des lettres dans leur jeunesse, disent hardiment qu'il ne faut que de la pratique pour la Guerre; Que c'est un mêtier qui ne s'apprent point dans les livres ny par les regles; Que ceux qui n'ont que de la Theorie se trouvent bien empêchez à prendre leur parti

dans l'action ; & que cet appareil d'étude de Mathematique ne ſert le plus ſouvent qu'à donner de la preſomption. Que ſur le fait dont il s'agit, la haute capacité de ceux qui ſervent maintenant le Roy dans l'Artillerie, & même dans l'Art de jetter les Bombes, qui ſe trouve preſentement au plus haut point où l'on ſçauroit humainement parvenir, marque ſuffiſament qu'il eſt fort inutile de vouloir les charger de cette quantité de preceptes & d'operations de Mathematique ſi difficiles à comprendre & à mettre en œuvre ; puiſque par le bon ſens & par la ſeule pratique, ils executent ponctuellement ce qui leur peut être propoſé ſur cette matiere, ſans être aſſujetis à aucunes regles ny de meſures ny de calcul.

LIV. IV. CHAP. I. Premiere objection. La Theorie n'eſt pas neceſſaire pour les pratiques de la Guerre.

CHAPITRE II.

Seconde objection. Les inégalités de la matiere empéchent dans la Pratique les effets des regles de la Theorie.

LEs autres au contraires aſſurent, que bien que ces regles puiſſent avoir quelque juſteſſe dans la Theorie; Elles ne ſçauroient neanmoins reuſſir dans la Pratique, à cauſe des irregularitez & des inégalitez qui ſe trouvent dans la matiere ſur laquelle elles doivent être appli-

CHAP. II. Seconde objection. Les inégalités de la matiere empêchent dans la Pratique les effets des regles de la Theorie.

Liv. IV Chap. II. Seconde objection. Les inégalités de la matiere empêchent dans la Pratique les effets des regles de la Theorie.

quées, & qui ne peut jamais être si heureusement maniée qu'elle ne corrompe presque toûjours les effets des operations les mieux conçûes & les plus soigneusement executées.

En effet il est, disent ils, malaisé de comprendre que l'impression, que la Bombe ou le boulet reçoit par le feu du mortier ou du Canon dans chaque coup, soit toûjours la même, comme il faut neanmoins qu'elle soit necessairement pour tirer quelque utilité de la doctrine du jet des Bombes ; & que cette force ne change point se servant de tant de sortes de poudres si differentes en leur composition & en leurs effets. Qui ne sçait que la même poudre, c'est à dire celle qui est faite de la même composition, fait effort à proportion de ce qu'elle est plus grosse ou plus menuë grenée, qu'elle est plus humide ou plus seiche, plus nouvelle ou plus vieille ? & qui peut assurer que par le poids ou par la mesure, la charge soit toûjours la même ; & qu'il y ait même quantité de poudre en tous les coups dans la piece ou dans la chambre du mortier ? y ayant plus de poudre dans un même poids quand elle est seiche que quand elle est humide, & plus de poudre menuë grenée que de poudre à gros grains dans une même mesure !

Quel changement n'arrive-t-il pas à l'étenduë des portées par la seule difference des manieres de charger la piece ou le mortier ? comme lors

que la bombe eſt poſée (comme on dit) à nud ſur la poudre, ou lors que la chambre eſt bouchée d'un tampon pouſſé à force ; ſi la poudre eſt fort ou peu battuë ; ſi elle s'allume par tout également ou à repriſes ; ſi la piece ou le mortier eſt échaufé ou s'il eſt froid ; ſi elle recule ou ſi elle ne ſort point de ſa place ? Et qui peut dire que l'on a pointé la piece ou le mortier dans la preciſion qu'il doit être, quelque ſoin que l'on y ait pris & quelque juſtes que puiſſent être les inſtrumens dont on ſe ſert?

Liv. IV. Chap. II. Seconde objection. Les inegalités de la matiere empêchent dans la Pratique les effets des regles de la Theorie.

Qui peut repondre que l'ame de la piece ou du mortier ſoit parfaitement droite, égale & bien arrondie au dedans ? Que la bombe y convienne preciſement, & qu'elle ſoit parfaitement ronde ? Que la ligne qui fait l'axe de la chambre du mortier étant continuée rencontre preciſement le centre de la bombe, afin que l'action de la poudre embrazée ſe faſſe uniformement autour de ſa circonference & ne lui donne pas plus d'impreſſion d'un côté que d'autre ? Que la bombe êtant chargée ait un même centre de grandeur & de peſanteur ? Que le plan de la batterie ſoit égal, également fort, uni, & parfaitement de niveau ? Que le mortier ſoit ſi bien monté ſur ſon affût que l'axe de ſes tourillons traverſe celui de l'ame & ſoit toûjours parallele à l'horizon ? & mille autres particularités de cette nature, dont la moindre eſt capa-

Liv. IV. Chap. II. Seconde objection. Les inegalités de la matiere empêchent dans la Pratique les effets des regles de la Theorie.

ble d'alterer la direction de la balle & de rendre par conſequent inutiles toutes les ingenieuſes precautions de la Theorie; Et que ſera-ce enfin ſi toutes ou la plus part y concourent par leur irregularité?

Voila, ce me ſemble, ce que l'on peut apporter contre le deſſein de ce livre au ſujet de la pratique; A quoy il faut eſſaïer de ſatisfaire, ainſi que nous avons fait aux difficultez propoſées contre la Theorie.

CHAPITRE III.

Réponſe à la premiere objection.

Chap. III. Réponſe à la premiere objection.

AINSI je diray à ceux qui donnent tout à la Pratique, qu'il eſt vray qu'elle eſt tres-neceſſaire en tous les Arts, & particulierement à la Guerre; où l'on ne devient ordinairement habile que par un long uſage & par une ſuite d'obſervations faites avec grande application & jugement; & où ceux qui n'ont que de la Theorie ſe peuvent trouver empêchez à l'abord & juſqu'à ce qu'ils ſe ſoient reconûs, & qu'ils ayent appris à diſtinguer les temps & les lieux ou les regles, qu'ils ont appriſes, peuvent être employées utilement. Mais qu'il eſt auſſi tres-faux de dire que la Theorie leur ſoit inutile; puis qu'il n'y a rien de plus certain que cette Prati-

que judicieuſe & appliquée, dont je viens de parler, ne contribue jamais mieux à perfectioner un homme de Guerre, que lors qu'elle eſt fondée ſur une étude ſolide de preceptes. Et ſans m'amuſer à rechercher de grands raiſonemens pour appuyer cette penſée, ny à faire un grand denombrement des fautes conſiderables où tombent tous les jours ceux qui ſont depourvûs du ſecours des regles, lors qu'ils ſe trouvent dans des rencontres extraordinaires: il ſuffit de dire que c'eſt le ſentiment du plus grand Roy du monde & du plus habile dans le metier, Qui ne voudroit pas que l'on fit perdre le temps à MONSEIGNEUR LE DAUPHIN, en lui enſeignant ce qui ſe peut apprendre de Theorie ſur ce ſujet, & qui ne voudroit pas ſe donner la peine de le faire travailler en ſa preſence & corriger lui même, en Pere & en bon Maître, les fautes qu'il fait ſur les deſſeins des places irregulieres qu'il lui propoſe à fortifier, comme la choſe la plus importante & la plus difficile de la fortification; s'il n'étoit bien perſuadé que ces conoiſſances lui ſeront utiles à l'avenir.

LIV. IV. CHAP. III. Réponſe à la premiere objection.

C'eſt à cet exemple que la plus part des perſonnes de qualité travaillent preſentement à cette partie des Mathematiques qui ſert principalement à la Guerre. Et c'eſt ſur ce fondement que les principaux Miniſtres de ſa Majeſté ſe ſont

LIV. IV. CHAP. III. Réponse à la premiere objection.

ſoigneuſement appliqués à cette étude, pour ſe mettre en état de conoître par eux mêmes, ce qu'il y a de bon dans les propoſitions qui leur ſont faites; Et de bien juger & du babil des Charlatans, qui ont été en ſi haute reputation par le paſſé, & du ſçavoir ſolide des gens de merite.

Ce que l'on apporte de la ſuffiſance de ceux qui ſervent preſentement le Roy dans les batteries, & particulierement dans celles des Bombes, ne detruit rien de ce que je dis: Car quoy qu il ſoit conſtant qu'ils ayent mis cet Art dans un tres haut degré de perfection par la ſeule force de leur Genie & par leur grande application; Il eſt auſſi tres-veritable qu'ils ſeroient bien plus facilement parvenus à cette haute capacité, s'ils avoient été aidez des conoiſſances de la Theorie. A le bien prendre leur ſçavoir ſe termine à la conoiſſance des cas particuliers, qu ils n'ont reconus qu'à force de les avoir obſervés; & qu'ils auroient bien plûtôt, plus univerſellement, & plus aſſûrement decouvers dans les regles que cette doctrine leur auroit enſeignées.

Je pourrois ajouter, que comme les ſujets de ce merite ſont extremement rares, & ſe trouvent peu ſouvent à cauſe de la difficulté qu'ils ont d'aquerir cette ſuffiſance par les ſeules obſervations de Pratique; l'on en devroit ce me

ſemble

semble estimer les regles de la Theorie d'autant plus, qu'elles facilitent les moïens de parvenir à la perfection, & qu'elles peuvent par consequent servir à former de bons Eleues dans cet Art.

LIV. IV. CHAP. III. Réponse à la premiere objection.

CHAPITRE IV.

Réponse à la seconde objection.

L'ON ne peut pas dire à ceux qui proposent les difficultez, que nous avons rapportées cy-devant contre la Pratique & qui sont pour la plûpart fondées sur la resistance & l'inégalité de la matiere, qu'elles ne soient tout a fait raisonables, & qu'il n'y en ait peut être une infinité d'autres que nous ne conoissons pas, à qui l'on pourroit imputer la cause de ces effets bigearres & surprenans que nous voyons si souvent arriver dans l'Artillerie : Mais l'on peut au moins assûrer que ces obstacles peuvent être suffisament surmontez par le soin & par la meditation laborieuse de ceux qui s'appliquent tout a fait à ce metier, & qu'ils ne sont pas capables d'empêcher que l'on ne fasse cependant un bon usage de nos preceptes.

CHAP. IV. Réponse à la seconde objection.

Ceux qui servent presentement aux batteries des Bombes, où ils n'agissent que sur les conoissances qu'ils ont aquises par l'experience,

LIV. IV. CHAP. IV. Réponse à la seconde objection.

rencontrent toutes les mêmes difficultez & trouvent par tout les mêmes obstacles ; Qui cependant ne les empêchent pas de tirer juste : c'est à dire qu'ils sçavent par la pratique le moïen de les conoître & d'y remedier, & d'y appliquer ensuite les regles qu'ils se sont formées par le long usage, par le moïen desquelles ils font porter la bombe où ils veulent. Pourquoy donc, à leur exemple, ne peut-on pas dire que ceux qui se servent des preceptes de cette doctrine, ont le même avantage de pouvoir par la pratique conoître & corriger ces défauts, avant que d'y appliquer les regles de la Theorie.

En un mot on ne peut pas assurer qu'en tous les Arts, la simple conoissance des preceptes suffise à leur perfection ; Il faut les sçavoir appliquer au sujet : Et c'est dans cette application que l'on trouve toûjours la resistance & l'opiniatreté de la matiere, qui fait naître mille obstacles & mille empêchemens que l'on ne conoît & que l'on n'apprent à vaincre que par la pratique & par l'experience.

Qu'elle utilité pourroit-on par exemple tirer de la Theorie de la Musique, si l'on ne s'accoutumoit par un long usage à bien entoner les notes, à se former l'oreille à la justesse des consonances, à bien juger du bon & du mauvais effet qu'elles font dans leur mêlange, tant entr'elles que parmi les dissonances que l'on y peut

inſerer? La ſcience des ordres d'Architecture & la parfaite conoiſſance de ſes preceptes ne peut pas être de grand fruit à un Architecte, s'il ne ſçait par la pratique quel choix il doit faire des ornemens propres à l'Edifice qu'il entreprent? Quelle eſt la nature des materiaux qu'il y doit emploïer, & quel mêlange il en doit faire pour leur donner de la fermeté? Quelle eſt la qualité du Terrain ſur lequel il veut bâtir, de quelle maniere & de quelles meſures il doit faire ſes fondemens pour les rendre ſolides? & mille autres particularitez qui rendent les Edifices imparfaits & defectueux quand elles ſont ignorées ou negligées.

LIV. IV. CHAP. IV. Réponſe à la ſeconde objection.

Ces difficultez neanmoins ſe peuvent vaincre par le courage & par le travail de ceux qui s'y appliquent ſerieuſement: Les ſuperbes Bâtimens anciens & modernes, & les concerts admirables qui nous raviſſent tous les jours, nous aprennent que l'on peut devenir excelent Muſicien & parfait Architecte. Enfin aprés ce que nous avons vû par le retour heureux de ceux qui voyageant, pour ainſi dire, juſqu'en l'autre monde ont eu la rage des vents, de la mer & des Ennemis à combattre, celle de la faim & de la ſoif, milles perils des rochers, des courans, du feu; & qui ont été obligez de mettre en pratique ce qu'il y a de plus fin dans l'aſtronomie & dans les mecaniques: Nous pourrons aſſûrer qu'il

Liv. IV. Chap. IV. Réponse à la seconde objection.

ny a rien d'impossible aux soins, au travail & à l'industrie de l'esprit de l'homme.

Il est vray que c'est dans ces grandes occasions que l'on reconoît le mieux les avantages considerables que l'on tire de la science de la Theorie, qui dresse la pratique & perfectionne l'experience; Qui toutes ensemble font heureusement prendre le bon parti dans les perils les plus presents & les plus pressants.

C'est aussi pour cet effet que le Roy entretient liberalement sur les ports de mer de son Royaume, des personnes intelligentes qui enseignent aux gens de Marine ce qu'ils doivent sçavoir de Theorie pour la navigation: & qu'il n a rien épargné dans l'établissement qu'il a fait de ces Academies Illustres pour servir à l'avancement de ses sujets, je veux dire de celle des Sciences, de celle d'Architecture, & de celles de Peinture & de Sculpture tant à Paris qu'en Italie; Etant persuadé que la gloire de faire refleurir les Arts & les Sciences dans ses Etats, n'étoit pas indigne de ces mêmes soins & de cette laborieuse application qui lui donnent tant de victoires.



Liv. IV. Chap. V. Avantages à esperer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

CHAPITRE V.

Avantages à esperer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

L'INSTITUTION de la Compagnie des Bombardiers & les experiences qu'ils font pour le jet des Bombes, fera sans doute que dans peu cet Art aura toute sa perfection : pourveu qu'ils ne se laissent pas prevenir de pensées de bien-seance, & qu'ils attendent à raisoner sur les proportions de leurs jets, lors qu'ils auront un bon nombre d'épreuves exactes & fideles en toutes sortes d'élevation du mortier ; Dans lesquelles ils doivent remarquer soigneusement les justes longueurs des portées suivant la difference des angles, ainsi qu'elles se trouvent dans leurs experiences, sans s'amuser à les vouloir corriger par avance sur des faux principes, comme il semble qu'il ont fait par le passé sur ce qui se voit dans leurs Tables.

Sur tout il seroit bon qu'ils s'accoûtumassent à l'usage juste & precis des instrumens qui servent à prendre les angles des élevations. Que par une suite d'épreuves ils pûssent se faire des regles pour la difference de la poudre, & determiner si les longueurs des jets faits avec des poudres differentes sur une même êlevation sont

Liv. IV. Chap. V. Avantages à esperer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

proportionelles aux differents points qu'elles font courir sur une même éprouvette. Qu'ils apprissent à bien juger de la difference des mêmes portées suivant la differente quantité de la charge, & suivant la differente maniere de la charger avec tampon ou sans tampon, avec la poudre plus ou moins battuë, & selon que le mortier est plus ou moins échauffé.

Ces experiences étant bien faites & repetées plusieurs fois, pourroient donner de grandes lumieres pour la sûreté de l'application des regles de la Theorie, & produire par ce moïen des effets merveilleux pour l'Art de jetter les Bombes; dont les difficultés, quoy qu'en assez grand nombre en apparance, ne sont pas neanmoins de grande consequence. Aprés tout l'on ne veut pas, comme je pense, exiger d'un Bombardier que ses tirs suivent toûjours cette precision Mathematique qui se voit dans les mesures du calcul des Tables, & les faire passer pour deffectueux & dereglez lors qu'ils s'élognent seulement de quelques pieds, ou même d'une toise ou de deux, du lieu où l'on lui auroit ordonné de faire porter sa Bombe: & cela est neanmoins le plus grand detraquement que les difficultés qui naissent de la resistance de la matiere, peuvent produire sur l'étenduë des tirs d'un mortier, lors que l'on y a apporté toutes les precautions necessaires.

Je diray à ce propos que Moretti Ingenieur de la Republique de Venise dit dans son livre de l'Artillerie, que dans deux épreuves qu'il a faites avec beaucoup de soin du jet d'une Bombe de 100 ℔ pesant en raze campagne à l'élevation de 45 degrez ; Il a remarqué qu'à la premiere avec la charge de $5\frac{1}{2}$ livres de poudre, & la chambre du mortier fermée d'un tampon de bois poussé à force, la Bombe a porté à la longueur de 600 pas Geometriques ; Mais qu'à la seconde avec la même charge, la chambre étant fermée seulement d'un étoupillon de filasse, elle n'a porté qu'à la longueur de 480 pas, c'est à dire $\frac{1}{5}$ moins que la portée de la premiere.

Liv. IV. Chap. V. Avantages à esperer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

L'on pourroit tirer quelques conjectures avantageuses des tables faites sur les observations des Bombardiers du Roy dont nous avons parlé dans la premiere partie : lesquelles marquent qu'un mortier de douze pouces de diametre chargé de 2 ℔ de poudre chasse à toute volée, c'est à dire à l'élevation de 45 degrez, à la longueur de 2160 pieds ; à la même longueur chargée de $2\frac{1}{2}$ ℔ sous l'angle de 36 deg., & à celle de 2700 pieds sous l'angle de 45 degrez avec la même charge ; à celle de 2664 pieds chargé de 3 ℔ sous l'angle de 37 degrez, & à celle de 3240 sous l'angle de 45 degrez avec la même charge.

Ainsi un mortier de 8 pouces de diametre

Liv. IV. Chap. V. Avantages à esperer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

chargé de $\frac{1}{2}$ livre de poudre chasse à la longueur de 1870 pieds sous l'angle de 45 degrez ; à celle de 1922 chargé de $\frac{3}{4}$ ℔ sous l'angle de 31 degrez, & à celle de 2790 sous celui de 45 degrez avec la même charge ; à celle de 2870 chargé de 1 ℔ de poudre sous l'angle de 35 degrez, & enfin à celle de 3690 pieds à toute volée avec la même charge.

Mais ces proportions sont suspectes, à cause de la fausse estime qu'ils ont faite par prevention, comme j'ay dit, de bien-seance pour les augmentations de leurs tirs à chaque degré.

CHAPITRE VI.

Usage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

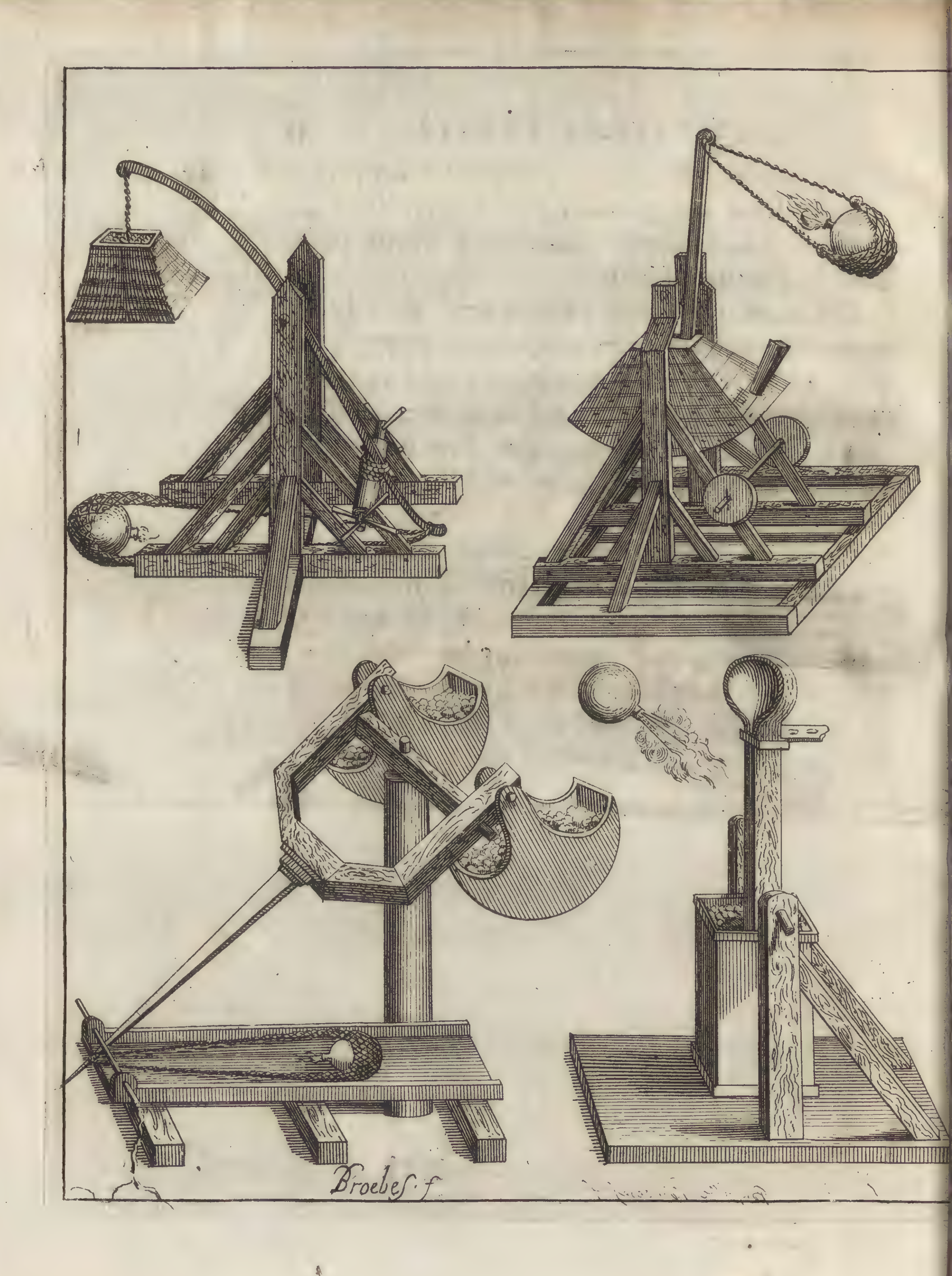
Chap. VI. Usage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

AU reste les mortiers ne servent pas seulement à jetter des Bombes de toutes sortes de grosseurs, ils font aussi des grands effets avec les pierres, dont on a veu beaucoup d'exemples au siege de Candie ; les Italiens les appellent *Batterie de j Sassi*. L'on jette avec les mortiers des boulets rouges, des pots à feu, des barils ardans, des carcasses qui sont des boites, faites de bandes de fer, de la grosseur des Bombes, couvertes de grosse toille goderonnée, & remplies de grenades & de composition à mettre

mettre le feu ; Il y en a plusieurs descriptions dans le livre du grand Art de l'Artillerie de Cazimir Siemienowski dont nous avons parlé dans la premiere Partie.

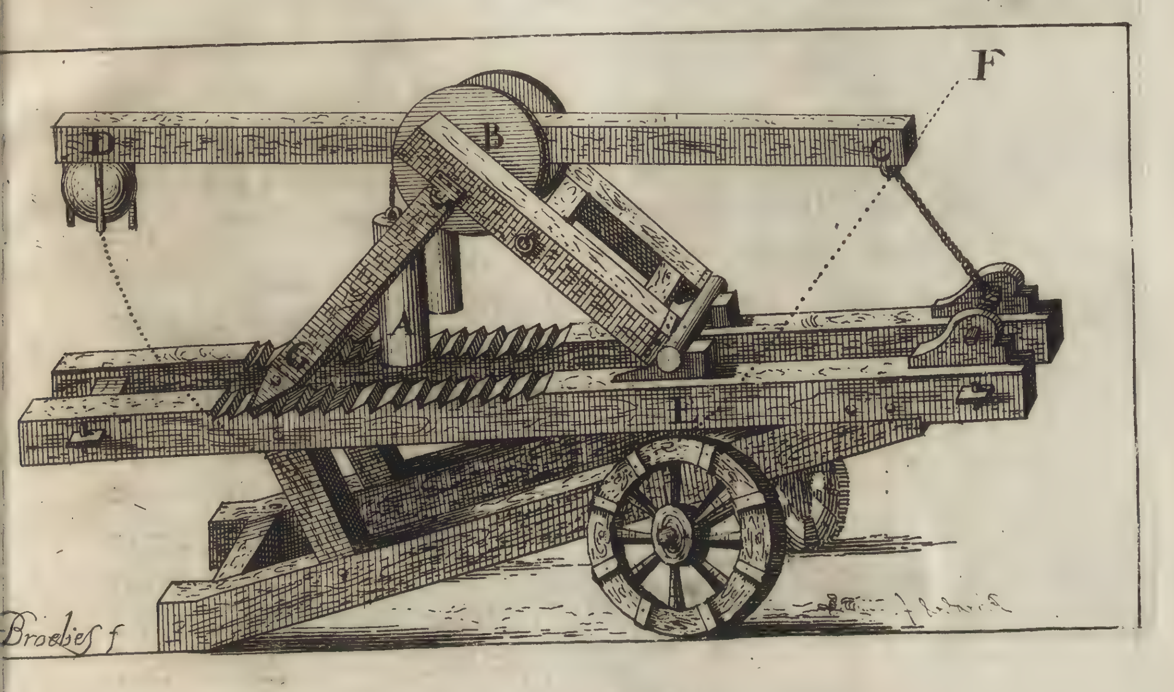
Usage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

Cet Auteur promet d'enseigner, dans sa seconde Partie, diverses inventions de jetter les Bombes sans mortier ; mais cette partie n'a point été imprimée. Il ne laisse pas de dire en passant que les frondes pourroient être fort utiles, au moins pour jetter les Grenades, si l'on s'en rendoit l'usage familier. A quoy je puis ajouter que dans les desseins des Machines antiques, il y a des grandes frondes attachées à des Trebuchez, qu'ils appelloient *Fundibala*; Et qui servoient aux anciens à jetter dans les Villes assiegées des pierres plus pesantes que nos Bombes; Ce qui me fait dire que l'usage n'en seroit peut-être pas à mepriser. En voici quelques desseins.


Broebes · f

Celle-ci est de l'invention de Monsieur Perrault, dont nous avons parlé cy-devant.

Liv. IV. Chap. VI. Usage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.



Les deux poids A A font tourner les roües B & la barre C D quand on lasche la corde qui la retient en C. Cette barre, aprés avoir fait le demi-tour D E, frappe contre la traverse posée en E, & donnant l'impression à la Bombe D, elle la fait partir avec violence suivant la direction de la droite E F qui touche le demi-cercle D E en E. La branche mobile G arrêtée prés ou

Liv. IV. Chap. VI. Usage des mortiers & & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

loin du point E sur les dents marquées en E G, donne telle élevation que l'on veut au jet de la Bombe en haussant ou baissant la machine.

Je finis par l'explication d'une maniere extraordinaire de jetter des pierres sans mortier. Les Polonois assistez des Troupes auxiliaires de l'Empereur sous la conduite du Conte de Souches, assiegeoient en l'année 1659 la Ville de Torn en Prusse tenuë par les Suedois; dans laquelle ils jettoient tres-souvent des pierres d'une grosseur monstrueuse, des gros Quartiers de meules de moulin & des Carreaux de plus de 800 pesant sans se servir de mortiers, en cette maniere. Dans le terrain rassis prés de la contr'escarpe ils creusoient des trous justement de la grandeur & de la figure de la pierre qu'ils vouloient jetter, dont le fond plat & uni étoit tourné vers la Ville avec tel angle d'inclination qu'ils jugeoient par l'estime qu'il falloit donner pour la direction de leur jet; & dans le milieu du même fond, ils creusoient un autre trou plus profond en forme de chambre, & de telle sorte que l'axe de ce dernier trou passant par le centre de gravité de la pierre se trouvât perpendiculaire à son lit & fut le même que la ligne de sa direction. Ils emplissoient le trou avec de la poudre si la terre étoit assez ferme, ou bien il y faisoient entrer un petard d'une grandeur proportionée au poids de la pierre,

Qui posant sur le plan du madrier du petard ou du tampon de la chambre, recevoit l'impression entiere du feu de la poudre que l'on allumoit par le moïen d'un filet trempé dans l'eau de vie & de la composition d'artifice, & s'êlevant en l'air à une tres-grande hauteur, elle alloit retomber dans la Ville aux endroits où elle êtoit destinée & où elle écrasoit tout ce qui se rencontroit à sa chûte.

LIV. IV. CHAP. VI. Usage des Mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

FIN.



TABLE

DES LIVRES ET DES CHAPITRES

Contenus dans les quatre Parties de ce Traité de l'Art de jetter les Bombes, & de connoître l'êtenduë des coups de volée d'un Canon en toutes ſortes d'Elevations.

PREMIERE PARTIE.

Opinions fauſſes du jet des Bombes avant Galilée.

LIVRE PREMIER.

De l'Origine & de l'uſage des Bombes.

LIVRE SECOND.

Sentimens des Autheurs Modernes sur la nature du jet des Bombes.



TABLE.

SECONDE PARTIE.

Pratiques de l'Art de jetter les Bombes.

LIVRE PREMIER.

Pour les jets dont l'étenduë est au niveau des batteries par le moyen des Sinus.



LIV. II.

LIVRE SECOND.

Pratiques des jets dont l'êtenduë eſt au niveau des batteries, par moyen des Inſtrumens.

LIVRE TROISIEME.

Pratiques des jets dont l'êtenduë n'eſt pas au niveau des Batteries.

LIVRE QUATRIEME.

Pratique Universelle.

LIVRE CINQUIEME.

Application du compas de proportion aux jets des Bombes.

LIVRE SIXIE'ME.

Autre Inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes.

TROISIE'ME PARTIE.

De la Theorie du jet des Bombes.

LIVRE PREMIER.

Doctrine de Galilée ſur le mouvement.

LIVRE SECOND.

Theorie du mouvement de projection.

LIVRE TROISIE'ME.

Demonstration des pratiques de l'Art de jetter les Bombes. Et premierement pour les jets dont l'êlevation est au niveau des batteries, & par le moyen de sinus.



LIVRE QUATRIEME.

Demonstration des pratiques pour les jets dont l'étenduë est au niveau des batteries & par le moyen des Instrumens.

LIVRE CINQUIEME.

Demonstration des pratiques pour les jets dont l'êtenduë n'est pas au niveau des batteries.

LIVRE SIXIE'ME.

Demonſtration des Pratiques par les Sinus.

LIVRE SEPTIEME.

Demonſtration des Pratiques par les Inſtrumens.

LIVRE HUITIEME.

Doctrine de M. Caſſini pour le jet des Bombes.



QUATRIEME

QUATRIE'ME PARTIE.

Resolution des difficultés qui se trouvent dans la doctrine du jet des Bombes.

LIVRE PREMIER.

Solution des Objections faites contre la Theorie.

LIVRE DEUXIE'ME.

Réponses aux Objections proposées concernant la Theorie.

LIVRE TROISIE'ME.

Confirmation de la même Doctrine par les Experiences.

LIVRE QUATRIE'ME.

Reſolution des difficultés de la pratique du jet des Bombes.



PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU, Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Prevosts, Baillifs, Senéchaux, leurs Lieutenans & tous nos autres Justiciers & Officiers qu'il appartiendra, SALUT : Nôtre cher & bien amé le sieur BLONDEL Maréchal de nos Camps & Armées, Maître pour enseigner les Mathematiques à nôtre tres-cher & tres-amé Fils LE DAUPHIN, ayant composé divers Ouvrages pour l'instruction de nôtredit Fils, SÇAVOIR : La Nouvelle Maniere de Fortifier les Places ; L'ART DE JETTER LES BOMBES ; & un Cours de Mathematique composé de plusieurs Traités de Geometrie, d'Arithmetique, d'Optique, de la Sphere, de Mechanique & autres, Nous aurions eu lesdits Ouvrages tres-agreables ; Et voulant qu'ils soient donnés au public, & en même temps procurer audit sieur BLONDEL l'utilité qui peut revenir de l'impression d'iceux. A CES CAUSES & autres à ce nous mouvant, de nôtre grace speciale, pleine puissance & autorité Royale, Nous avons audit sieur BLONDEL accordé & octroyé, accordons & octroyons par ces presentes signées de nôtre main, la faculté & privilege de faire imprimer vendre & debiter lesdits Ouvrages de La Nouvelle Maniere de Fortifier les Places, L'ART DE JETTER LES BOMBES, & ledit Cours de Mathematique, pendant le temps & espace de vingt années, à commencer du jour qu'ils seront achevés d'imprimer pour la premiere fois : Pendant lequel temps Nous avons fait & faisons tres-expresses inhibitions & défenses à tous Imprimeurs & Libraires de nôtre Royaume, Pays, Terres & Seigneuries de nôtre obeïssance, & à toutes personnes de quelque qualité & condition qu'elles puissent être, d'imprimer, faire imprimer, contrefaire ou imiter, vendre, debiter lesdits Ouvrages, sous pretexte d'augmentation, correction, changement

ou autrement, ſans le conſentement par écrit dudit ſieur BLONDEL ou de ceux qui auront droit de luy; à peine de ſix mil livres d'Amande, applicable un tiers à Nous, un tiers à l'Hôpital General de nôtre bonne Ville de Paris, & l'autre tiers audit ſieur BLONDEL ou à ceux qui auront droit de luy, de confiſcation des Ouvrages contrefaits & de tous deſpens domages & intereſts. SI VOUS MANDONS ET ORDONNONS que du contenu en ces preſentes vous ayés à faire joüir & uſer ledit ſieur BLONDEL, & ayant cauſe, pleinement & paiſiblement, ceſſant & faiſant ceſſer tous troubles & empêchemens. VOULONS qu'aux coppies des preſentes deuëment collationnées par l'un de nos amez & feaux Conſeillers Secretaires, foy ſoit ajoutée comme à l'Original. COMMANDONS au premier nôtre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis, de faire pour l'execution des preſentes tous Actes & exploits neceſſaires, ſans pour ce demander autre permiſſion, nonobſtant Clameur de Haro, Charte Normande, priſe à partie & autres Lettres à ce contraires: CAR tel eſt nôtre plaiſir. DONNE' à S. Germain en Laye le quinziéme jour du mois de Decembre, l'an de grace mil ſix cens quatre vingt un & de nôtre Regne le trente neuviéme. Signé LOUIS; Et plus bas, par le Roy, COLBERT, & Sellé du grand ſceau de cire jaune.

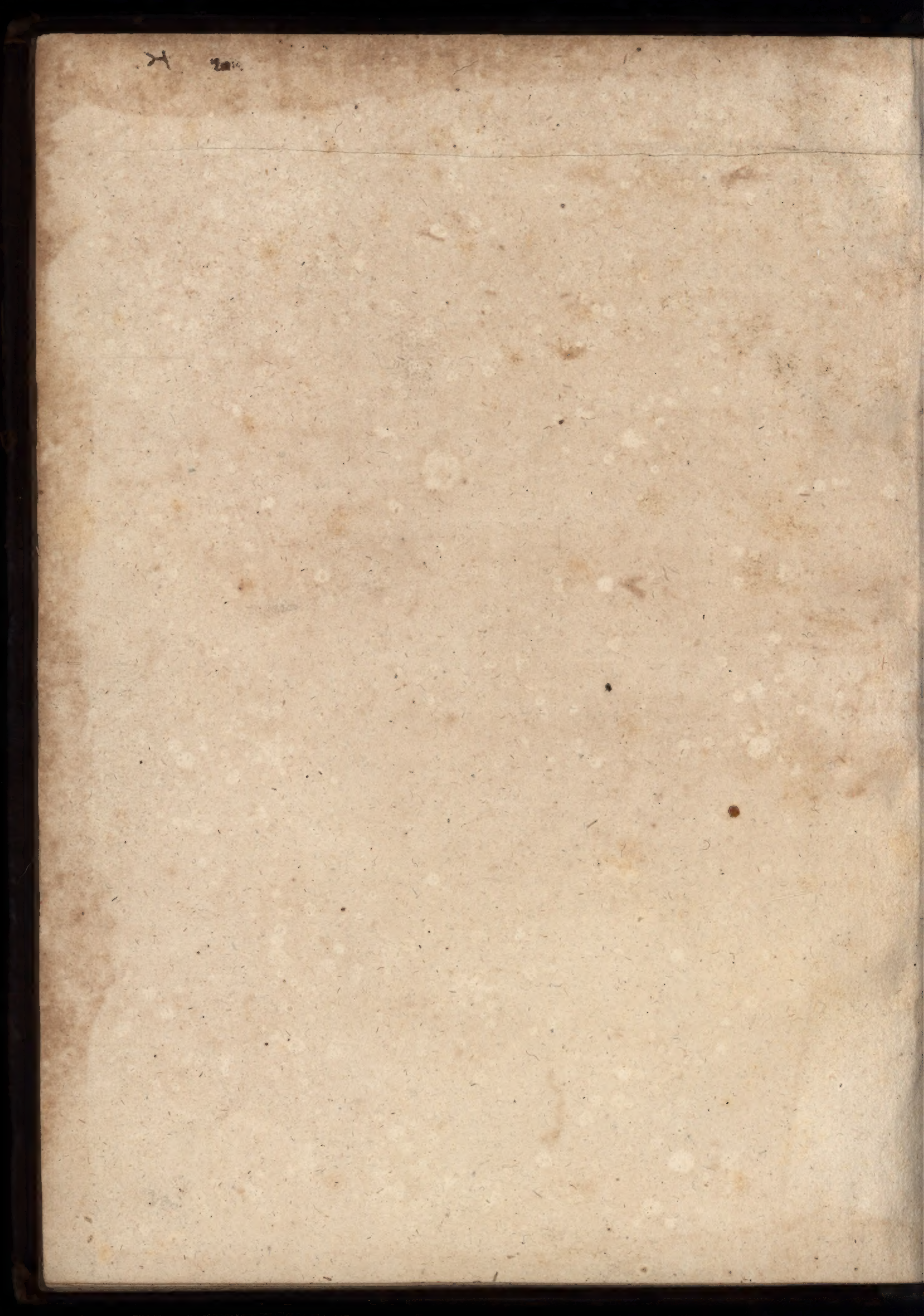
Et à côté eſt écrit. *Regiſtré* ſur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, le 12 Janvier 1682. Suivant l'Arreſt du Parlement du 8 Avril 1653. Et celui du Conſeil privé du Roy du 27 Fevrier 1665. Signé ANGOT Sindic.

Achevé d'Imprimer pour la premiere fois, le douziéme Octobre 1683.

De l'imprimerie de FRANÇOIS LE COINTE, ruë des Sept-Voyes proche le College de Reims.

Fautes à corriger.

Page	*Ligne*		*lisez*
12	16	demonter	demontrer
13	15	l'air, fut	l'air, qui fut
21	19	portés	portées
26	25	de 51 degrez	de 5 degrez
32	19	portés	portées
37	9	lesquelles	lesquels
43	27	6. 60	4. 6. 60
	28	7. 70	3. 7. 70
	29	8. 80	1 8. 80
50	6	42 46	42 48
	7	41 48	41 49
57	11	1188	1588
65	24	rapporté	rapportez
66	1	lor	lors
71	25	12871	12861
77	4	á A, B	à A B
86	8	divers	diverses
89	8	$128\frac{1}{2}$,	$138\frac{1}{2}$
106	11	24 53	28 53
108	8	de A M	de A en M
	10	partie	parties
120	3	au dessus	au dessous
141	20	au plus	ou plus
143	25	ou, deux	ou en deux
162	3	hypotese des	hypothese a des
163	2	*effacez*	égaux &
179	17	est à AN	*lisez* est A N.
190	12	8 A a, à la	8 A, a à la
232	14	l'on propose	l'on suppose
236	4	pratique nous	pratique que nous
266		*Sur la ligne* A C *dans la Figure, il manque un* I *au point où tombe une perpendiculaire du point* H	
279	1	F 151; *lisez*	F 15;
304	14	voci	voici
310	12	qu'il a	qu'il y a
318	14	fait	fut
355	26	*effacez*	par
		la force *lizez*	par la force
	27	*effacez*	dont
362	5	toute à la fois *lisez*	tout à la fois
366	10	mettoient	mettroient
367	1	trois pouces	trois pieds
389	5	*dans la Figure* II	H
400			
403	6	VIII	XIII



[redacted] K

SPECIAL 86-B
18558

GETTY CENTER LIBRARY

